И.Ф. Чебурахин [1], В.И. Цурков [2]

ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ И МИНИАТЮРИЗАЦИЯ УСТРОЙСТВ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМАХ

[1] МАТИ – РГТУ им. К.Э.Циолковского,
[2] Вычислительный центр РАН, г. Москва, Россия
cybernetics@mati.ru

Введение

На мехатронику – область научно-технического знания и инженерной деятельности, интегрирующую механику, электронику, автоматику и информатику с целью совершенствования существующего и создания нового поколения техники и технологий – заслуженно возлагают большие надежды в обеспечении дальнейшего прогресса (в энергетике, транспорте, промышленности) [1].

Можно сказать, что только благодаря появлению микроэлектроники мехатроника достигла современного уровня развития. Высокие требования, предъявляемые к мехатронике, должны удовлетворяться за счет более интенсивного развития микроэлектроники. В технике часто приходится иметь дело с быстропротекающими процессами, когда скорость их протекания оказывается выше скорости выполнения необходимых операций на микроЭВМ. Это означает, что существующих возможностей вычислительной техники оказывается недостаточно, а мехатроника предполагает широкое использование ЭВМ [2].

Математическими моделями для вычислительных и управляющих устройств, применяемых в микроЭВМ (и в мехатронных системах), являются булевы функции, из которых широко применяются симметрические функции. Таким образом, на уровне моделей в докладе рассматривается реализация симметрических булевых функций в базисе микросхем и при этом исследуются основные показатели качества [3, 4].

Базис, булевы формулы и схемы, показатели сложности

Пусть $f^{(n)}$ – булева функция, зависящая от n существенных переменных из множества $X=\{x_1,...,x_n\}$. Под базисом G, в общем случае, понимаем произвольную конечную функционально полную систему булевых функций. Ему соответствует базис из микросхем. В научных исследованиях и приложениях часто рассматривают базисы $G_1 = \{\&, \vee, \overline{\ }\}$ и $G_3 = \{\&, \oplus, 1\}$.

В качестве меры сложности-качества представления функции f формулой F или схемой S из функциональных элементов (ФЭ) определяем соответствующие показатели (функционалы):

$L_Б(f, G)$ – суммарное число вхождений символов переменных (букв) в формулу F, реализующую функцию f в базисе G;

$L_F(f, G)$ – число подформул в F; $Dep_F(f, G)$ – глубина F;

$L_S(f, G)$ – число ФЭ (ЛЭ) в схеме S; $Dep_S(f, G)$ – глубина S, определяемая как наибольшее число ФЭ в цепочке, среди всех цепочек, соединяющих вход с выходом.

Между собой эти показатели имеют сложные связи. Один из главных показателей есть – $L_Б$, он минимизируется за счет привлечения аппарата булевой алгебры и расширения класса моделей (скобочных формул) при реализации булевых функций. От этого показателя разным образом зависят остальные из перечисленных выше показателей.

Заметим, что при синтезе схемы средством для минимизации показателя L_S, наряду с преобразованием формул к скобочному виду, является использование ветвления выходов ФЭ.

Функциональные уравнения

В докладе предлагается новый метод синтеза схем, основанный на использовании функциональных уравнениях (ФУ) – рекуррентных соотношениях, связывающих функции от большего числа переменных с функциями, зависящих от меньшего числа переменных, на основе операции суперпозиции. Причем по этим ФУ определяются отмеченные выше соответствующие показатели качества синтеза.

Отметим кратко основные этапы метода ФУ: выбор ФУ, используемого для построения формулы F и схемы S из ФЭ; на основе ФУ получение семейства $ФУ_{ПК}$ для показателей качества представления ($ФУ_{ПК}$) и начальных условий для них; замена $ФУ_{ПК}$ соответствующими разностными уравнениями; решение разностных уравнений, с получением сеточной функции или аналитического решения; интерпретация полученных решений к исходным показателям качества $ФУ_{ПК}$.

Сложность реализации элементарного симметрического полинома (ЭСП) Жегалкина $F_3^{(n)}$

В качестве примера применения метода ФУ исследуем сложность представления ЭСП Жегалкина $F_3^{(n)}$

$$F_3^{(n)} = x_1\, x_2\, x_3 \oplus x_1\, x_2\, x_4 \oplus \ldots \oplus x_{n-2} x_{n-1}\, x_n\,,\ n \ge 3. \qquad (1)$$

Для (1) получим ФУ типа 1

$$F_3^{(n)} = F_3^{(n-1)} \oplus x_n \cdot F_2^{(n-1)}, \qquad n \geq 4. \tag{2}$$

ФУ$_{\text{ПК}}$ для показателя сложности $L_Б$ на основе (2) есть

$$L_Б(F_3^{(n)}, G_3)=L_Б(F_3^{(n-1)}, G_3) + (n^2 - n)/2, \quad L_Б(F_3^{(3)}, G_3) = u_3 =3. \tag{3}$$

От ФУ$_{\text{ПК}}$ (3) приходим к разностному уравнению

$$u_n - u_{n-1}= (n^2 - n) / 2, \tag{4}$$

решение которого можно получить методами: численно как сеточную функцию u_n; аналитически – из общего решения уравнения. Или, составляя для решения u_n (сеточной функции) конечные разности первого, второго и других порядков, устанавливаем, что функция u_n является многочленом 3-й степени. Итак, решение уравнения (4) есть $u_n = n^3/6 - n/6 - 1$. Для показателя $L_Б$ получаем оценку

$$L_Б(F_3^{(n)}, G_3) = n^3/6 - n/6 - 1. \tag{5}$$

Теперь получим ФУ$_{\text{ПК}}$ для L_F и его решение

$$L_F(F_3^{(n)}, G_3) = L_F(F_3^{(n-1)}, G_3) + (n^2 - n) / 2,$$

$$L_F(F_3^{(n)}, G_3) = n^3/6 - n/6 - 2. \tag{6}$$

В случае отсутствия ветвления оценка (6) для числа подфункций в суперпозиционной формуле F является верхней оценкой для числа ФЭ в соответствующей схеме S, т.е.

$$L_S(F_3^{(n)}, G_3) = n^3/6 - n/6 - 2. \tag{7}$$

Поэтому оценка (7) для схемы с ветвлением может быть улучшаемой и, действительно, на основе структурного метода получаем $L_S(F_3^{(n)}, G_3) = 5n - 13$. Аналогично получаем для глубины $Dep_S(F_3^{(n)}, G_3) = 5n - 15$ схемы S.

1. Теряев Е.Д., Филимонов Н.Б., Петрин К.В. Современный этап развития мехатроники и грядущая конвергенция с нанотехнологиями // Материалы 5-й научно-технической конф. ”Мехатроника, автоматизация, управления (МАУ-2008)” (14-16 октября 2008, С-Пб). С-Пб. 2008.
2. Поспелов Д.А. Логические методы анализа и синтеза схем. М.: Энергия, 1974.
3. Цурков В.И. Декомпозиция в задачах большой размерности. М. Наука. 1981.
4. Чебурахин И.Ф. Математические модели для интеллектуализации синтеза дискретных управляющих устройств на основе цифровых интегральных схем // Изв. РАН. ТиСУ. № 1. 2008.