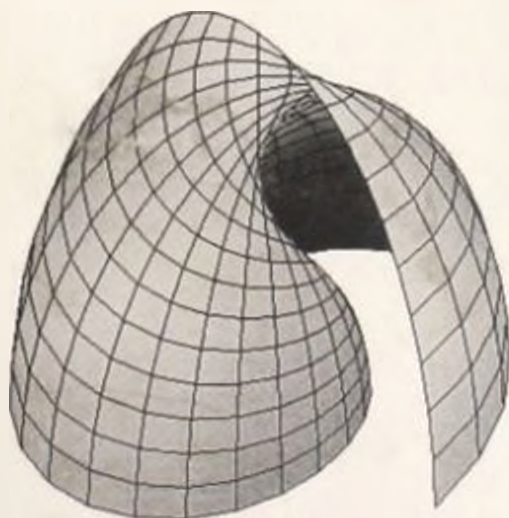


8

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
АССОЦИАЦИЯ «МЕХАНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»

МАТЕРИАЛЫ
ХІХ МЕЖДУНАРОДНОГО СИМПОЗИУМА
«ДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ
ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ КОНСТРУКЦИЙ
И СПЛОШНЫХ СРЕД»
им. А.Г. Горшкова

Том 2



Москва 2013

531
Д.466

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
АССОЦИАЦИЯ «МЕХАНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»

**МАТЕРИАЛЫ XIX МЕЖДУНАРОДНОГО СИМПОЗИУМА
«ДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ КОНСТРУКЦИЙ И СПЛОШНЫХ СРЕД»
имени А.Г. Горшкова**

Ярополец, 18 – 22 февраля 2013 г.

Том 2

**XIX INTERNATIONAL SYMPOSIUM «DYNAMIC
AND TECHNOLOGICAL PROBLEMS OF A MECHANICS
OF CONSTRUCTIONS AND CONTINUOUS MEDIUMS»
Dedicated to A.G. Gorshkov**

Yaropolets, 18 – 22 February 2013

Vol. 2

Москва 2013

© Материалы XIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Т.2. – М.: ООО "ТР-принт", 2013.- 147 с.

Программный комитет:

Тарлаковский Д.В. (председатель), д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Шклярчук Ф.Н. (зам. председателя), д.т.н., проф. (Россия)
Федотенков Г.В. (ученый секретарь), к.ф.-м.н. (Россия)
Бабешко В.А., академик РАН (Россия)
Баженов В.Г., д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Белосточный Г.Н., д.т.н., проф. (Россия)
Гаврюшин С.С., д.т.н., проф. (Россия)
Гачкевич А.Р., д.ф.-м.н., проф. (Украина)
Герашенко А.Н., д.т.н., проф., ректор МАИ (Россия)
Горячева И.Г., академик РАН (Россия)
Ерофеев В.И., д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Игумнов Л.А., д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Кит Г.С., член-корр. АН Украины (Украина)
Кноплев Ю.Г., академик АН Республики Татарстан (Россия)
Кубенко В.Д., академик НАН Украины (Украина)
Кушнир Р.М., член-корр. АН Украины (Украина)
Ломакин Е.В., член-корр. РАН (Россия)
Матвеевко А.М., академик РАН (Россия)
Морозов Н.Ф., академик РАН (Россия)
Нестеров В.А., д.т.н., проф. (Россия)
Паймушин В.Н., академик АН Республики Татарстан (Россия)
Плескачевский Ю.М., член-корр. НАН Белоруссии (республика Беларусь)
Рабинский Л.Н., д.ф.-м.н., проф. (Россия)
Старовойтов Э.И., д.ф.-м.н., проф. (республика Беларусь)
Фетисов Г.П., к.т.н., проф. (Россия)
Чумаченко Е.Н., д.т.н., проф. (Россия)
Шевцов В.А., д.т.н., проф., проректор МАИ (Россия)
Yu Gu, PhD, Professor, Beijing Jiaotong University (Китай)

Симпозиум проводится при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-06005 -г).

ISBN 978-5-903391-16-5

© Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2013

ПРЕДИСЛОВИЕ

XIX Международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» проводился Московским авиационным институтом (национальным исследовательским университетом) – МАИ и Ассоциацией «Механика и технологии» на базе отдыха МАИ «Ярополец» с 18 по 22 февраля 2013 года.

Имя создателя и бессменного председателя с 1995 г. по 2006 г. Горшкова Анатолия Герасимовича присвоено симпозиуму программным комитетом в 2007 году. Это решение утверждено на пленарном заседании XIII симпозиума.

В соответствии с тематикой докладов их обсуждение проходило в рамках трех секций.

Секция I «Динамика сплошных сред» (председатель академик РАН Горячева И.Г., сопредседатели: академик НАН Украины, Кубенко В.Д. и д.ф.-м.н., профессор Старовойтов Э.И.).

Секция II «Динамика и прочность конструкций» (председатель д.т.н., профессор Шклярчук Ф.Н., сопредседатели: д.ф.-м.н., профессор Баженов В.Г. и академик Республики Татарстан Паймушин В.Н.).

Секция III «Технологические проблемы новых материалов и конструкций» (председатель академик РАН Матвеев А.М., сопредседатели: д.т.н., профессор Белашова И.С. и к.т.н., профессор Фетисов Г.П.).

В работе симпозиума приняли участие представители ведущих научных школ России из Нижнего Новгорода, Казани, Москвы, Саратова, Брянска, Санкт-Петербурга, Королёва, Твери, Иркутска, Йошкар-Олы, Волгограда, Магнитогорска, а также ученые из стран ближнего и дальнего зарубежья (Украина, Республика Беларусь, Узбекистан, Вьетнам, США, Китай). Отмечается активное участие в работе симпозиума молодых ученых, аспирантов и студентов.

На заключительном пленарном заседании обсуждены итоги работы симпозиума. Программному комитету было рекомендовано продолжить ежегодное проведение симпозиума в те же сроки в Яропольце.

Председатель программного комитета Д.В. Тарлаковский

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КВАНТИЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК УСТАЛОСТНЫХ СВОЙСТВ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ.

Агамиров В.Л.

(Москва)

Настоящая работа посвящена задаче обоснования нижних гарантированных значений характеристик прочности, надежности и долговечности деталей машин и элементов конструкций.

Данная задача актуальна на всех этапах проектирования, производства и эксплуатации деталей машин и элементов конструкций.

При статических и циклических испытаниях, расчетах прочности, надежности и долговечности элементов конструкций, обосновании режимов технологических процессов производства материалов и полуфабрикатов, преимуществ того или иного техпроцесса, периодичности осмотров ресурсоограничивающих зон в процессе эксплуатации авиационной техники, необходимо применение вероятностно-статистических методов.

Распространенные в инженерной практике методы, основанные на средних значениях характеристик прочности и надежности, к тому же выполненные зачастую по данным ограниченных выборочных совокупностей, являются приближенными и могут привести к серьезным ошибкам, если не учитывать в расчетах вероятной области рассеяния исследуемых характеристик. Точный расчет квантилей распределения этих характеристик позволяет существенно снизить риск отказов ответственных элементов авиационных конструкций.

Исследование состояния проблемы показало, что оценка нижнего гарантированного ресурса элементов конструкций на практике производится с помощью коэффициентов, зависящих от количества отказов и основанных на статистике лётных происшествий, отказов и неисправностей. Для вероятностного обоснования нижнего гарантированного ресурса, необходимо расчетным путем оценивать доверительные границы для функции распределения характеристик прочности, надежности и долговечности натуральных деталей.

В то же время использование существующих таблиц точных значений квантилей нецентрального распределения, также как и математический расчет точных значений квантилей связан с большой трудоемкостью вычислительных процедур.

С целью повышения оперативности процесса вычисления разработан алгоритм и программа расчёта точных значений квантилей.

Полученная модель, позволяет оперативно и с достаточной точностью вычислять значения квантилей нецентрального распределения Стьюдента, а следовательно оперативно вычислять нижние доверительные границы характеристик распределения прочности, надежности и долговечности элементов конструкций.

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПАРАШЮТОСТРОЕНИЯ

Аникеева М.И., Васильченко А.Г., Журин С.В.

(Москва, Королев)

Современный подход к проектированию парашютных систем предполагает на начальном этапе всестороннее тщательное математическое моделирование физических процессов, происходящих при работе парашюта. Расчётные методы исследования закономерностей обтекания парашюта обладают рядом преимуществ, основными из которых являются: относительная дешевизна, оперативность, высокая информативность. Одной из задач математического моделирования является определение аэродинамических характеристик купола парашюта.

От теоретических аэродинамических моделей парашютов практикам-конструкторам нужны:

- коэффициент сопротивления парашюта;
- коэффициент динамичности парашюта;
- распределение давления по куполу парашюта.

Из анализа коэффициентов сопротивления вытекает задача поиска пространственных форм, создающих максимальное сопротивление. Из анализа коэффициентов динамичности вытекает задача раскрытия (наполнения) парашюта, которая связана с величинами присоединенных к куполу масс воздуха, и определяет прочность/надежность парашютной конструкции. Анализ распределения давления позволяет найти пути решения обоих вышеприведенных аэроупругих задач, а также динамической задачи устойчивости движения системы груз-парашют (СПП).

Последовательный временной анализ расчетных методов российского парашютостроения, применявшихся во второй половине XX века и содержащийся в ряде отечественных монографий, еще ждет своего исследования. В основе теоретического парашютостроения лежит докторская диссертация Х.А.Рахматулина, защищенная в далеком 1943 г., идеи которой развиты трудами его учеников в Институте механики МГУ. Первые теоретические работы Н.А. Лобанова содержали обобщение экспериментов, далее появились «ростки» математического моделирования, на которые возлагались большие надежды; методология математического моделирования достигла своего апогея в 80-90-е годы и связана с именами О.В. Рысева, И.В. Днепрова, А.А. Вишняка и

Ю.В. Мосеева. Аэродинамика парашюта описывалась методами крупных частиц О.М. Белоцерковского и дискретных вихрей С.М. Белоцерковского. Однако уже тогда появилось понимание ограниченности чисто теоретического подхода, основанного на стандартных методах конечных элементов, конечных разностей и крупных частиц. Наряду с методами математического моделирования продолжали существовать полуэмпирические методики Р.А. Андропова и Ф.Г. Герасимато, которые зачастую и применялись в конструкторской практике, так как давали конкретные результаты. Развитие теоретического парашютостроения в конце XX – начале XXI века связано с именами В.И. Морозова и А.Т. Пономарева, которые смогли объединить методики Р.А. Андропова и Ф.Г. Герасимато для осесимметричных парашютов с достижениями математического моделирования. Для решения современных задач парашютостроения существует оригинальный комплекс прикладных программ В.А. Апаринаова, удачно применяемый С.В. Леоновым в конкретной практике. Таким образом, видны две тенденции развития:

- взаимодействие теоретических и полуэмпирических моделей;
- взаимодействие стандартных и оригинальных методик.

Использовались как вычислительные, так и аналитические методы исследования. Описана аналитическая модель «волана», из нескольких воланов составляется купол парашюта. В методе дискретных вихрей С.М. Белоцерковского используется аналитическое решение уравнения Навье–Стокса для отдельно взятого вихря; в дальнейшем это решение применяется для всех вихрей потока как вычислительная процедура. И.К. Лифанову удалось распространить такую аналитическую методологию на физические задачи, далекие от аэродинамики, развив метод дискретных особенностей. Связь напряженного и деформированного состояния текстильных конструкционных материалов парашюта описывается также аналитическими формулами, аппроксимирующими экспериментальные данные. Другими словами, используются те математические модели (ММ), которые работают и дают физические результаты. Ясно видна тенденция взаимодействия вычислительных и аналитических методов при создании ММ в нуждах практики.

Использование математических аналитических методов в сочетании с методами вычислительной математики, позволяет предполагать дальнейшее развитие теоретического парашютостроения и эффективное применение результатов моделирования в инженерной и конструкторской практике.

В настоящем докладе показан пример такого подхода, когда форма ленты радиального каркаса, переходящей в стропы купола парашюта определяется аналитическими методами, разработанными еще Х.А. Рахматулиным, форма тканевых воланов между лентами радиального каркаса определяется по модели воланов О.В. Рысева, а аэродинамика обтекания полученного купола парашюта моделируется в современном программном комплексе FlowVision.

Задача работы состоит в том, чтобы численным методом определить интегральные аэродинамические характеристики и распределение давления по поверхности купола парашюта в полностью раскрытом состоянии.

В стандартном программном комплексе FlowVision реализованы алгоритмы решения трехмерных уравнений динамики жидкости и газа, которые включают в себя законы сохранения массы, импульса (уравнения Навье-Стокса) и уравнения состояния. FlowVision использует конечно-объемный подход для аппроксимации уравнений ММ обтекания парашюта. Уравнения Навье-Стокса решаются методом расщепления по физическим процессам (проекционный метод MAC). Ядро программы написано на языке C++.

Программный комплекс FlowVision позволяет моделировать: трехмерные стационарные/нестационарные слабо сжимаемые/несжимаемые потоки жидкости; ламинарные или турбулентные потоки; турбулентные модели: k- ϵ , ASM, RSM; перенос скалярных величин и их флуктуаций; свободные поверхности; горение; сопряженный теплообмен; сопряженное моделирование движения жидкости с различными математическими моделями в различных областях; граничные условия, зависящие от времени; обмен информацией с программами конечно-элементного анализа. Некоторые из этих возможностей вполне актуальны в дозвуковой области, некоторые наверняка найдут применение для транзвуковых и сверхзвуковых парашютов, ряд возможностей пока непонятно, как применить к парашютам.

Расчёт поля течения происходит по неявной схеме. Для решения уравнения конвективного переноса неявным алгоритмом используется метод коррекции ошибки. Данный алгоритм не имеет ограничений на величину шага по времени. Этот шаг задается через «неявное число Куранта – Фридрихса – Леви» для малых чисел Маха (характерных для области функционирования большинства парашютов).

В программе FlowVision используется прямоугольная сетка с подсеточным разрешением геометрии. В зависимости от задаваемых критериев возможна локальная адаптация сетки.

Дифференциальные уравнения, описывающие параметры движения сплошной среды, аппроксимируются на расчётной сетке в предположении, что каждая ячейка представляет собой конечный объём, в котором скорости изменения физических величин сбалансированы потоками этих величин через грани ячейки. FlowVision использует прямоугольную адаптивную сетку с локальным измельчением. Для аппроксимации криволинейной геометрии с повышенной точностью FlowVision использует технологию подсеточного разрешения геометрии. Эта технология позволяет импортировать геометрию из систем автоматизированного проектирования и обмениваться информацией с системами конечно-элементного анализа.

Следует отметить, что в трехмерных расчетах сетка может быть недостаточно подробной для полной реализации возможностей программного комплекса и используемой модели турбулентности, что, очевидно, может повлиять на качество моделирования физических процессов обтекания, особенно при наличии отрыва пограничного слоя. А создание излишне подробной расчетной сетки в настоящее время заключается в ограничении по объему оперативной памяти ЭВМ, которая может быть использована комплексом FlowVision, что накладывает определенные ограничения на общее число расчетных ячеек сетки.

Построение расчётной сетки для задачи обтекания купола парашюта происходит в несколько этапов. Сначала создаётся сетка первого уровня с размерами расчётной области и со сгущением около модели купола. Далее происходит последовательная многоуровневая адаптация под особенности геометрии модели купола и течения. Для этого выбирается область, где необходимо провести расчёт на более мелкой сетке, чем исходная. В выбранной области, каждая расчетная ячейка делится на 8 равных частей. Далее ячейки делятся еще несколько раз до достижения необходимой точности в соответствии с заданными параметрами. При генерации сетки накладывается условие, что гранями и ребрами могут граничить друг с другом только ячейки с номерами уровней, отличающимися не более чем на единицу.

Таким образом, FlowVision представляет собой эффективную процедуру решения уравнения Навье-Стокса в области течения, ограниченной с одной стороны куполом парашюта (получаемым аналитически), а с другой – условием невозмущенного потока на бесконечности. Несколько искусственное условие непротекания на поверхности купола парашюта теряет свою актуальность, поскольку большинство современных парашютов изготавливается из ткани с нулевой воздухопроницаемостью, что отражает успехи текстильной промышленности. Нулевая воздухопроницаемость позволяет поднять коэффициент сопротивления, что было недоступно конструкторам парашютов еще 10 лет назад, когда в наличии были только устаревшие тяжелые воздухопроницаемые ткани ограниченной номенклатуры. Другой резерв повышения коэффициента сопротивления – это использование «пространственного» кроя деталей, что стало доступно с появлением станков лазерного раскроя тканевых деталей. Все эти инновации в парашютной индустрии вполне описываются предлагаемым комплексом на основе FlowVision. А как добиться потом приемлемого коэффициента динамичности и устойчивости полета СГП, конструкторы хорошо знают – это конструктивная воздухопроницаемость, использование слайдеров для «растяжения» процесса раскрытия и щелей для управляемой трансформации купола. Развитие MM на основе FlowVision предполагается в направлении учета конструктивной воздухопроницаемости и щелей, хотя, конечно, ничего существенно нового это конструктору не даст.

Проведено предварительное тестирование ПК FV на примере исследования аэродинамических характеристик парашюта традиционной формы и сравнение расчётных данных с экспериментальными.

Оригинальная методика В.А.Апаринаова позволяет учесть тканевую воздухопроницаемость, хотя в реальном воплощении для произвольного купола возникают вычислительные трудности. Тем не менее процесс исследований не останавливается никогда, трудности преодолеваются, а стандартные и оригинальные ММ взаимообогащаются в открытой конкурентной борьбе. Теоретическое парашютостроение от этого только выигрывает.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ ВОЗДУХА В СИСТЕМЕ КОНДИЦИОНИРОВАНИЯ ВОЗДУХА ПЕРСПЕКТИВНОГО ПАССАЖИРСКОГО САМОЛЁТА.

Артюхова Е.С., Старостин К.И.

(Москва)

Целью данной работы являлось создание математической модели авиационной системы кондиционирования воздуха (СКВ) перспективного пассажирского самолёта, имеющей в своём составе петлевою схему влагоотделения на высоком давлении, а также численное исследование процессов тепловой обработки влажного воздуха на агрегатах данной системы.

На первом этапе была разработана методика расчёта процессов тепловой обработки влажного воздуха в СКВ на основе численного решения системы уравнений энтальпий в различных сечениях по тракту системы. Решение уравнения энтальпии осуществлялось с помощью модифицированного метода хорд, учитывающего особенности данного уравнения, связанные с физикой процессов испарения и замерзания влаги.

Вторым этапом являлась разработка программы вычисления параметров влажного воздуха по тракту СКВ на основе созданной модели. Данная программа позволила провести исследование работы петлевой схемы на различных режимах, а также проверить достоверность предложенной математической модели путём сопоставления результатов расчёта с аналогичными результатами, полученными с помощью других программ, а также с результатами натурных испытаний.

На третьем этапе проводился цикл расчётов параметров воздуха по тракту СКВ для выбранных структурных схем при различном сочетании характеристик входящих в них агрегатов (тепловые эффективности теплообменников, КПД турбин турбохолодильников и т.д.). Выполненные расчёты показали следующее:

- наличие влаги в воздухе оказывает существенное влияние на его теплофизические параметры после тепловой обработки, а также на работоспособность некоторых агрегатов системы;
- на большинстве режимов система обнаруживает тенденцию к саморегулированию, однако могут наблюдаться и неустановившиеся процессы различного характера, что обусловлено наличием «обратной связи» по температуре;
- работоспособность системы в целом наблюдается в достаточно узком диапазоне сочетаний параметров её агрегатов.

Результатом выполненной работы является созданная математическая модель петлевой схемы влагоотделения и компьютерная программа на её основе для моделирования работы СКВ перспективного пассажирского самолёта. Полученные результаты позволили выработать рекомендации по грамотному подбору структуры СКВ самолёта и параметров входящих в неё агрегатов на этапе предварительного проектирования системы кондиционирования воздуха.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О РАВНОВЕСИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ МЯГКОЙ СЕТЧАТОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НАЛИЧИИ ТОЧЕЧНЫХ НАГРУЗОК

Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Задворнов О.А.

(Казань)

Рассматривается осесимметричная задача о равновесии мягкой (т.е. не воспринимающей сжимающих усилий) сетчатой оболочки вращения [1], находящейся под воздействием массовой и поверхностной нагрузок. Оболочка образована переплетением двух семейств нитей, одно из которых имеет радиальное направление, а другое – продольное. Края оболочки считаются закрепленными. Предполагается, что вектора плотностей поверхностных и массовых сил лежат в радиальной (проходящей через ось симметрии) плоскости, и перемещение точек оболочки происходит также в радиальном направлении. Поверхностная нагрузка предполагается постоянной и следящей, т.е. направлена по нормали к поверхности оболочки. В недеформированном состоянии поверхности оболочки представляет из себя цилиндр радиуса r_0 и длиной l .

Под обобщенным решением осесимметричной задачи об определении положения равновесия мягкой оболочки вращения, закрепленной по краям, находящейся под воздействием массовых сил, постоянной следящей поверхностной нагрузки, будем понимать функцию

$$u \in K = \{v : v_2(s) + r_0 \geq 0, v(0) = (v_2(0), v_2(0)) = 0, v(l) = (v_2(l), v_2(l)) = 0\},$$

удовлетворяющую для произвольной бесконечно дифференцируемой функции $v \in K$ следующему вариационному неравенству:

$$\int_0^l \frac{T_1(\lambda_1(u))}{\lambda_1(u)} (\tilde{u}', v') ds + q \int_0^l [\tilde{u}'_1 v_2 + u_2 v'_1] ds + \frac{q}{r_0} \int_0^l \left[\frac{1}{2} u_2^2 v'_1 + \tilde{u}'_1 u_2 v_2 \right] ds + \frac{1}{r_0} \int_0^l T_2(\lambda_2(u)) v_2 ds \geq \int_0^l (\tilde{f}, v) ds + p v(s^*). \quad (1)$$

Здесь $u = (u_1, u_2)$, $\tilde{u}(s) = (u_1(s) + s, u_2(s))$, u_1 и u_2 – перемещения точек в продольном и радиальном направлении соответственно, λ_1 , T_1 и λ_2 , T_2 – степени удлинения и функции, задающие физические соотношения в нитях оболочки в продольном и радиальном направлениях соответственно, $\lambda_1(u) = |\tilde{u}'(s)|$, $\lambda_2(u) = 1 + u_2(s)/r_0$, \tilde{f} – плотность массовых сил, q – плотность следящей поверхностной нагрузки, p – интенсивность точечной нагрузки, расположенной в точке $s^* \in (0, l)$. Принадлежность множеству K означает недопущение самопересечения оболочки.

Решение задачи (1) ищется в виде суммы неизвестной функции и известного решения из $\left[W_1^{(0)}(0, l) \right]^2$ вспомогательной задачи с дельта-функциями в правой части. Относительно новой неизвестной функции сформулирована обобщенная задача в виде вариационного неравенства в $\left[W_2^{(0)}(0, l) \right]^2$. Установлены свойства операторов, входящих в это вариационное неравенство – псевдомонотонность, коэрцитивность, что позволило провести исследование разрешимости рассматриваемой задачи с использованием результатов теории монотонных операторов (см. [2]).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 11-01-00667, 12-01-00955, 12-01-97026, 12-01-31515, 13-01-00908).

Литература

1. Ридель В.В., Гулин Б.В. Динамика мягких оболочек. – М.: Наука, 1990. – 206 с.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 588 с.

О РЕШЕНИИ ВАРИАЦИОННЫХ И КВАЗИВАРИАЦИОННЫХ НЕРАВЕНСТВ ТЕОРИИ МЯГКИХ ОБОЛОЧЕК

Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Задворнов О.А.

(Казань)

Рассмотрены пространственные задачи о равновесном состоянии мягких оболочек, находящихся под воздействием внешних нагрузок и ограниченных в перемещении препятствием. В случае мягких оболочек сложность задачи возрастает в связи с сильной формоизменяемостью этих оболочек. Следует отметить, что наличие препятствия приводит к необходимости использовать при математическом описании этих задач квазивариационных неравенств. Сначала, исходя из уравнений, записанных в декартовой системе координат, сформулирована дифференциальная задача, затем, на основе принципа виртуальных перемещений получена вариационная формулировка и установлена при достаточной гладкости решений эквивалентность указанных задач. Отдельно рассмотрен случай мягкой сетчатой оболочки, силовой основой которой являются два семейства взаимно перекрещивающихся, абсолютно упругих гибких нитей. В предположении степенного роста функций, задающих физические соотношения в нитях, на основе вариационной формулировки поставлена обобщенная задача в виде квазивариационного [1] неравенства в банаховом пространстве и установлена ее разрешимость. При доказательстве разрешимости будет использован аппарат теории монотонных и псевдомонотонных [2] операторов. В случае выпуклого допустимого множества (с препятствием вогнутой формы) при наличии следящей поверхностной нагрузки обобщенная задача сформулирована в виде вариационного неравенства и получены критерии существования решения.

Проведено исследование итерационных методов решения вариационных неравенств в гильбертовых и банаховых пространствах, установлены критерии слабой сходимости итерационных последовательностей. Исследование сходимости итерационных методов опирается на результаты общей теории монотонных операторов [2], а также методов нахождения неподвижных точек нерастягивающих отображений, в частности, проксимальных отображений [3, 4]. Каждый шаг итерационного процесса сводится к решению вариационного неравенства с оператором канонического изоморфизма, обладающего лучшими свойствами по сравнению с исходным псевдомонотонным оператором.

Проведено построение и обоснование конечномерных аппроксимаций рассматриваемых задач на основе метода конечных элементов. При исследовании сходимости конечномерных аппроксимаций использованы указанные выше итерационные методы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 11-01-00667, 12-01-00955, 12-01-97026, 12-01-31515, 13-01-00908).

Литература

1. *Байокки К., Капелло А.* Вариационные и квазивариационные неравенства. Приложения к задачам со свободной границей. – М.: Наука, 1988. – 448 с.
2. *ЛионсЖ.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 588 с.
3. *Экланд И., Темам Р.* Выпуклый анализ и вариационные проблемы. – М.: Мир, 1979. – 400 с.
4. *Opial Z.* Weak convergence of the sequence of successive approximations for nonexpansive mappings // Bulletin of the American Mathematical Society. – 1967. – V. 73, №. 4. – P. 591–597.

ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ, НАПРАВЛЕНИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ПЛАНИРУЮЩИХ ПАРАШЮТОВ

Васильченко А.Г.

(Москва)

Парашютные системы являются наиболее ярким примером инженерных мягкооболочечных тканевых объектов. Ленты, шнуры и ткань (что называется текстильными материалами), в последнее время широко применяются для инженерных конструкций в различных отраслях авиации и космонавтики (мягкая посадка грузов, в том числе космических аппаратов, транспортировка грузов на мягких звеньях, прикрепленных к внешней подвеске вертолетов, дирижаблестроение, воздушные шары), что обусловлено их высокими эксплуатационными характеристиками. Парашютные системы, появившиеся в начале XX века для нужд авиации, наиболее известны широкому кругу людей как мягкооболочечные конструкции; их исследования в системе ВПК по определению были наукоемкими. Другие примеры таких конструкций – паруса, используемые человеком тысячи лет и мягкие строительные конструкции (тенты, надувные ангары), получившие широкое развитие в современную эпоху.

Современные текстильные материалы уже приблизились, а в ряде случаев и превысили по прочностным характеристикам конструкционные металлы или пластик. Дополнительно к высокой прочности, текстильные материалы обладают эластичностью, малым удельным весом, способностью противостоять воздействию окружающей среды и других эксплуатационных факторов. Кроме того, ткани и ленты не подвержены коррозии, как металлы. Недалек день, когда текстильные материалы будут развешиваться в космосе, использоваться в качестве бесплатного движителя - солнечных парусов и производства электроэнергии в недоступных сейчас объемах.

Увеличение спроса на текстильные материалы для новых инженерных конструкций приводит к тому, что химическая промышленность постоянно изобретает новые волокна, из которых текстильная промышленность производит все новые и новые материалы. Уже на нашей памяти для парашютов использовались последовательно натуральный шелк, капрон, лавсан и СВМ. Шнуры и ленты делали из полиэстера, полипропилена и сейчас делают из дайнимы. Происходит освоение нового материала СВМПЭ (сверхвысокомодульный полиэтилен), который по прочностным свойствам приблизился к СВМ и русару, оставаясь существенно дешевле. Правда, глобальным недостатком текстильных материалов, особенно произведенных в России, остается статистический разброс физико-механических свойств, достигающий 10÷30%.

Именно из-за высоких эксплуатационных характеристик текстильные материалы применяются в областях, где важен малый вес и высокая прочность – авиации, космонавтике, автомобилестроении и судостроении, современных строительных конструкциях. Корпуса ракет изготавливаются из нити СВМ, детали корпуса автомобиля формуются из стеклопластиковой ткани с пропиткой. Мягкая посадка КА происходит на тканевых парашютах, грузы на вертолете транспортируются на мягких звеньях. Обратимся к одному из примеров современной инженерной тканево-ленточной конструкции - планирующему парашюту (ПП). Как и для всех парашютов, форма ПП зависит от потока набегающего воздуха. В определенной мере парашют это не столько аэроупругая конструкция (как большинство ЛА), сколько аэромягкая конструкция, что отражает специфику используемого мягкого конструкционного материала. И это принципиальное отличие мягкооболочечных инженерных конструкций от конструкций из «жестких» материалов. Крыло современного самолета имеет примерно одинаковую форму как в воздухе, так и на земле. Конструктор может подойти к нему, посмотреть сопряжение деталей, даже визуально найти слабые места. Крыло ПП без нагрузки вообще не имеет аэродинамической формы. Конструктор парашютов должен обладать развитым «пространственным» мышлением, чтобы представить на этапе проектирования форму своего изделия в воздухе, а увидеть целиком в действии он его сможет лишь вдали, особенно, если нет туч. Поэтому существенными составляющими проектирования парашютов являются «рисование» в пространстве, продувки на стендах (например в АДТ Т-101, где парашют наполнен, но расположен вблизи от фотографа) и качественная видеосъемка (где видна форма конечного продукта и ее эволюции во времени).

ПП как специфический продукт парашютной индустрии развиваются с 70-х годов прошлого века. Сначала ПП воспринимались как некая экзотика (парашюты классической формы, как правило, создают в основном тормозящую аэродинамическую силу, а ПП – еще и подъемную аэродинамическую силу, как крыло), то в начале XXI века ПП превратились в обычный продукт парашютной ин-

дустрии, во многом более безопасный, чем парашюты классической формы; ПП находят все более широкое применение среди потребителей в различных отраслях спорта и отдыха, обороны и космонавтики. С развитием технологий конструирования (компьютерное конструирование) и производства (лазерный раскройщик деталей и современные швейные машинки) технически сейчас можно изготовить любой ПП; основная проблема экономическая – сколько это будет стоить и как реализовать продукцию. Поэтому в первую очередь особенности новых конструкций ПП определяются тенденциями развития рынка. Современные тенденции развития рынка ПП:

1. Во всем мире тысячи людей прыгают с ПП
 - с разной массой,
 - с разной подготовкой,
 - с разными целями.
2. Универсальные ПП сохранились разве что в армии. Для простого потребителя есть линейки по 7÷10 ПП одной модели под разные массы парашютистов.

3. Появляется все больше летательных аппаратов (ЛА) в том числе и беспилотных ЛА (БПЛА) с мягкими подъемными крыльями – аэрошютами (это тот же ПП, но с особым углом установки по отношению к направлению полета). Аэрошют должен надежно наполняться при ветре больше 5 м/с и использоваться неподготовленными людьми (например, лесниками).

4. Появился особый вид спорта и отдыха – кайтинг, где мягкое крыло тянет, а не поднимает (нечто среднее между крылом и ветровым экраном). Кайт – это изначально тот же ПП, но со специфическим углом установки по отношению к направлению ветра. Кайтингом занимается еще больше людей, чем прыжками с ПП, в возрасте от 5 до 70 лет. Развитие кайтов привело к появлению интересных конструкций ПП с надувными элементами, в частности, надувной передней кромкой.

5. Повышение надежности и комфорта при раскрытии в ущерб скорости – для начальной подготовки парашютистов – ПП 18÷20 м². Яркий пример такого ПП – Student Navigator фирмы Performance Design.

6. Повышение скорости полета в ущерб безопасности – для бейсеров – ПП 10 м² и меньше. Для этих парашютистов сейчас появился windsuit – костюм с перепонками, на котором можно двигаться быстрее самолета.

7. Управляемые планирующие парашютные грузовые системы (УППГС) – для точного управляемого десантирования грузов массой от 100кг до 18 тонн. Если для традиционных парашютных систем нормальным является попадание в поле 1х3 км, то УППГС может доставить груз на площадку КВО 100м высоко в горах или на движущееся морское судно.

8. Приземление космических аппаратов. Был хорошо проработанный проект такой УППГС Х-38, однако в космос он не пошел, но идея все равно осталась.

9. ПП для групповой акробатики; видеосъемка камерой, укрепленной на шлеме парашютиста или перчатке, очень ценится. В 80-90-х годах был разработан для групповой акробатики ПО-26, однако по материалам (ткань и ленты) он устарел; стоит задача модернизировать ПО-26 для улучшения его характеристик.

10. ПП для спецназа – боец 100 кг и контейнер 60 кг – ПП 30 м².

11. Тандем-мастер - ПП 48÷50 м² для двух человек.

Существуют некоторые конструкторские решения, пригодные при создании перспективных ПП. Далее в докладе приводятся современные конструкторские решения, найденные большей частью практиками, но требующие математического обоснования. Среди них:

1. Косые нервюры. Как известно, треугольник – жесткая фигура, поэтому добавление в силовую схему своеобразного подкоса - косой нервюры – добавляет жесткости мягкому тканевому куполу ПП. Косые нервюры есть в силовой схеме ПО-26, Хаос-27 и Аэрошота Blueuey.

2. Пространственный крой. Жесткость куполу придает и конструкторский прием, сводящийся к изготовлению более широкой детали верхнего полотнища по сравнению с деталью нижнего полотнища. Он использован в ПП Wize-2, Аэрошоте Blueuey и модели ПО-29 площадью 13 м² (1994г.).

3. Увеличение удлинения ПП для увеличения качества. Это очевидный прием, идущий из самолетостроения. Специфика ПП, однако, приводит к тому, что ПП с большим удлинением купола раскрываются с большой перегрузкой и потом неустойчивы в потоке. Необходимо найти оптимальное удлинение, когда качество достаточно большое, а коэффициент динамичности и устойчивость сохраняются в приемлемых пределах.

4. Закрытые секции, надувающиеся сбоку. Конструктору ПП всегда хочется, чтобы купол наполнился через входные отверстия, а потом входные отверстия закрылись, чтобы воздуху некуда было выходить при эволюциях траектории; это повышает жесткость купола. Однако понятно, что все входные отверстия закрыть нельзя, так как иначе погасить ПП после приземления будет невозможно. Можно закрыть только часть входных отверстий; вопрос – какую часть и в каком месте купола. Закрытые крайние боковые секции применены в Аэрошоте Blueuey.

5. Жесткий центр ПП, который не сминается при боковом маневре.

Практика конструирования ПП показала необходимость опережающего математического моделирования их функционирования, что, по сути, отражает особенность современной инженерии: на смену большого количества исследо-

вательских экспериментов пришло математическое моделирование, и лишь интегральные, практически поверочные, испытания, проводятся на реальном изделии. Отличительной особенностью парашютных конструкций, которые должны описываться математическими моделями, являются большие перемещения, существенная нелинейность и анизотропия. Не все из этих феноменов удастся описать даже в современных программных продуктах Ansys Mechanical или CFD, SolidWorks и Catia, что требует разработки оригинального программного обеспечения или нахождения аналитических решений.

Так что современными тенденциями развития парашютной индустрии являются учет требований рынка, опережающее математическое моделирование функционирования создаваемых конструкций и разработка адекватного программного обеспечения.

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Вестяк В.А., Гачкевич А.Р., Тарлаковский Д.В.

(Москва, Львов)

Предполагается, что среда, занимающая полуплоскость $z \geq 0$ ($Oxyz$ - прямоугольная декартова система координат), является однородным изотропным проводником. Для описания ее движения используется двумерная система линейаризованных уравнений относительно компонент вектора перемещений \mathbf{u} с учетом силы Лоренца [1]. При этом векторы напряженности \mathbf{E} и \mathbf{H} электрического и магнитных полей, плотность тока и плотность зарядов удовлетворяют уравнениям Максвелла и линейаризованному обобщенному закону Ома [2,3]. Предполагается, что в начальный момент времени τ и на бесконечности возмущения отсутствуют. На границе полуплоскости $z = 0$ заданы механические (перемещения и/или напряжения) и электромагнитные (напряженности электрического и/или магнитного полей) условия.

Для решения задачи искомые функции представляются в виде степенных рядов по малому параметру α , характеризующему связь механических и электромагнитных полей:

$$\mathbf{u} = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{u}_m \alpha^m, \mathbf{E} = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{E}_m \alpha^m, \mathbf{H} = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbf{H}_m \alpha^m. \quad (1)$$

Показано, что коэффициенты этих рядов удовлетворяют рекуррентной системе начально-краевых задач и определяются следующими интегральными представлениями (звездочки означают свертки по координате x и времени; $k = 1, 3$):

$$u_{mk}(x, z, \tau) = \int_0^{\infty} G_{k1}(x, z, \xi, \tau) ** \chi_{m1}(x, \xi, \tau) d\xi + \int_0^{\infty} G_{k3}(x, z, \xi, \tau) ** \chi_{m3}(x, \xi, \tau) d\xi.$$

Здесь u_{m1}, u_{m3} - проекции вектора u_m на оси x и z ; χ_{m1}, χ_{m3} - аналогичные проекции вектора χ_m , зависящего от коэффициентов E_{m-1}, H_{m-1} рядов (1); $G_{kl}(k, l = 1, 3)$ - объемные функции Грина соответствующих задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 11-08-00064, 13-01-90418).

Литература

1. Вестяк В.А., Тарлаковский Д.В. Линейные уравнения движения термоэлектромагнитоупругой среды // Методы розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: Збірник наукових праць Дніпропетр. націон. ун-та. – Дніпропетровськ: ІМА-прес. – 2009. – Вип. 10. – С. 57 – 62.
2. Гринченко В.Т. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.5. Электроупругость / В.Т.Гринченко, А.Ф. Улитко, Н.А. Шульга.; Отв. ред. А.Н. Гузь. - Киев: Наукова думка, 1989. – 280 с.
3. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. – 287 с.

ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ВХОДЕ В ТРУБУ

Выскребцов В.Г.

(Москва)

В качестве основных допущений математической модели течения вязкой жидкости при входе в круглую трубу из ёмкости большого объёма принимаются следующие: вязкая несжимаемая жидкость, течение осесимметричное, безвихревое, установившееся. Функции, описывающие проекции скорости на оси цилиндрической системы координат, являются ограниченными, однозначными, без скачков и разрывов и их можно представить в виде степенных рядов.

Тогда течения скорость течения $U(r; Z) = U(U; V)$, где U и V – соответственно проекции вектора скорости на координатные оси Or и Z цилиндрической системы координат, должна удовлетворять следующим уравнениям (в жидкости нет источников и стоков): $Div U = 0$, $rot U = 0$.

Существенно, что эти уравнения линейны относительно неизвестных проекций скорости течения, и это позволяет искать возможное решение методом разделения переменных, а именно в виде: $U = \phi(r) \times \psi(z)$; $V = F(r) \times f(z)$.

Подставляя их в выражения для дивергенции и ротора скорости получим следующие соотношения (здесь и далее $f_z^I(z)$; $\psi^I_z(z)$; $F_r^I(r)$; $\phi^I_r(r)$ – это производные от соответствующих функций):

$$\psi(z) \times [r \phi(r)]^I_r + r F(r) \times f_z^I(z) = 0; \phi(r) \times \psi^I_z(z) = F_r^I(r) \times f(z).$$

После разделения переменных, получим:

$$\psi^I_z(z)/f(z) = F_r^I(r)/\phi(r) = m; [r \phi(r)]^I_r/[r F(r)] = -f_z^I(z)/\psi(z) = n, \text{ при чём}$$

здесь m и $n = const$. Эти равенства позволяют перейти к системе так называемых обыкновенных, зависящих только от одной независимой переменной, уравнений, где m и $n = const$ играют роль параметров. Итак, метод разделения позволяет перейти к следующей системе:

$$\psi^I_z(z)/f(z) = m; -f_z^I(z)/\psi(z) = n. \quad (1)$$

$$r \phi(r)]^I_r/[r F(r)] = n; F_r^I(r)/\phi(r) = m. \quad (2)$$

Первая пара уравнений (1) эквивалентна следующим уравнениям:

$$\psi^{II}_{zz}(z) + m n \psi(z) = 0; f^{II}_{zz}(z) + m n f(z) = 0. \quad (3)$$

Граничные условия очевидны, они требуют во-первых, конечного значения скорости при всех значениях координат (r ; Z) и во-вторых, равенства нулю скорости течения на неопределённо большом расстоянии от начала координат:

$$U = \phi(r) \times \psi(z) \rightarrow 0 \text{ при } r; z \rightarrow \infty;$$

$$V = F(r) \times f(z) \rightarrow 0 \text{ при } r; z \rightarrow \infty; \quad (4 \text{ а})$$

Соответственно отсюда $\phi(r) \rightarrow 0$ и $F(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, $\psi(z) \rightarrow 0$ и $f(z) \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$. Кроме того в силу осевой симметрии проекция скорости U на ось Or при $r = 0$ должна быть равна нулю: $U(0) = 0$, т.е. $\phi(0) = 0$. Согласно физическому смыслу задачи на оси трубы вертикальная составляющая скорости должна быть максимальна, откуда: $V^I_r(0) = 0$, следовательно

$$F_r^I(0) = 0. \quad (4 \text{ б})$$

С учётом сказанного точное аналитическое решение уравнений (3) имеет вид:

$$\psi(z) = C_{01} \times \exp(-\sqrt{-mn} z); f(z) = C_{02} \times \exp(-\sqrt{-mn} z). \quad (5)$$

Здесь C_{01} и $C_{02} = const$ – произвольные постоянные интегрирования, символ $\exp()$ означает показательную функцию (экспоненту). Подставляя (5) в (1) получим, что C_{01} и C_{02} связаны друг с другом соотношением:

$$m \times C_{02} = (-\sqrt{-nm}) \times C_{01} \quad (6)$$

Для функций $F(r)$ и $\phi(r)$ из системы (2) получим тоже обыкновенные линейные однородные дифференциальные уравнения, но уже с переменными коэффициентами.

$$r F^{II}_{rr}(r) + F^I_r(r) - (mn r) F(r) = 0; \\ r^2 \phi^{II}_{rr} + r \phi^I_r - \phi(r)(1 + mn r^2) = 0. \quad (7)$$

Решения подобных уравнений (типа уравнения Бесселя) в конечном аналитическом виде неизвестно. Поэтому их решения приходится находить в виде степенных рядов. Будем искать значение функций $F(r)$ и $\phi(r)$ в виде:

$$\phi(r) = \sum a_j r^j \quad (j = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

$$F(r) = \sum b_i r^i \quad (i = 0, 1, 2, 3 \dots)$$

Здесь a_j и b_i – постоянные коэффициенты. Другими словами представим, например, $F(r)$ в виде: $F(r) = b_0 + b_1 r + b_2 r^2 + b_3 r^3 + \dots$. Подставляя это выражение в первое уравнение (7) и приравнявая сумму коэффициентов при одинаковых степенях r нулю, получим систему алгебраических линейных уравнений, из которой следует, что все коэффициенты с нечетными номерами $i=1, 3, 5, 7, 9 \dots$ должны быть равны нулю, т.е.:

$$b_1 = b_3 = b_5 = b_7 = b_9 = \dots = 0. \quad (8)$$

Все коэффициенты с чётными номерами $i = 2, 4, 6, 8, \dots$ выражаются через один коэффициент b_0 и соответственно равны:

$$b_2 = b_0 (mn) / [2 \times 2];$$

$$b_4 = b_0 (mn)^2 / [2 \times 4]^2 \text{ и т. д.}$$

Если через $B(r)$ обозначить для краткости выражение для степенного ряда, то значение для $F(r)$ можно записать в виде: $F(r) = \sum b_i r^i = b_0 \times B(r)$. Определение функции $F(r)$ позволяет найти и вторую функцию: $\phi(r)$. В итоге получим, что:

$$\phi(r) = \sum a_j r^j = F_r^I(r) / m = [b_0 r n / 2] \times A(r). \quad (9)$$

Здесь через $A(r)$ обозначено выражение для степенного ряда, также имеющего нулевые коэффициенты с чётными степенями r . Определение расхода Q_{01} через вертикальную проекцию скорости $V(r; 0)$ на входе в трубу и расхода Q_{02} как объёма жидкости, протекающей с горизонтальной проекцией скорости $U(r_0; z)$ в трубу радиуса r_0 и неопределённой высоты позволяет найти значение параметров равным: $m n = -1$ и, соответственно: $C_{01} = -m C_{02}$. При найденном значении $m n = -1$ указанные выше степенные ряды оказываются знакопеременными.

Обозначая максимальную скорость втекающей жидкости на середине трубы как V_{max} , получим: $V_{max} = V(0; 0) = C_{02} \times b_0 \times B(0) = C_{02} \times b_0$. Для данного течения расход жидкости ($S = \pi r^2_0$):

$$Q_0 = 0, 880 \times S \times V_{max} \quad (10)$$

Соответственно искомые значения скоростей течения равны:

$$U = \phi(r) \times \psi(z) = V_{max} \times \exp(-z) \times r A(r) / 2.$$

$$V = F(r) \times f(z) = V_{max} \times \exp(-z) \times B(r). \quad (11)$$

$$\text{Здесь: } B(r) = 1 - 0,25 r^2 + 0,015625 r^4 + \dots$$

$$A(r) = 1 - 0,125 r^2 + 5,2083 \times 10^{-3} r^4 + \dots \quad (12)$$

Выражение для траекторий течения получаем из уравнения:

$dz/dr = V/U = 2B(r)/\{r \times A(r)\}$. Или, после деления степенных рядов $B(r)$ и $A(r)$ и интегрирования, получим в виде:

$$Z(r) = 2 \times \{ \ln(r/r_{нач}) - 0,0625 (r^2 - r_{нач}^2) - 1,303 \times 10^{-3} (r^4 - r_{нач}^4) + \dots \} \quad (13)$$

Здесь: $r_{нач}$ – значение полярного радиуса при $z = 0$, которое служит начальной точкой траектории (фактически – конечной).

Таким образом оказалось возможным найти новое точное решение уравнений Навье-Стокса, причём поскольку найденное точное решение не предполагает неопределённо больших значений скоростей или градиентов скоростей в неограниченных областях течения, то течение должно быть наблюдаемо.

ДЕЙСТВИЕ НА УПРУГО-ПОРИСТОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО ОСЕСИММЕРИЧНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ НАГРУЗКИ

Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В.

(Ханой, Москва)

Рассматривается задача об осесимметричных нестационарных колебаниях упруго-пористого полупространства под действием нормальной поверхностной нагрузки $P(r, \tau)$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $Oxyz$ – прямоугольная декартова система координат; τ – время.

Предполагается, что свойства материала полупространства $z \geq 0$ описываются моделью Био. Начально-краевая задача включает в себя записанные в цилиндрической системе координат r, z, θ ($-\pi < \theta \leq \pi$) гиперболические уравнения относительно трех потенциалов перемещений [1], выражения касательных u, U и нормальных w, W перемещений скелета и жидкости через потенциалы, связь физических компонент тензора напряжений скелета $\sigma_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = r, z, \theta$) и давления σ в жидкости с перемещениями, нулевые начальные условия, условия ограниченности компонент напряженно-деформированного состояния, а также следующие краевые условия на граничной плоскости (β_0 – пористость среды):

$$u|_{z=0} = 0, \sigma_{zz}|_{z=0} = (1 - \beta_0)P(r, \tau), \sigma|_{z=0} = \beta_0 P(r, \tau).$$

Перемещения и напряжения с учетом осевой симметрии и свойств дельта-функции записываются следующим образом (для примера приводятся соотношения только для перемещений скелета; звездочки означают свертки по времени и координатам x, y):

$$u(r, z, \tau) = P(r, \tau) *** \Gamma_{uP}(r, z, \tau), \quad w(r, z, \tau) = P(r, \tau) *** \Gamma_{wP}(r, z, \tau), \quad (1)$$

Здесь Γ_{up} и Γ_{wp} - поверхностные функции влияния, т.е. решения указанной задачи при условии $P = \delta(x, y, \tau)$, где $\delta(x, y, \tau)$ – дельта-функция Дирака.

Для определения функций влияния используются преобразования Лапласа по времени и Ханкеля по радиусу r . Их оригиналы находятся последовательным обращением преобразований аналогично тому, как это сделано в [2]. Свертки в (1) вычисляются численно с учетом сингулярных особенностей ядер.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 12-08-00934) и гранта ФЦП (соглашение № 14.В37.21.0381 от 02.08.2012).

Литература

1. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Осесимметричные нестационарные колебания упруго-пористого полупространства под действием поверхностного возмущения // Труды IX Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижегород, 24–29 сентября 2012 г.) - Нижегород: Издательский дом «Наш дом», 2012. – С. 314-319.

2. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Динамические контактные задачи с подвижными границами. М.: Физматлит, 1995. - 352 с.

ОБОБЩЕННЫЕ СВЯЗАННЫЕ МОДЕЛИ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ И ВЕРЧЕНИЯ ДЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПЛОЩАДОК КОНТАКТА

Киреевков А.А.

(Москва)

Предлагается дальнейшее развитие теории поликомпонентного трения для осесимметричных площадок контакта, состоящее в представлении в более удобном виде для задач динамики, разработанных ранее моделей, а также предлагаются их новые формы более высокого порядка, с уменьшенным числом коэффициентов.

Кроме того, построение связанных моделей комбинированного трения проводится в предположении справедливости не только классического закона Кулона в дифференциальной форме для малого элемента площади внутри пятна контакта, но и его обобщенных форм. Последующее интегрирование дифференциалов главного вектора и момента сил трения по пятну контакта дает точную связанную интегральную модель трения, учитывающую взаимосвязь всех компонент трения. К этой точной форме для облегчения использования ее в задачах динамики применяются аппроксимации Паде, которые строятся на основе аналитических свойств интегральных моделей. В предлагаемом обобщении удалось построить модели, полностью сохраняющие все аналитические свойства интегральных моделей без увеличения числа коэффициентов.

В свою очередь, модели комбинированного сухого основания на Паде разложениях интерпретируются как феноменологические, так как их коэффициенты могут быть определены из эксперимента, что позволяет полностью избежать вычисления кратных интегралов по пятну контакта.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ИЗГИБ БАЛОЧНОЙ ПЛИТЫ, СВЯЗАННОЙ С ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫМ СЛОИСТЫМ ОСНОВАНИЕМ

Козунова О.В.

(Гомель)

При исследовании цилиндрического изгиба балочной плиты, расположенной на слоистом основании с учетом физической нелинейности основания, решается контактная задача нелинейной теории упругости. Для ее решения автором предлагается новая модификация вариационного способа: *вариационно-разностный подход* (ВРП), который позволяет полностью описать напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого основания, исследовать контактную зону «плита–основание», вычислить внутренние усилия и осадки балочной плиты при изгибе. Теория нелинейных расчетов балок и балочных плит на упругом основании, численные результаты с использованием ВРП и их верификация была опубликованы автором в нормативном документе РБ [1] и статьях [2–8].

В предлагаемой работе обобщаются решения контактных задач нелинейной теории упругости (плоская деформация): *линейно упругая* балочная плита на *физически нелинейном* слоистом основании. Моделирование упругого основания математически аргументируется и физически обосновывается. Каждый слой упругого основания описывается, как *нелинейно деформируемая* однородная среда. Для k -того слоя упругого основания выбирается модель упругого слоя конечной толщины с *переменным модулем упругости* E_k , который изменяется функционально в неявном виде и входит в закон нелинейно упругого деформирования основания. В свою очередь закон нелинейно упругого деформирования основания моделируется в виде *функции гиперболический тангенс* [1–6], *степенной функции Бюльфингера* [7-9] и *альтернативной степенной функции по В.Е. Быховцеву* [10]. Коэффициент Пуассона упругого слоя ν_k , в силу малости своего изменения, принимается постоянным.

При постановке сформулированных задач используются гипотезы и допущения теории упругости: в зоне контакта плиты с упругим основанием возникают только нормальные напряжения (реактивные давления); силами трения пренебрегаем; для плиты справедливы гипотезы теории цилиндрического изгиба. При расчете слоистое основание заменяется прямоугольной расчетной областью и аппроксимируется несимметричной разбивочной сеткой с переменным шагом по осям: в зоне возможных концентраций напряжений – шаг уменьшен, в приграничной зоне – увеличен. НДС балочной плиты и

упругого основания исследуется численно с использованием *переменного* модуля деформации.

Поставленные контактные задачи замыкаются *граничными условиями*: в зоне контакта балочной плиты с упругим основанием справедливо равенство осадок основания v_i прогибам плиты в k -том сечении $v_i = y_k$; на границе расчетной области перемещения принимаются равными нулю $u = 0, v = 0$. Искомое решение: $u_i(x), v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в контактной зоне.

В силу нелинейности рассматриваемые задачи решаются методом упругих решений А. А. Ильюшина в области малых упруго пластических деформаций [11], который предполагает итерационный алгоритм нелинейного расчета. При каждой итерации модуль деформации в i -той точке разбивочной сетки изменяется дискретно, поэтому при его вычислениях используется соотношения, которые зависят от закона нелинейно упругого деформирования основания.

Решения контактных задач строятся в перемещениях и численно реализуется методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными соотношениями. Энергия деформаций упругого основания получается суммированием по объему основания энергий деформаций прямоугольных участков для каждой ячейки МКР. В результате системы дифференциальных уравнений заменяется системами линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

Для нелинейных расчетов предлагаемых выше алгоритмов контактных задач составлены компьютерные программы на языке *Mathematica 8.0* и проведены их числовые апробации для двухслойных оснований с учетом местных ослаблений, для различных моделей законов нелинейно упругого деформирования основания и двух вариантов переменного модуля упругости: *касательного и секущего*.

Результаты расчетов показали, что влияние вида переменного модуля упругости (касательный или секущий) в теоретическом исследовании цилиндрического изгиба балочной плиты, связанной с физически нелинейным основанием, *неоднозначно*. А именно: итерационный процесс сходится быстрее при расчете *прогибов балочной плиты* с использованием *секущего* модуля упругости, при расчете *реактивных давлений* на контакте балочной плиты со слоистым основанием и *внутренних усилий* в сечениях плиты – с использованием *касательного* модуля упругости. В связи с этим в нелинейных расчетах по *деформационной модели* предпочтительнее использовать касательный модуль упругости.

Использование различных моделей законов нелинейно упругого деформирования слоистого основания также неоднозначно: итерационный процесс сходится быстрее с применением функции *гиперболический тангенс*, однако точность вычисления выше с использованием *степенных функций Бюльфингера* и *альтернативной по В.Е. Быховцеву*. В работе показано, что закон нелинейно упругого деформирования основания влияет

на значения параметров напряженно-деформированного состояния как основания, так и балочной плиты.

Таким образом, при исследовании цилиндрического изгиба балочной плиты, связанной со слоистым основанием, с учетом физической нелинейности основания, следует реальную диаграмму нелинейно упругого деформирования упругих слоев основания аппроксимировать предлагаемыми в данной работе моделями законов нелинейно упругого деформирования в зависимости от вида неоднородной среды.

Литература

1. *P5.01.056.09* Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов / О. В. Козунова / Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами – Минск, СТРОЙТЕХНОРМ – 2009 – 79 с. – С. 39-47, 49-58
2. *Козунова, О. В.* Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск: БНТУ, 2008. – С. 37–65.
2. *Босаков, С. В.* Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно–упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета. Часть 1/ С. В. Босаков, О. В. Козунова// Вестник БНТУ. – 2009. – №1. – С. 5 – 13.
3. *Босаков, С. В.* Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно–упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Результаты расчета. Часть 2 / С. В. Босаков, О. В. Козунова// Вестник БНТУ. – 2009. – № 2. – С. 15–19.
4. *Босаков, С. В.* Нелинейный расчет фундаментных плит на многослойном основании со слабым слоем / С. В. Босаков, О. В. Козунова // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь. – Полоцк: ПГУ, 2008. – С. 175-184.
5. *Козунова, О.В.* Влияние биогенных включений на результаты нелинейных расчетов фундаментных плит на грунтовых основаниях / О.В. Козунова // Актуальные научно–технические проблемы современной геотехники. – Т.2 – Санкт-Петербург: СПбГАСУ, 2009. – С. 165–172.
6. *Козунова, О. В.* Нелинейный расчет фундаментных плит на слоистых основаниях с использованием секущего модуля деформации. / О. В. Козунова// Строительство и архитектура. – Вестник БрГТУ. – 2009. – № 1 (55) – С. 32–39.
7. *Козунова, О. В.* Нелинейный расчет инженерной системы «плита – основание» с использованием переменного модуля деформации/ Козунова О. В., Сигай Е. А. // Научно-технический журнал «Вестник гражданских инженеров» – Санкт-Петербург, СПбГАСУ – № 1 (26) – 2011 – 213 с. – С. 72–82.

8. Козунова, О. В. Верификация вариационно-разностного подхода при расчете нелинейно-упругого неоднородного основания под балочной плитой/ Козунова О. В., Щетько Н. С. // Научно-технический журнал «Строительная наука и техника» – Минск – № 2 (35) – 2011 – 84 с. – С. 57–61

9. Лукаш, П. А. Основы нелинейной строительной механики / П. А Лукаш. – М.: Стройиздат, 1978. – 204 с.

10. Быховцев, В. Е. Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твердых тел / В. Е. Быховцев. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скарны, 2007. – 219 с.

11. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – М.: Высшая школа, 1990. – 398 с.

УПРУГАЯ ОРТОТРОПНАЯ ПОЛУПЛОСКОСТЬ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ КАСАТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Кутуев С.А., Кубенко В.Д., Тарлаковский Д.В.

(Москва, Киев)

В настоящее время актуальны задачи о нестационарном взаимодействии упругих деформируемых тел. Первый этап аналитического исследования таких взаимодействий заключается в отыскании функций влияния для каждого тела. Решение данной задачи для изотропной среды приведено во многих работах. Для анизотропных тел число публикаций значительно меньше.

В данной работе исследуются нестационарные поверхностные функции влияния для однородной ортотропной полуплоскости, т.е. компоненты напряженно-деформированного состояния при задании на границе нестационарной нагрузки в виде δ -функции Дирака.

Эта задача решается с помощью применения преобразований Лапласа по времени и Фурье по координате, соответствующей границе полуплоскости, к системе уравнений в перемещениях и граничным условиям с учетом однородности начальных условий. Предполагается, что на бесконечности возмущения отсутствуют. Рассматриваются граничные условия трех типов: кинематические, динамические и смешанные.

В пространстве преобразований Фурье-Лапласа найдено общее представление ненулевых компонент вектора образов перемещений и тензора образов напряжений. После удовлетворения граничным условиям получены изображения соответствующих трех типов функций влияния.

В виду сложностей, связанных с построением оригиналов, далее рассматриваются только функции влияния на границе. Для их нахождения используется метод совместного обращения преобразований Фурье и Лапласа, основанный на построении аналитических представлений изображений по Лапласу. При этом

выделяются соответствующие ветви многозначных функций, что приводит к введению ограничений на упругие постоянные для реально существующих материалов. Полученные три точки ветвления для изображений соответствуют трем диапазонам - носителям частей оригиналов функций влияния.

В качестве примера для конкретных ортотропных материалов приведены результаты для функции влияния третьего типа для напряжений, действующих вдоль границы полуплоскости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 12-01-90407, 12-08-00934).

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПАРАШЮТА

Леонов С.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т.

(Москва)

В докладе излагаются две методики решения задач прочности парашютов, основанных на аналитическом методе сечений (интегральный метод) [1] и численном методе сосредоточенных масс [1, 2].

Расчет парашюта на прочность сводится к вычислению минимальных значений коэффициентов запаса прочности элементов его конструкции соответствующих максимальной расчетной нагрузке в коуше. При этом учитывается: фаза наполнения парашюта, задаваемая диаметром опасного сечения, максимально допустимая перегрузка, коэффициент безопасности и коэффициенты потери прочности текстильных материалов при изготовлении, хранении, укладке и применении парашютных систем.

Суть интегрального метода сводится к вычислению коэффициентов запаса прочности в трех сечениях: по стропам, в горизонтальном (радиальные ленты) и вертикальном (кольцевые ленты).

Численный метод, реализованный в виде автоматизированной системы расчета «Формообразование», позволяет получить значения коэффициентов запаса прочности для отдельных элементов конструкции парашюта. При этом расчет состоит из двух этапов. На первом этапе определяются форма, и напряженно-деформированное состояние парашюта по заданному перепаду давлений методами сосредоточенных масс и установления [1, 2]. Выходными данными первого расчетного этапа являются форма и натяжения в силовых элементах конструкции парашюта: лентах, стропах и ткани. На втором этапе вычисляются коэффициенты запаса прочности силовых элементов парашюта, и производится автоматизированный поиск их минимальных значений.

Система «Формообразование» состоит из четырех программных модулей и базы данных физико-механических характеристик текстильных материалов. Первые три модуля предназначены для создания дискретных расчетных упругих

схем однооболочковых парашютов с плоской круглой, квадратной и крестообразной раскройными формами и наличием конструктивных особенностей (объемных раскройных форм, конструктивной проницаемости, тканевого напуска, внутренних строп и др.), четвертый для расчета формообразования, напряженно-деформированного состояния, прочности и оценки результатов расчета. Разработанный для системы графический интерфейс пользователя позволяет сократить время разработки дискретных расчетных упругих схем парашютов и изучения ее пользователем.

Литература

1. Лялин В.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т. Парашютные системы. Проблемы и методы их решения. М.: Физматлит, 2009.
2. Леонов С.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т. Моделирование формообразования и прочностных характеристик парашютов // Изв. РАН МТТ. – №2. – 2011. – С. 183-198.

ДЕЙСТВИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПРЯМОУГОЛЬНУЮ ПЛАСТИНУ, ОКРУЖЕННУЮ АКУСТИЧЕСКИМИ СРЕДАМИ

Локтева Н.А., Паймушин В.И., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В.

(Москва, Казань, Гомель)

В работе выполнено исследование звукоизоляционных свойств пластины, находящейся под воздействием гармонической волны. Пластина имеет трехслойную структуру. Рассматривается двумерный случай пластины, имеющей конечную длину по двум координатам. На пластину со стороны одной из окружающих сред набегают плоская гармоническая волна с заданными амплитудой давления и частотой.

Движение пластины описывается системой алгебраических уравнений [1], учитывающих особенности конструкции и материалов несущих слоев и заполнителя. Для решения поставленной задачи все функции, входящие в систему уравнений представляются в виде тригонометрических рядов, удовлетворяющих граничным условиям. Дифракция на краях пластины не учитывается. Из решения вспомогательной задачи устанавливается связь между кинематическими параметрами и амплитудами давления в набегающей, прошедшей и отраженной волнах.

В результате решения системы алгебраических уравнений, определяются амплитуды давлений в набегающей волне и в волне, излучаемой преградой.

Основной целью работы является определение зависимости от частоты коэффициента поглощения пластины η :

$$\eta = \left| \frac{p_2}{p_*} \right| = \left| \frac{1}{p_*} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} p_{2nm} \sin(\lambda_n x_1) \sin(\lambda_m x_2) \right|.$$

Кроме того, определяется коэффициент поглощения R , измеряемого в децибелах, в зависимости от частоты:

$$R = -20 \cdot \lg \eta.$$

Приведены примеры расчетов для различных заполнителей и длин пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 12-08-90039, 13-08-90435).

Литература

1. Иванов В.А., Паймушин В.Н. Уточнение уравнений динамики многослойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем. - Изв. РАН. МТТ, 1995, №3, с. 142-152.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРА ЗВУКОПОГЛОЩЕНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НА НЕЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Локтева Н.А., Сердюк Д.О.

(Москва)

Исследуются звукоизоляционные свойства пластина, окруженной с двух сторон акустическими средами «1» и «2». Пластина имеет трехслойную структуру: несущие слои являются упругими изотропными, а заполнитель – ортотропный. Используется прямоугольная декартова система координат $Oxyz$. При этом предполагается, что плоскость Oxy для пластины является срединной, а ось Oz направлена в глубь среды «1».

На пластину набегают цилиндрическая гармоническая волна с амплитудой давления на фронте p_* и частотой ω . В результате ее взаимодействия с пластиной в окружающих средах возбуждаются давления с амплитудами p_1 и p_2 соответственно. Основной целью является вычисление коэффициента поглощения преграды:

$$\eta = \left| p_2 / p_* \right|_{z=0}, \quad (1)$$

в зависимости от параметров пластины.

В формуле (1) p_2 , p_* - амплитуда давления в среде «2» и амплитуда давления набегающей волны в среде «1» соответственно.

$$p_* = -i\omega\rho_1 A H_0^{(2)}\left(k\sqrt{x^2 + d^2}\right), \quad (2)$$

Для определения связи давлений с кинематическими параметрами пластины рассмотрим вспомогательную задачу об излучении волны от границы полупространства. В результате получаем взаимосвязь давлений амплитуд в прошедшей и отраженных волнах с перемещениями через функцию Г.

Для решения задачи к уравнениям [1,2], с учетом выражение для амплитуд давлений в набегающей и отраженной волнах, применяем преобразование Фурье по координате x . В итоге получено выражение для определения амплитуды в прошедшей сквозь преграду волне.

Приняв, что физические свойства акустических сред одинаковые и с учетом формул (1) и (2), получаем выражение для вычисления коэффициента поглощения трехслойной пластины при набегающей цилиндрической волне:

$$\eta = \frac{P_2}{P_{1*}} = 2\omega^2 \rho_0 \frac{J_1(x, \omega^2) + J_2(x, \omega^2)}{H_0^{(2)}\left(k\sqrt{x^2 + d^2}\right)},$$

где: $J_1(x, \omega^2)$, $J_2(x, \omega^2)$ - интегралы, входящие в выражения для амплитуды в прошедшей волне, учитывающие конструктивные особенности пластины и механические свойства материалов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 12-08-31099, 12-08-90039).

Литература

1. Иванов В.А., Паймушин В.Н. Уточненная постановка динамических задач трехслойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем численно-аналитический метод их решения. - Прикладная механика и техническая физика, 1995, т. 36, №4, с. 147-151.
2. Иванов В.А., Паймушин В.Н. Уточнение уравнений динамики многослойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем. - Изв. РАН. МТТ, 1995, №3, с. 142-152.

О НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СВАРНЫХ ТОЧЕК

Макаревский Д.И., Вышедкевич И.У., Будник Г.Д., Коротков М.О., Рыбаулин А.Г.

(Москва)

В конструкциях авиационных ракет в условиях жестких требований по компоновке, габаритам, весовым и другим ограничениям, часто крыло размещают на обечайке РДТТ. При этом консоли крыла крепят при помощи кронштейнов приваренных точечной сваркой к обечайке. При проектировании по-

добных соединений возникает проблема оценки несущей способности сварных точек от действующих на консоль аэродинамических нагрузок, которые в общем случае, сводятся к усилиям отрыва и среза, действующим на точки.

В работе сопоставляются результаты экспериментального и теоретического исследований несущей способности сварных точек на простейших моделях на отрыв и срез. Модели изготовлены из материалов:

–сталь 1 - сталь ЭИ-712 (материал кронштейнов), $\sigma_{0,2}=1030$ МПа, $\sigma_b=1200$ МПа, $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_1=2000$ МПа, $\delta=12\%$;

–сталь 2 - высокопрочная закаленная сталь, применяется для корпусов РДТТ, $\sigma_{0,2}=1275$ МПа, $\sigma_b=1500$ МПа, $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_1=3500$ МПа, $\delta=6\%$.

Модель на срез выполнена из двух прямоугольных полосок шириной 25мм, длиной 150мм, толщиной: сталь 1 - 2,5мм, сталь 2 - 2мм. Полоски сваривались точкой $d=5^{+2}$ мм. Модели устанавливались непосредственно в захваты разрывной машины и нагружались до разрушения.

Модель на отрыв – две полоски длиной 80мм, шириной 25мм, толщина полосок такая же, как и для испытаний на срез. Полоски согнуты П-образно. Ширина внутреннего проема 30мм. Изогнутые полоски сварены по центру точкой $d=5^{+2}$ мм. Модели закреплялись в приспособлении, которое закреплялось в захватах разрывной машины.

Результаты испытаний на срез и отрыв точек приведены ниже.

Испытания на срез (средние значения по 54 образцам)

Усилие среза, кН	Диаметр ядра, мм	Процент проплава полосок	
		Сталь 1	Сталь 2
30,4	6,7	68	60

Испытания на отрыв (средние значения по 5 образцам)

Усилие отрыва, кН	Диаметр ядра, мм	Процент проплава полосок	
		Сталь 1	Сталь 2
6,9	6,8	65	69

При испытаниях на срез и отрыв разрушение происходило, как по сварным точкам, так и с выровом точки по более тонкому материалу (сталь 2).

Разрушенные образцы и образцы свидетели разрезались поперек по диаметральному сечению сварных точек. Плоскости разрезов шлифовались. Прибором Виккерс по сечению измерялась твердость и переводилась в единицы HRC. В области литого ядра твердость составляла примерно 45 HRC, а в зонах термического влияния стали 1- 39 HRC и стали 2 - 43 HRC.

Для испытанных образцов методом конечных элементов был произведен нелинейный расчет разрушающих нагрузок на срез и отрыв точек программным пакетом SolidWorks Simulation. Сварные точки моделировались двумя способами:

-1 - отдельным телом (ядром с характеристиками: $\sigma_{0,2}=1360$ МПа, $\sigma_b=1500$ МПа, $E=2 \cdot 10^5$ МПа, $E_1=5200$ МПа, $\delta=5\%$) в форме двух половинок эллипсоида вращения, связанные между собой, вставленных в соединяемые полосы.

-2 - более грубо. На одной из полосок вводилась линия разреза по диаметру сварной точки и выделенная область связывалась с поверхностью второй полосы.

Использовалась параболическая (высокая) сетка с количеством узлов порядка 80000. Нагрузка в расчете менялась линейно в зависимости от фиктивного времени. Проводился анализ от времени (нагрузки) эквивалентных напряжений по Мизесу и по теории Мора, первого главного напряжения, первой главной деформации, интенсивности деформаций, напряжений среза.

Для отрыва удовлетворительный результат получен по критерию наибольшей линейной деформации. Предельная деформация в ядре $\epsilon_1=5\%$ достигалась при усилии отрыва 7,26 кН.

На срез хорошее совпадение с экспериментом имеет место по усилию, при котором в сварной точке достигается максимальное касательное напряжение $\tau_{\max} = \tau_b = 0,65 \cdot \sigma_b$ - $P_{\text{среза}}=31,5$ кН. Расчет усилия среза из условия равенства максимального эквивалентного напряжения по Мизесу пределу прочности дает величину $P_{\text{среза}}=23,6$ кН, а по критерию равенства наибольшей линейной деформации предельной величине (5%) $P_{\text{среза}}=22,6$ кН.

Очевидно, оценку несущей способности точек при совместном нагружении усилиями среза и отрыва, на этапе проектирования, целесообразно вести по критерию наибольшей линейной деформации, дающему, в общих случаях, заниженные значения разрушающих нагрузок.

ПЛОСКАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЗАДАЧА О РАВНОУСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ СИЛЫ ПО УПРУГОМУ ПОЛУПРОСТРАНСТВУ

Оконечников А.С., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.

(Москва)

В начальный момент времени к свободной поверхности однородного изотропного, линейно упругого полупространства прикладывается нормальная сосредоточенная сила, которая начинает двигаться вдоль его поверхности по некоторому заданному закону $f(\tau)$ (τ - безразмерное время). Задача рассматривается в плоской постановке и ее решение строится в декартовой прямоугольной системе координат Oxz . Ось Ox направлена вдоль невозмущенной границы полупространства, а Oz - вглубь полупространства.

В рассматриваемой задаче особым интересом пользуется вопрос о поведении функции перемещений при стремлении нагрузки к фронтам волн Рэлея, сдвига и растяжения-сжатия. В случае равномерного закона движения нагрузки этот вопрос был изучен в работе [1]. Теперь исследуем его при равноускоренном движении нагрузки по закону $f(\tau) = a\tau^2$.

Можно показать, что при любом законе $f(\tau) \in C[0, \tau]$ можно ввести замену переменной и таким образом перейти к автомодельной задаче. При этом в задаче изменится только подынтегральная функция, границы интегрирования качественно не изменятся.

В итоге задача сводится к отысканию первообразной функции

$$F(y) = \int \frac{G_f(y, 1)}{y - f[t(y, \tau, a, x)]} dy$$

где $G_f(y, 1)$ - функция влияния, известное решение задачи Лэмба [2, 3], τ, a, x - параметры. Точкой обозначено дифференцирование по времени.

В случае равномерного движения $F(y)$ имела следующий вид:

$$F(y) = \int \frac{G_f(y, 1)}{y - V} dy$$

Для равноускоренного режима:

$$F(y) = \int \frac{G_f(y, 1)}{\sqrt{y^2 - 4a(y\tau - x)}} dy$$

функция $G_f(y, 1)$ содержит иррациональность $\sqrt{1 - \eta_k^2 y^2}$, поэтому избавляясь от иррациональности в числителе подынтегральной функции, и раскладывая $G_f(y, 1)$ на элементарные дроби, получим:

$$F_k(y) = \sum_{i=1}^7 \int \frac{a_i}{(y - c_i) \sqrt{1 - \eta_k^2 y^2} \sqrt{y^2 - 4a(y\tau - x)}} dy$$

a_i - коэффициенты разложения, η_k ($k = 1, 2$) - безразмерная скорость фронтов волн растяжения-сжатия и сдвига соответственно. c_i - коэффициент, в общем случае комплексный.

Последний интеграл путем последовательных замен переменной $y = (\mu y' + \nu) / (y' + 1)$, $y'^2 = -\frac{M_1}{N_1} z'^2$ [4] преобразуется к следующему виду:

$$F_k(z', y') = \sum_{i=1}^7 a_i \left(F_{1,i}(z') + \left(1 - \frac{\beta'_i}{\alpha'_i} \right) (F_{21,i}(y') + F_{22,i}(z')) \right)$$

$$F_{1,i}(z') = \frac{1}{\alpha'_i \sqrt{-N_1 M_2}} \int \frac{dz'}{\sqrt{1-z'^2} \sqrt{1-k^2 z'^2}}$$

$$F_{21,i}(y') = -\alpha'_i \int \frac{y' dy'}{(\beta_i^2 - \alpha_i^2 y'^2) \sqrt{N_1 y'^2 + M_1} \sqrt{N_2 y'^2 + M_2}}$$

$$F_{22,i}(z') = \frac{1}{\beta'_i \sqrt{-N_1 M_2}} \int \frac{dz'}{(1+hz'^2) \sqrt{1-z'^2} \sqrt{1-k^2 z'^2}}$$

замена $y'^2 = u$ приводит $F_{21}(y')$ к элементарному интегралу:

$$F_{21,i}(u) = -\frac{\alpha'_i}{2} \int \frac{du}{(\beta_i'^2 - \alpha_i'^2 u) \sqrt{N_1 u + M_1} \sqrt{N_2 u + M_2}}$$

$$\alpha' = \mu - c_i; \beta' = \nu - c_i;$$

$$\mu = \frac{1 + 4ax + \sqrt{1 + 8ax + 16a^2 x^2 - 16a^2 \tau^2}}{4a\tau}; \nu = \frac{-1 - 4ax + \sqrt{1 + 8ax + 16a^2 x^2 - 16a^2 \tau^2}}{4a\tau}$$

$$N_i = p_i \mu + \mu^2 + q_i; M_i = \nu^2 + q_i + p_i \nu; p_1 = 0; q_1 = -1; p_2 = -4a\tau; q_2 = 4ax; (i = 1, 2)$$

Интегралы в $F_{1,i}(z')$ и $F_{22,i}(z')$ - эллиптические 1-го и 3-го рода соответственно.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-08-00934-а.

Литература

1. *Оконечников А.С., Федотенков Г.В.* Нестационарные задачи о движении нагрузки вдоль поверхности упругой полуплоскости // Матер. XVIII междунар. симп. «Динам. и технолог. пробл. мех. констр. и сплош. сред» им. А.Г. Горшкова - М., 2012., том 2 - С. 56-58.
2. *Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В.* Динамические контактные задачи с подвижными границами. - М.: Наука. Физматлит, 1995. -68. с.
3. *Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В.* Волны в сплошных средах - М., Физматгиз, 2004. - 472 с.

4. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления (том 2)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАСЩЕПЛЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОГО КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ

Пряжевский Р.Д., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.

(Москва)

Рассматриваются плоские нестационарные контактные задачи для абсолютно твердых ударников и деформируемых оснований. Движение оснований описывается известными уравнениями движения тонкой мембраны, пластины или сплошной упругой среды. В качестве ударников рассматриваются полубесконечные или конечные штампы. Полубесконечный штамп в плане представляет собой четвертьплоскость, а конечный штамп имеет прямоугольное поперечное сечение (рис. 1 и 2).

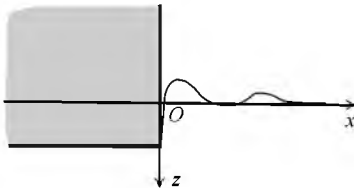


Рис. 1

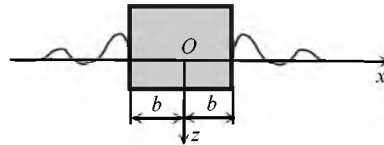


Рис. 2

В начальный момент времени основание находится в невозмущенном состоянии. Ударник движется вертикально по заданному закону

$$h = f(\tau), \quad (1)$$

где h - перемещение ударника, τ - безразмерное время.

Решение задачи разыскивается в неподвижной прямоугольной декартовой системе координат xOz . Ось Ox направлена вдоль невозмущенной поверхности основания.

При $z = 0$ в пространстве преобразований Фурье по координате x и Лапласа по времени справедливо соотношение между изображениями нормальных перемещений и контактных напряжений [1]

$$w^{FL} = G^{FL} \sigma^{FL} \quad (2)$$

Здесь w^{FL} , σ^{FL} - изображения по Фурье и Лапласу нормальных перемещений и напряжений; G^{FL} - изображение функции влияния упругого основания (фундаментальное решение) [2].

Функция влияния представляет собой нормальные перемещения при $z = 0$ как решение задачи о воздействии на основание нормальной нагрузки вида $p = \delta(x)\delta(\tau)$ (рис. 3).

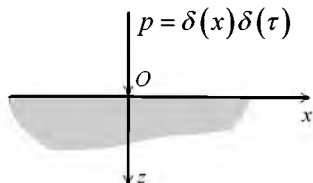


Рис. 3

Метод решения основан на расщеплении изображения функции влияния на произведение множителей, у которых носители оригиналов сосредоточены на лучах в плоскости Oxz .

Подставляя полученную факторизацию функции влияния в соотношение (1) и применяя к полученному выражению обобщенную теорему Лиувилля [3], удается получить явные представления для нормальных перемещений основания и контактных напряжений.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-08-00934-а.

Литература

1. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Динамические контактные задачи с подвижными границами. М.: Наука. Физматлит, 1995. 352 с.
2. Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004. 467 с.

3. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. - Изд. 13-е. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 432 с.

ФОРМЫ ДВИЖЕНИЯ РОТОРА ПРИ ЕГО ВНЕЗАПНОЙ РАЗБАЛАНСИРОВКЕ

Самсонов Ю.П.

(Москва)

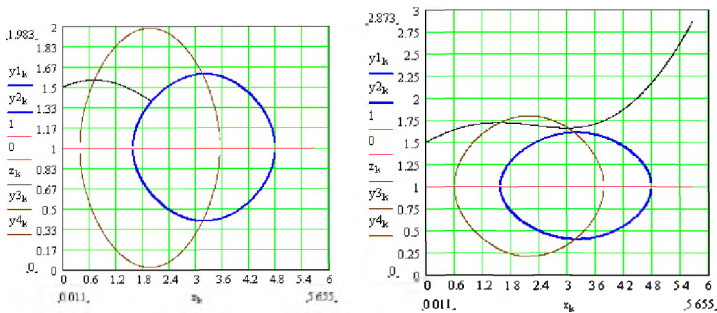
Рассматриваемая задача имеет давнюю историю, и казалось, что конструктивные мероприятия, балансировка не должны приводить к серьезным последствиям при задевании вращающихся деталей элементов статора. Однако, анализ имевших место крупных аварий на электростанциях показал, что одной из причин при внезапной разбалансировке могло быть явление так называемого обката ротора по статору. При этом возможны режимы, при которых угловая скорость обегания вала по статору резко возрастает за малый промежуток времени. Режимов обката может быть несколько: ударное касание ротора со статором с последующим отскоком, касание без отскоков с проскальзыванием; касание без отскоков и без проскальзывания.

В предлагаемой работе рассматривается турбоагрегат, состоящий из двухопорного ротора с одним диском и статора. Агрегат располагается на подвижной платформе через систему амортизации.

Ротор считаем невесомым; скорость вращения постоянна; при внезапной разбалансировке рассматривается ситуация когда происходит касание ротора в подшипнике и касание диска статорных элементов

Рассмотрены характерные режимы движений ротора.

1. Определено время перемещения цапфы ротора до соприкосновения со статором и усилие, действующее на статор в момент соприкосновения.
2. Зона бесконтактного движения. Описаны фазовые портреты бесконтактных движений ротора с обратной прямой прецессией
3. Зона контактного движения с отскоком и с обкаткой при обратной прецессией



На рисунках показаны характерные траектории, вид которых определяется сочетанием значений параметров системы. Ось абсцисс соответствует прямой синхронной прецессии. В зоне $0 < Y < 1$ имеет место прямая несинхронная прецессия. Выше прямой $Y = 1$ обкат происходит с обратной прецессией

ЛАЗЕРНАЯ ТЕРМООБРАБОТКА КОРРОЗИОННОСТОЙКОЙ СТАЛИ 12X18H10T

Тарасова Т.В., Белашова И.С., Кузьмин С.Д., Казаков А.В.

(Москва)

Рассмотрено применение коррозионностойких сталей в промышленности, проанализированы проблемы, с которыми сталкивается промышленность при применении сталей этого типа. Показаны возможные пути их решения, главным из которых является повышение твердости и износостойкости путем воздействия лазерным излучением. Приведены важнейшие коррозионные и механические свойства стали марки 12X18H10T. Показаны результаты воздействия на сталь импульсного излучения лазера при различных режимах. Проанализировано влияние мощности лазерного излучения на твердость поверхности. Приведены способы дальнейшего увеличения качественных характеристик данной марки стали лазерным излучением.

Современное развитие промышленности неразрывно связано с разработкой новых технологий, созданием новых материалов и методов их модификации для применения в различных условиях и отраслях промышленности, а также для продления срока службы деталей и узлов машин и оборудования.

Наиболее широко используемым материалом в тяжелой промышленности были и остаются коррозионностойкие стали. Наибольшее распространение среди коррозионностойких сталей получила сталь марки 12X18H10T, на долю которой приходится свыше 70% общего объема производства коррозионностойких

сталей. Сталь 12X18H10T – коррозионнотойкая титаносодержащая сталь аустенитного класса.

Стали данного класса отличают более высокая коррозионная стойкость, лучшие технологические свойства по сравнению с хромистыми нержавеющейими сталями. Они сохраняют свою прочность до более высоких температур, менее склонны к росту зерна при нагреве и не теряют пластичности при низких температурах. Для уменьшения склонности к межкристаллитной коррозии в состав стали вводят титан и ниобий. Благодаря чему сталь 12X18H10T успешно применяется для изготовления деталей, способных сохранять свои качества при температуре до 600 градусов. Используются в различных отраслях промышленности: сварочных аппаратах, емкостях работающих в контакте с агрессивными средами и в атмосферных условиях и т.д. Продукция из стали 12X18H10T используются в строительной, пищевой промышленности, в медицинском оборудовании. Бесшовные трубы из стали 12x18n10t находят широкое применение в нефтехимической области, автомобилестроении, машиностроении и прочих областях промышленности.

Оптимальной термической обработкой для данной сталей является закалка с 1050 °С-1080°С в H₂O [1], после закалки механические свойства характеризуются максимальной вязкостью, пластичностью и коррозионной стойкостью, но не высокими прочностью и твёрдостью. После стандартной термической обработки сталь имеет структуру - раствора. Сталь 12X18H10T не претерпевает каких-либо превращений при нагреве под горячую пластическую деформацию и при охлаждении до -196⁰ С. При длительных выдержках в интервале 450 - 650⁰С наблюдается выделение карбидов хрома типа Cr₂₃C₆, что вызывает появление склонности стали к межкристаллитной коррозии с минимальным инкубационным периодом при 600⁰С и равным 8-10 часов (испытание в кипящей 65% азотной кислоте, три цикла по 48 часов) [6].

Одним из способов увеличения прочностных характеристик стали, развиваемым в последние годы, является лазерная обработка. Проводятся различные эксперименты по лазерному легированию и аморфизации поверхности [2,3].

В рамках данного исследования были проведены эксперименты по термообработке образцов стали 12X18H10T на импульсном лазере LRS-150 «Булат».

Исследование проводилось на трех образцах, обработанных лазером при различных режимах [Табл. 1].

Табл. 1. Режимы обработки

№	Энергия в импульсе
1.	32 Дж
2.	25 Дж
3.	17 Дж

Варьирование шага, частоты излучения и длительности импульса не дало серьезного изменения структуры зоны обработки. Поэтому принимали данные величины постоянными (шаг $p=0,3$, частота $\gamma=10$ Гц, длительность импульса $t=6$ мс).

После термообработки проводились замеры микротвердости по трем точкам с использованием метода невосстанавливаемого отпечатка с помощью четырехгранной пирамидки с квадратным основанием. Результаты сравнивались с микротвердостью необработанной поверхности, твердость которой HV 243. Результаты приведены в табл. 2. Фотографии структуры металла после обработки представлены на рис. 1-3.

Табл. 2. Измерение микротвердости образцов

Образец	№	Микротвердость
1.	1.	300 HV
	2.	260 HV
	3.	258 HV
2.	1.	382 HV
	2.	325 HV
	3.	287 HV
3.	1.	325 HV
	2.	293 HV
	3.	289 HV

Рис. 1. Образец №1. Увеличение $\times 200$.

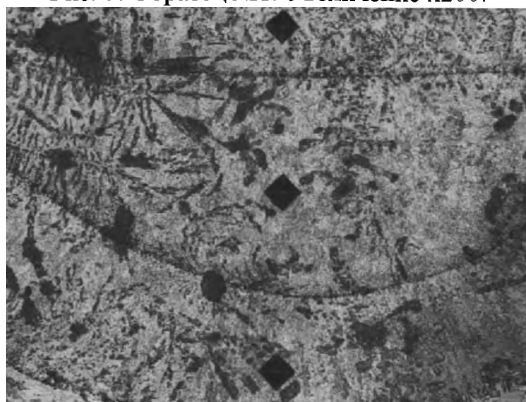


Рис. 2. Образец №2. Увеличение x200.

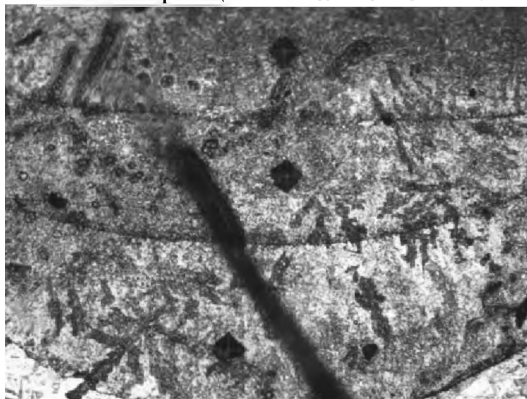
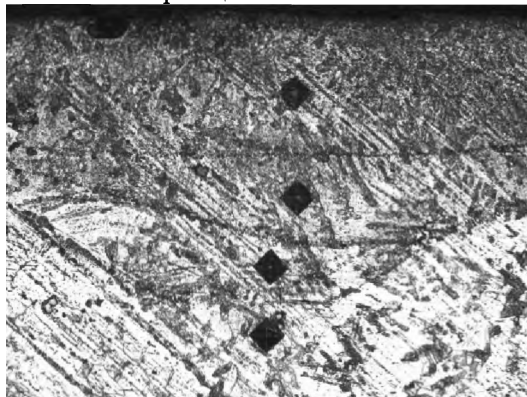


Рис. 3. Образец №3. Увеличение x200.



Анализ полученных результатов показал, что после лазерной обработки с оплавлением и без оплавления поверхностного слоя не наблюдается значительного упрочнения стали 12X18H10T. Эксперименты показали, что сталь 12X18H10T упрочняется больше, чем сталь 08X18H10T, однако разупрочнение по мере увеличения температуры возрастает в большей степени вследствие снижения устойчивости стали против разупрочнения при повышении содержания углерода.

Более заметное упрочнение стали возможно получить поверхностным легированием зоны плавления углеродом. Лазерное борирование стали позволяет значительно повысить поверхностную твердость, обеспечивая упрочнение аустенитной стали без коробления и деформации изделий.

Другим перспективным способом обработки стали, является разновидность лазерного упрочнения — аморфизация поверхности сплава в условиях скоростного облучения [4]. Используя дискретный импульсный или непрерывный лазерный луч определенной интенсивности, по определенному рисунку создаются участки с упрочненной структурой и неупрочненные участки. Упрочненные участки играют роль несущей поверхности с высокой износостойкостью, а неупрочненные участки - роль демпферов, гасящих структурные и температурные напряжения, которые всегда возникают при скоростном тепловом воздействии на поверхность материала. Данный вид термоупрочнения проводится очень короткими импульсами или сканирующим лучом лазера. При этом в узком поверхностном слое толщиной около 0,02...0,05 мм скорости охлаждения могут достигать значений 106...107 °C/с, которые являются достаточными для перевода металла в аморфное состояние [5]. В результате достигаются высокая твердость, коррозионная стойкость металла и другие специфические свойства материала. Большие перспективы имеет лазерная аморфизация сталей с одновременным легированием поверхности элементами бора или кремния для увеличения склонности к аморфизации. Режимы оплавления подбирают так, чтобы после охлаждения склонность к аморфизации была наибольшей.

Ввиду широкого применения коррозионностойких сталей в промышленности и перспективных свойств аморфных поверхностей, получаемых при обработке лазером, дальнейшее развитие данной технологии выглядит весьма перспективным.

Литература

1. *Лахтин Ю.М.* Металловедение и термическая обработка металлов, 1983, 360 с. – с. 282
2. *Лахтин Ю.М., Тарасова Т.В.* Исследование поверхностного упрочнения стали аустенитного класса после термической и химико-термической обработки. // АН СССР «Структура и свойства немагнитных сталей»: Тез. докл. IV Всес. Сопещения / - М.: ИМЕТ АН СССР, 1983.
3. *Лахтин Ю.М., Тарасова Т.В.* Поверхностное упрочнение коррозионностойких сталей излучением лазера. Известия вузов/ Лахтин Ю.М. //М.: Машиностроение.-№2-1984. (Издание МВТУ им. Н.Э. Баумана. М.. ISSN 0536-1044)
4. *Зенин Б.С.* Современные технологии модифицирования поверхности и нанесения покрытий. Электронное учебное пособие – Томск, ТПУ, 2011. – 6 т., - 19 с.
5. *О.В. Тюленев.* Конструктивные особенности автосцепного устройства подвижного состава железных дорог.
6. *Новиков И.И.* Теория термической обработки металлов. Учебник. Изд. 3-е, испр. и доп. - М.: Металлургия, 1978. - 392 с.

УПРУГО-ПОРИСТАЯ ПОЛУПЛОСКОСТЬ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НА ГРАНИЦЕ КАСАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Нгуен Нгок Хоа, Тарлаковский Д.В.

(Ханой, Москва)

Движение полуплоскости $z \geq 0$ в прямоугольной декартовой системе координат Oxz описывается линейными уравнениями модели Био [1,2] относительно скалярных потенциалов φ_k ($k=1,2$) и ненулевой компоненты ψ векторного потенциала Ψ перемещений:

$$\gamma_k^2 \ddot{\varphi}_k = \Delta \varphi_k, \quad \gamma_3^2 \ddot{\Psi} = \Delta \Psi, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (1)$$

где $\gamma_j = c_1/c_j$ ($j=1,2,3$); c_1 и c_3 - скорости распространения волн растяжения-сжатия и формоизменения в скелете; c_2 - скорость распространения волн в жидкости; точками обозначено дифференцирование по времени безразмерному времени τ .

Векторы \mathbf{u} и \mathbf{U} перемещений скелета и жидкости связаны потенциалами:

$$\mathbf{u} = u\mathbf{e}_1 + w\mathbf{e}_3 = \text{grad}(\varphi_1 + \varphi_2) + \text{rot}\psi,$$

$$\mathbf{U} = U\mathbf{e}_1 + W\mathbf{e}_2 = \text{grad}(\beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_2) + \beta_3\text{rot}\psi, \quad \text{div}\psi = 0,$$

где β_k ($k=1,2,3$) - физические параметры, характеризующие пористость среды; $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ - базисные орты.

Компоненты тензора σ_{ij} напряжений в скелете и давление σ в порах связаны с перемещениями следующими соотношениями [1,2]:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} + 2\eta_1 \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma_{13} = \eta_1 \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \sigma_{33} = 2\eta_1 \frac{\partial w}{\partial z} + \sigma_{22},$$

$$\sigma_{22} = \eta_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \eta_3 \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \right), \quad \sigma = \eta_3 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \eta_4 \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \right).$$

где $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ - параметры, характеризующие относительные упругие характеристики среды.

Предполагается, что на границе полуплоскости задано касательное перемещение в виде дельта-функция Дирака, а нормальные перемещения равны нулю:

$$u|_{z=0} = \delta(x, \tau), \quad w|_{z=0} = W|_{z=0} = 0 \quad (2)$$

На бесконечности возмущения отсутствуют, начальные условия нулевые:

$$\varphi_1|_{z=0} = \varphi_2|_{z=0} = \psi|_{z=0} = \dot{\varphi}_1|_{z=0} = \dot{\varphi}_2|_{z=0} = \dot{\psi}|_{z=0} = 0. \quad (3)$$

Для решения начально-краевой задачи (1), (2), (3) применяются преобразования Лапласа по времени и Фурье по координате x (s и q - параметры этих преобразований; индексы « L » и « F » соответствуют изображениям):

$$\gamma_j^2 s^2 \varphi_j^{LF} = \frac{\partial^2 \varphi_j^{LF}}{\partial z^2} - q^2 \varphi_j^{LF} \quad (j=1, 2), \quad \gamma_3^2 s^2 \psi^{LF} = \frac{\partial^2 \psi^{LF}}{\partial z^2} - q^2 \psi^{LF}, \quad (4)$$

$$u^{FL}|_{z=0} = 1, w^{FL}|_{z=0} = W_{13}^{FL}|_{z=0} = 0. \quad (5)$$

Общие решения уравнений (4) с учетом их ограниченности имеют вид:

$$\varphi_j^{LF}(q, z, s) = C_j(q, s) e^{-k(q^2, s^2)z} \quad (j=1, 2), \quad \psi_j^{LF}(q, z, s) = C_3(q, s) e^{-k_3(q^2, s^2)z},$$

$$k_j(q^2, s^2) = \sqrt{q^2 + \gamma_j^2 s^2} \quad (j=1, 2, 3), \quad \operatorname{Re} \sqrt{\cdot} > 0,$$

Определяя из граничных условий (5) постоянные интегрирования $C_j(q, s)$, приходим к следующим изображениям напряжений и давления на границе полуплоскости $z=0$:

$$\sigma_{13}^{FL}|_{z=0} = \tilde{\Gamma}_{13,1}^{(1)LF} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{13j}^{FL}(q, s), \quad \sigma_{33}^{FL}|_{z=0} = \tilde{\Gamma}_{33,1}^{(1)FL} = \sum_{j=1}^3 \beta_j u_j^{FL}(q, s),$$

$$\sigma_{\sigma}^{FL}|_{z=0} = \tilde{\Gamma}_{\sigma,1}^{(1)FL} = \sum_{j=1}^2 \sigma_j^{FL}(q, s).$$

Оригиналы этих функций находятся с помощью алгоритма совместного обращения используемых преобразований [3] и имеют вид (формулы для функций $\sigma_{13}^{(n)}(x, \tau)$, $\sigma_{33}^{(n)}(x, \tau)$ и $\sigma_{\sigma}^{(n)}(x, \tau)$ не приводятся в силу их громоздкости):

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{13,1}^{(1)} &= \sigma_{13}^{(1)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_1 |x|) + [\sigma_{13}^{(2)}(x, \tau) - \sigma_{13}^{(1)}(x, \tau)] H(\tau - \gamma_3 |x|) - \\ &- \sigma_{13}^{(2)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_2 |x|); \quad \tilde{\Gamma}_{33,1}^{(1)} = \sigma_{33}^{(1)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_1 |x|) + \\ &+ [\sigma_{33}^{(2)}(x, \tau) - \sigma_{33}^{(1)}(x, \tau)] H(\tau - \gamma_3 |x|) - \sigma_{33}^{(2)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_2 |x|); \\ \tilde{\Gamma}_{\sigma,1}^{(1)} &= \sigma_{\sigma}^{(1)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_1 |x|) + [\sigma_{\sigma}^{(2)}(x, \tau) - \sigma_{\sigma}^{(1)}(x, \tau)] H(\tau - \gamma_3 |x|) - \\ &- \sigma_{\sigma}^{(2)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_2 |x|). \end{aligned}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 12-08-00934) и гранта ФЦП (соглашение № 14.В37.21.0381 от 02.08.2012).

Литература

1. Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарная азрогидроупругость тел сферической формы. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. -264 с.

2. Наримов Ш.Н. Волновые процессы в насыщенных пористых средах. - Ташкент: «Мехнат», 1988. - 304 с.

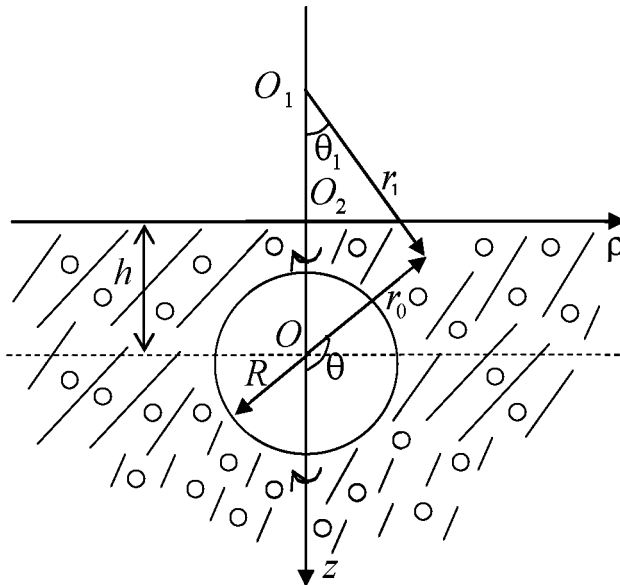
3. Горшков А.Г., Медведский А.Л., Рабинский Л.Н., Тарлаковский Д.В. Волны в сплошных средах. - М.: Физматлит, 2004. - 472 с.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН СДВИГА ОТ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УПРУГО-ПОРИСТОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ, НАСЫЩЕННОМ ЖИДКОСТЬЮ

Тарлаковский Д.В., Шойкулов Ш. К., Шукуров А.М.

(Москва, Карши)

В упруго-пористом однородном изотропном полупространстве $z \geq 0$ на глубине h от плоскости $z=0$ на оси O_2z прямоугольной декартовой системы координат O_2xyz расположен центр O сферической полости радиуса R ($R < h$). Используются также две системы криволинейных координат: сферическую r, θ, ϑ с центром в точке O и цилиндрическую ρ, ϑ, z с началом в точке O_2 .



В начальный момент времени $\tau = 0$ к внутренней поверхности полости приложена касательная поверхностная нагрузка $q(\tau, \theta)$, что инициирует вращательное движение среды вокруг оси Oz , и в полупространстве распространяется сдвиговая волна от полости. Плоская граница полупространства является либо свободной поверхностью, либо жесткой стенкой. Движение среды относительно ненулевой компоненты векторного потенциала описывается волновым уравнением.

Для решения задачи используются интегральное преобразование Лапласа по времени и разложения в ряды по полиномам Гегенбауэра в сферической системе координат с началом в центре O полости. В результате задача сводится к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений, которая записывается в виде матричного уравнения. Его решение представляется в виде рядов по экспонентам $x = e^{-2\eta s}$, $y = e^{-\eta s}$. Подстановка этих рядов в алгебраическую систему приводит к рекуррентным соотношениям относительно коэффициентов. Эти соотношения позволяют определить все искомые изображения без использования редукции бесконечной системы уравнений. Анализ рекуррентных соотношений показывает, что изображения есть рациональные функции параметра преобразования Лапласа, который дает возможность вычислять их оригиналы, а, следовательно, и оригиналы коэффициентов перемещения и напряжения в среде с помощью теории вычетов.

Получены формулы для смещений и напряжений в упруго-пористой среде, насыщенной жидкостью. Приведены численные расчеты. Определено влияние граничных поверхностей полупространства на напряженно-деформированное состояние среды в окрестности полости.

Работа выполнена в рамках гранта «ОТ-Ф1-004» фундаментальных исследований МВ и ССО РУз и при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 12-08-00934), гранта ФЦП (соглашение № 14.В37.21.0381 от 02.08.2012).

ИЗБРАННЫЕ ДОКЛАДЫ

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
СОТОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ

*Белов Г.В., Гусаров А.П., Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И.,
Селиванов В.В.*

(Москва)

Удар цилиндрического образца о жесткую стенку, применяемый в тесте Тейлора [1, 2], занимает важное место в исследовании высокоскоростного деформирования не только металлов [1-6], но и ортотропных [7] и полимерных [8] материалов, а также пористых [9, 10] и высокопористых [11, 12] металлов и сплавов.

В данной работе рассматриваются динамические механические свойства сотовых конструкций из алюминиевых сплавов, которые разработаны в МГТУ им. Н.Э.Баумана, а изготовлены в условиях промышленного производства. Изготовление сотовых конструкций было связано с гофрированием листов алюминиевых сплавов толщиной h от 0,1 до 0,5 мм путем прессования, а ячейка гофрированной панели в форме половины шестиугольника имела размеры $l_1 = l_2 = l$ от 2 до 6 мм и угол $\theta = 30^\circ$ (рис. 1а).

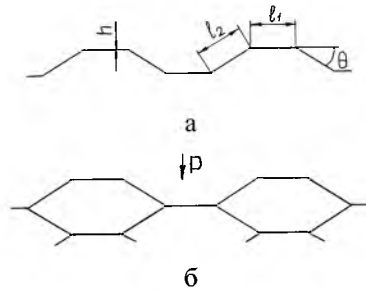


Рис. 1. Сотовые конструкции из листов алюминиевых сплавов: гофрированная панель (а), сотовая конструкция, получаемая склеиванием гофрированных панелей (б).

Гофрированные панели склеивались (рис. 1б) в печи при температуре 80°C и давлении до 10 МПа в сотовый блок кубической формы (рис. 2).



Рис. 2. Сотовый блок кубической формы

Для изготовления из сотовых блоков цилиндрических образцов (рис. 3) для динамических механических испытаний применялась механическая обработка, а сотовый блок предварительно в специальной емкости заполнялся или полиэтиленгликолем марки ПЭГ-115, который широко применяется в авиационной промышленности при изготовлении сотовых наполнителей, или расплавленным стеарином [13]. После механической обработки полиэтиленгликоль удалялся из образцов в ванне с водой при комнатной температуре, а стеарин выплавлялся. Начальная средняя плотность ρ_0 получаемых образцов с высокой точностью соответствовала расчетной величине, полученной по следующей формуле [14, 15]:

$$\rho_0 = \rho \left[(l_1/l_2 + 2) / (2 \cos \theta (l_1/l_2 + \sin \theta)) \right] h / l_2$$

при $l_1 = l_2 = l$ и $\theta = 30^\circ$

$$\rho_0 = 2\rho h / (\sqrt{3}l),$$

где ρ – плотность материала листа.

При изготовлении образцов учитывалось, что динамические механические испытания на сжатие проводились в плоскости, перпендикулярной по отношению к плоскости склеивания гофрированных панелей (рис. 1б).

Испытания высокопористых образцов сотовых конструкций из алюминиевых сплавов по удару о жесткую стенку проводились при скоростях удара до 150 м/с, а использование высокоскоростной оптической съемки позволило получить кинограммы замедления и деформирования цилиндрических образцов сотовых конструкций (рис. 4, где обозначено: V_0 – скорость удара; α_0 – начальная пористость образца).

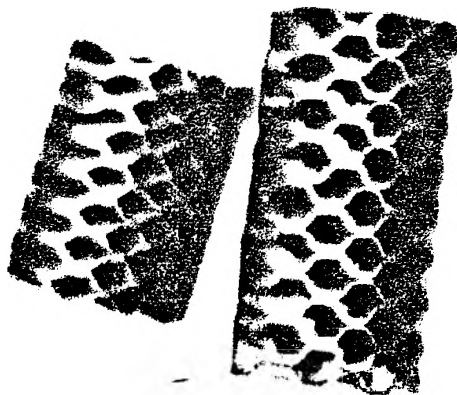


Рис. 3. Образцы сотовых конструкций для динамических испытаний

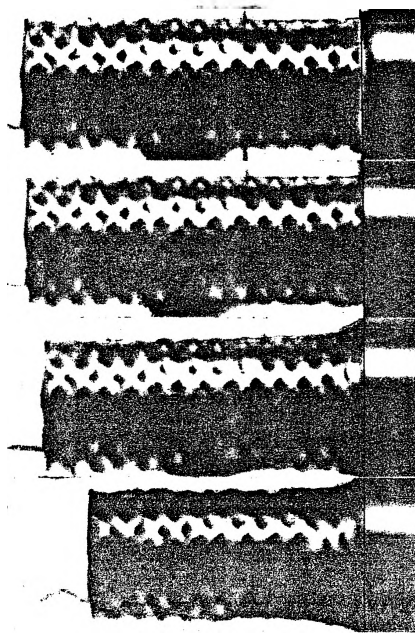


Рис. 4. Кинограмма замедления и деформирования образца сотовой конструкции из алюминиевого сплава ($V_0 = 51$ м/с; $\rho_0 = 500$ кг/м³; $\alpha_0 = 5,4$).

Полученные экспериментальные результаты позволяют оценить величину динамического предела текучести высокопористой сотовой конструкции не только с использованием интегральных результатов опытов и аналитических соотношений для жестко-пластической модели материала [1], но и на основе численного моделирования взаимодействия стержня из сотовой конструкции с жесткой стенкой [3, 16].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №13-08-00383-а).

Литература

1. *Taylor G.I.* The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress. I. Theoretical considerations // Proc. R. Soc. Lond. 1948. Vol. A194. N1038. P. 289-299.
2. *Whiffin A.C.* The use of flat-ended projectiles for determining dynamic yield stress. II. Tests on various metallic materials // Proc. R. Soc. Lond. 1948. Vol. A194. N1038. P. 300-322.
3. *Уилкинс М.Л., Гуинан М.У.* Удар цилиндра по жесткой стенке // Механика (сб. перев.) 1973. №3. С. 112-128.
4. *Богомолов А.Н., Горельский В.А., Зелепугин С.А., Хорев И.Е.* Поведение тел вращения при динамическом контакте с жесткой стенкой // ПМТФ. 1986. №1. С.161-163.
5. *Баландин В.В., Брагов А.М., Подгорнова Т.Д., Садырин А.И.* Анализ процесса деформирования стержня при соударении его с жесткой преградой // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб. Горький: ГГУ, 1987. Вып.36. С. 100-109.
6. *Chen S.R., Mandlin P.J., Gray (Rusty) G.T.* III. Constitutive behavior of model FCC, BSS and HSP metals: experiments, modeling and validation//Proc. 7-th Int. Symp. on Plasticity and its Current Application. Cancun (Mexico), 5-13 January 1999. URL: <http://www.osti.gov/bridge/servlets/purl/762249-P312N3/webviewable/762249.pdf>.
7. *Mandlin P.J., Bingert J.F., House J.W., Chen S.R.* On the modeling of the Taylor cylinder impact for orthotropic textured materials: experiments and simulations//Int. J. of Plasticity.1999. Vol. 15. N 2. P. 139-166.
8. *Sarva S., Mulliken A.D., Bayce C.M.* Mechanics of Taylor impact testing of polycarbonate//Int. J. of Solid and Struct. 2007. Vol. 44. N 7-8. P. 2381-2400.
9. *Lu G., Wang B., Zhang T.* Taylor Impact test for ductile porous materials – Part 1: theory // Int. J. Imp. Engng. 2001. Vol. 25. N. 10. P. 981-991.
10. *Wang B., Zhang T., Lu G.* Taylor Impact test for ductile porous materials – Part 2: experiments // Int. J. Imp. Engng. 2003. Vol. 28. N. 5. P. 499-511.

11. Об исследовании динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов // Материалы XVII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Ярополец, 14-18 февраля 2011 г. Т.2. М.: ООО «Тр-принт», 2011. С. 82-87.
12. Применение теста Тейлора для исследования динамических механических свойств высокопористого алюминиевого сплава / Г.В. Белов, А.П. Гусаров, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В.Селиванов, М.Ю. Сотский // электронный журнал «Наука и образование». 2012. № 9. URL: <http://technomag.edu.ru/> DOI: 10.7463/0912.0442058. (дата обращения 01.10.2012).
13. Коровский Ш.Я. Летящие металлы. М.: Машиностроение, 1967. 254 с.
14. Gibson L.J., Ashby M.F., Schajer G.S., Robertson C.I. The mechanics of two-dimensional cellular materials//Proc. R. Soc. Lond. Pt. A382. London, 1982. P. 25-42.
15. Gibson L.J., Ashby M.F. The mechanics three-dimensional cellular materials//Proc. R. Soc. Lond. Pt. A382. - London, 1982. P.43-59.
16. Динамика удара / Пер. с англ. под ред. С.С. Григоряна. М.: Мир, 1985. 296 с.

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ВНУТРЕННЕГО ОБОРУДОВАНИЯ НОСОВЫХ ОТСЕКОВ УМЕНЬШЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Белов Г.В., Марков В.А., Пусев В.И., Селиванов В.В.

(Москва)

Решение задач о высокоскоростном взаимодействии летательных аппаратов (ЛА) типа реактивных истребителей (РИ) и управляемых ракет (УР) с различными средами и преградами осложняется отсутствием или недостаточностью данных о механических свойствах конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА. Кроме того, проведение экспериментальных исследований на конструкциях внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА ограничено их высокой стоимостью, поэтому целесообразна разработка механических эквивалентов (МЭ) бортовой аппаратуры (БА) ЛА не только для натуральных конструкций, но и для уменьшенных моделей ЛА (полунатурных с коэффициентом уменьшения до 10 и упрощенных с коэффициентом уменьшения от 10 до 50 [1-3]).

Одним из сдерживающих факторов по изучению механических свойств конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА или БА являются ожидания быстрой и даже очень быстрой миниатюризации БА. Однако, эти ожидания не подтверждаются результатами анализа развития БА РИ и УР. Ис-

следования Центрального аэрогидродинамического института имени Н.Е. Жуковского, Летно-испытательного института и Научно-исследовательского института автоматических систем, проведенные в начале 1970-х годов применительно к РИ, показали, что относительная масса БА находится в пределах от 14 до 17 % от взлетной массы РИ несмотря на смену к тому времени 3-х поколений первичных элементов БА (пальчиковые лампы, лампы "дробь" и полупроводники с печатными платами). Это объяснялось тем, что наряду с микроминиатюризацией радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) увеличилось число и качество выполняемых функций: возросли дальность и точность работы БА, систем навигации и связи, что привело и приводит к увеличению числа первичных элементов БА.

Масса приборного отсека у баллистических ракет (БР) США по мере их развития возрастала: у БР "Минитмен-3" по отношению к БР "Минитмен-2" в 1,3...1,55 раза, а у БР МХ по отношению к БР "Минитмен-2" в 1,73...2,08 раза или по отношению к БР "Минитмен-3" в 1,33 раза [4, 5]. Аналогичное возрастание массы БА наблюдается и по мере совершенствования наиболее распространенных за рубежом противокорабельных ракет (ПКР) семейства "Гарпун" (США), где модификации С (предпоследняя) и Е (последняя) имеют массу БА соответственно в 1,31 и в 2,67 раза больше по сравнению с первой модификацией А [5-8]. В целом темпы развития ЛА различных типов превосходят или не уступают темпам микроминиатюризации элементной базы РЭА, что может приводить к росту или стабилизации доли БА в конструкции ЛА при их развитии [5].

Из анализа конструктивно-компоновочных схем ЛА типа РИ следует, что носовой отсек содержит бортовую радиолокационную станцию (БРЛС) и другую РЭА, как в РИ зарубежной (рис. 1 [9-12]), так и отечественной разработки (рис. 2 [12]).



Рис. 1. Общий вид БРЛС CAESAR для РИ «Тайфун» (европейская разработка: Великобритания, Германия, Италия, Испания)

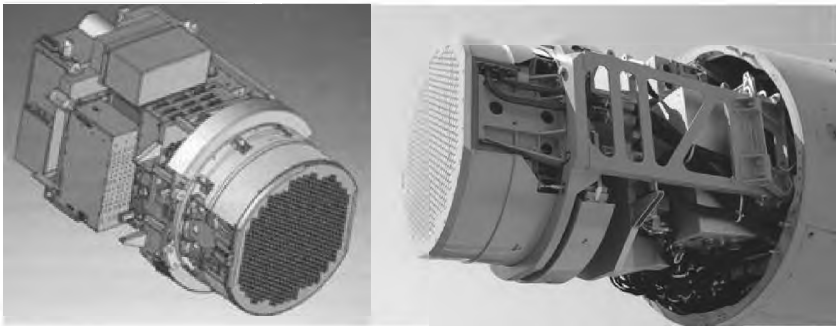


Рис. 2. Общий вид БРЛС «Жук-Э» для РИ МИГ-35 (Россия)

БА, составляющая внутреннее оборудование носовых отсеков отечественных РИ, состоит из блоков РЭА, которые собраны в компактные конструкции, закрываемые снаружи фюзеляжем (корпусом) ЛА (рис. 3 [13]). Аналогичная блочная компоновка реализуется и в зарубежной авиационной технике (рис. 4 [14]).

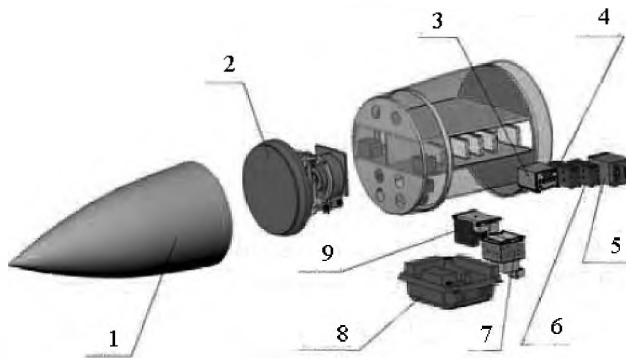


Рис. 3. Компоновка БРЛС «Ирбис-Э» для РИ Су-35 (Россия) и ее основные элементы:

1 - радиопрозрачный обтекатель; 2 - антенная система ФАР, установленная на двухступенном электрогидроприводе; 3 - четырехканальное аналого-цифровое приемное устройство с функциями сверхвысокого разрешения; 4 - программируемый сигнальный процессор; 5 - блок синхронизации; 6 - бортовая

ЭВМ; 7 – блок модулей питания; 8 – радиопередающее устройство; 9 – задающий генератор

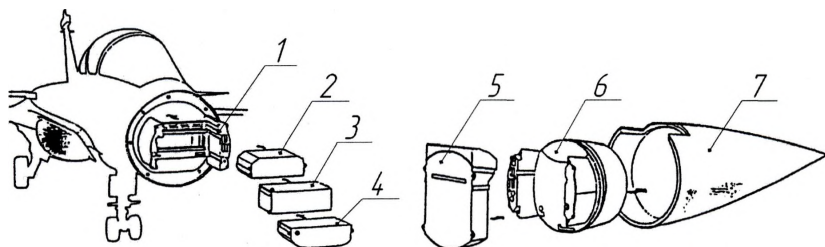


Рис. 4. Компоновка внутреннего оборудования носового отсека РИ «Рафаль» (Франция) и ее основные элементы:

1 – волноводный тракт; 2 – приемное устройство; 3 – процессорный блок; 4 – передатчик; 5 – облучатель; 6 – блок формирования диаграмм направленности; 7 – радиопрозрачный обтекатель

Можно отметить, что УР с диаметром миделевого сечения более 0,5 м, который характерен для многих ПКР и крылатых ракет (КР), имеют компоновку конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков, которая аналогично компоновке носовых отсеков РИ (рис. 5 [15]). Приборным отсекам таких УР (рис. 5а), как и БРЛС РИ (рис. 3), присуще наличие горизонтальных и вертикальных рам (рис. 5б) из алюминиевых сплавов, составляющих вместе с межблочными жгутами и кабелями до 20...30% массы приборного отсека. Рамы приборного отсека служат для установки блоков БА (рис. 5в), которые составляют до 70...80% массы приборного отсека. При диаметре миделевого сечения от 0,5 до 0,2 м носовые отсеки УР имеют более компактную компоновку (рис. 6а [16]), а при диаметре менее 0,2 м носовой отсек УР по существу представляет собой блок БА (рис. 6б [17]).

Таким образом, блоки БА составляют примерно 70...80 % массы внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА и заполняют 90...95 % площади поперечного сечения отсека. Остальная часть массы внутреннего оборудования носового отсека приходится на рамы, узлы крепления, межблочные жгуты и кабели, системы наддува, охлаждения и т.д. (рис. 3-6). Из этого следует, что механические свойства внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА будут определяться, в основном, механическими свойствами блоков БА. В литературе [18-20] отмечается широкое применение в БА в качестве конструкционных материалов алюминиевых сплавов (корпуса, шасси, радиаторы, экраны и т.д.).

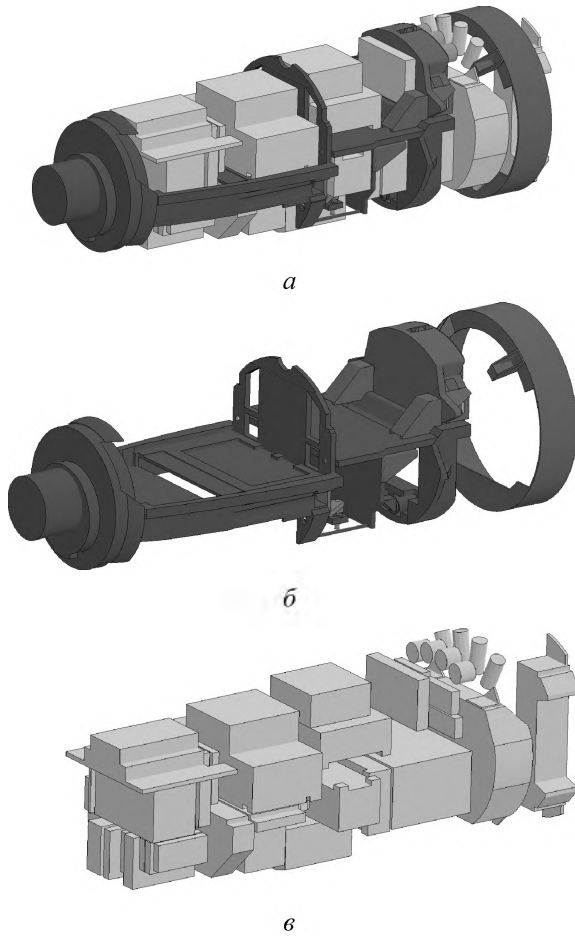


Рис. 5. Компоновка внутреннего оборудования носового отсека (приборного отсека) УР с диаметром миделевого сечения более 0,5 м и ее основные элементы:
а – приборный отсек в сборе; *б* – горизонтальные, вертикальные и кольцевые рамы приборного отсека; *в* – блоки БА приборного отсека

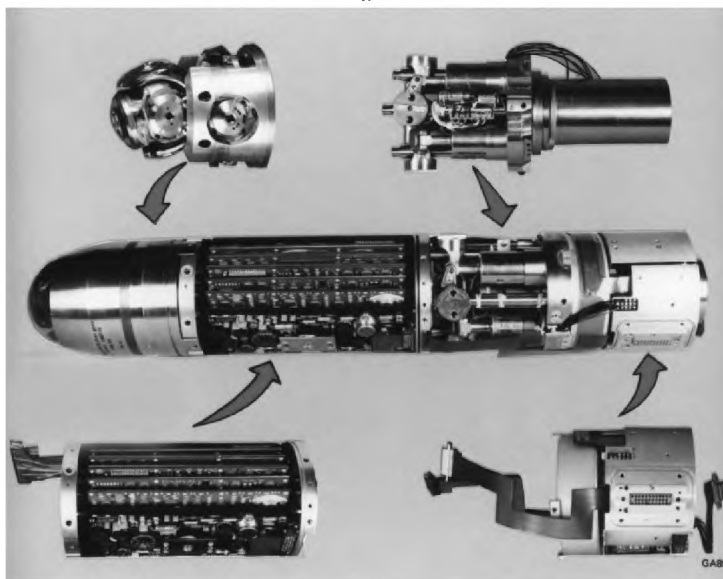
*а**б*

Рис. 6. Общий вид приборных отсеков УР с диаметрами миделевого сечения:

а - менее 0,5 м и более 0,2 м; б – менее 0,2 м

Результаты приближенного анализа конструкционных материалов блоков БА [5] показывают, что основную долю массы и объема твердой фазы или матрицы блоков БА составляют металлические сплавы: алюминий-магниево-железные и медные. Их доля достигает до 95,4 % массы и 92,1 % объема матрицы. Основные конструктивные и силовые элементы блоков (корпуса, экраны, перегородки, радиаторы, узлы крепления и т.д.) выполнены из алюминий-магниево-железных сплавов (как литейных, так и деформируемых), доля которых достигает до 66,8 % массы и до 78,5 % объема матрицы. Блоки БА являются композиционной высокопористой средой, которая по своим компоновочным характеристикам, составу материалов и механическим свойствам весьма близка к высокопористым алюминий-магний-железные сплавам и сотовым конструкциям из алюминий-магний-железные сплавы [5].

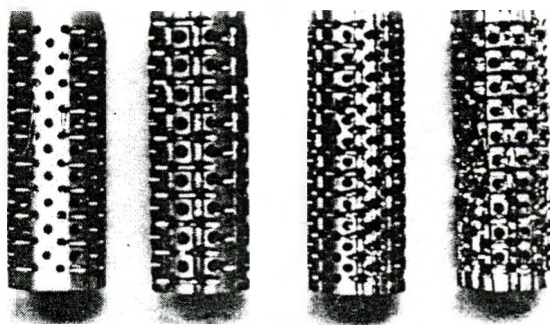
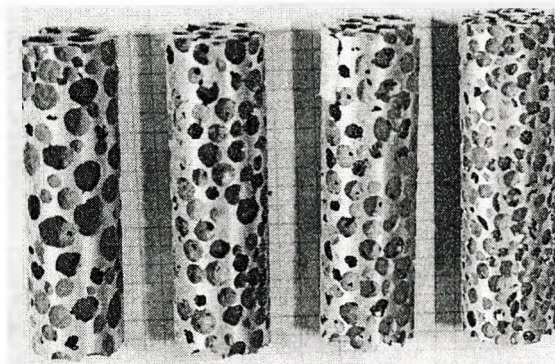
В связи с этим в качестве МЭ конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков уменьшенных моделей ЛА могут быть использованы высокопористые алюминий-магний-железные сплавы (перфорированные (рис. 7 а), ячеистые (рис. 7 б)) или сотовые конструкции из алюминий-магний-железные сплавы (рис. 7 в). В результате исследований механических и амортизирующих свойств указанных МЭ [21-24] получено, что диаграммы деформирования ячеистых или сотовых конструкций [22-24] практически соответствуют идеализированной диаграмме деформирования высокоскоростных металлов [21], а перфорированные МЭ имеют упрочнение на уплотнительно-пластической стадии [21]. При прочих равных условиях наиболее прочными являются перфорированные МЭ а наименее прочными сотовые конструкции из алюминий-магний-железные сплавы. Производство перфорированных и ячеистых МЭ имеет технологическое ограничение, связанное с минимальным расстоянием между отверстиями для перфорированных МЭ (выполнение условия исключения разрушения стенки между отверстиями) и минимальной толщиной стенки между ячейками (определяется жидкотекучестью сплава). Сотовые конструкции не имеют подобных ограничений, что позволяет получать МЭ с минимальной начальной средней плотностью. Если принять за 1 трудозатраты по изготовлению радиально-перфорированных МЭ, то трудозатраты на изготовление объемно-перфорированных МЭ составят 1,33, ячеистых МЭ – 0,8, а сотовых МЭ – 0,42.

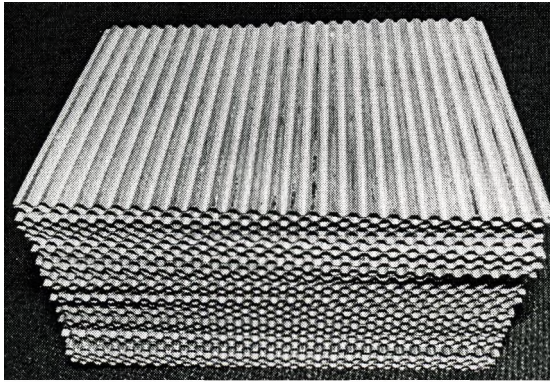
Кроме того, следует отметить параметры, которые определяют соответствие механических свойств МЭ и конструкции натурной БА:

- начальная средняя плотность;
- начальная пористость (при использовании в качестве МЭ высокопористых алюминий-магний-железные сплавы или сотовых конструкций из алюминий-магний-железные сплавы отклонения начальной пористости МЭ от начальной пористости блоков БА, являющихся высокопористыми композиционными конструкциями, могут составлять до – 20,3% [5]);

- величина относительных зазоров и пустот;
- прочностные характеристики конструкционных материалов.

Наряду с перечисленными параметрами, необходимо учитывать особенности конструкций блоков БА, особенно их корпусов. Учет перечисленных параметров позволяет приближенно моделировать механические свойства конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков ЛА с помощью МЭ на основе высокопористых алюминиевых сплавов или сотовых конструкций из алюминиевых сплавов.

*a**б*



6

Рис. 7. Варианты МЭ конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков уменьшенных моделей ЛА:

а – объемно-перфорированные алюминиевые сплавы; *б* – ячеистые алюминиевые сплавы; *в* – сотовые конструкции из алюминиевых сплавов.

Литература

1. Кейл А. Проблемы пластичности корабельных конструкций при взрывном и ударном нагружении // Механика (сб. перев.). 1961. №2. С. 107-123.
2. Жариков А.В., Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И. Вопросы физического моделирования высокоскоростного взаимодействия летательного аппарата с тонким металлическим экраном // Материалы XVII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Ярополец, 14-18 февраля 2011 г. Т.2. М.: ООО «ТР-принт», 2011. С. 110-118.
3. Пусев В.И. О физическом моделировании деформирования и разрушения конструкций при действии ударных и взрывных нагрузок // Вестник Нижегородского университета им. Н.Н.Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 4. С. 1722-1724.
4. Технические основы эффективности ракетных систем / Под ред. Е.Б. Волкова. М.: Машиностроение. 1990. 256 с.
5. Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И. Модельная среда для внутреннего оборудования носовых отсеков летательных аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Машиностроение. 2010. Специальный выпуск. С. 196-206.
6. Кочубей С. Совершенствование противокорабельного ракетного комплекса "Гарпун" // Зарубежное военное обозрение. 1990. N 7. С.46-52.
7. Тучков Ю. Американская система УРО "Гарпун" // Зарубежное военное обозрение. 1976. N 3. С. 78-82.

8. Copp C. McDonnal-Douglas AGM-84A Harpoon and AGM-84E SLAM. URL: <http://www.ousairpower.net/TE-Harpoon.html> (дата обращения 10.01.2012).
9. Зарубежные бортовые РЛС. Captor CAESAR. URL: <http://kaf401.rloc.ru/files/BRLS.Foreign.pdf> (дата обращения 11.11.2012).
10. Западная Европа. Летные испытания РЛС с АФАР «Кэптор-Е» для истребителя «Тайфун» // ГосНИИАС. Экспресс-информация. Авиационные системы (по материалам зарубежных информационных источников). 2006. №22, июнь. URL: <http://www.gosniias.ru/pages/ti/2006/ti2206.htm> (дата обращения 11.11.2012).
11. Западная Европа, США. Состояние внедрения РЛС с АФАР на зарубежных боевых самолетах // ГосНИИАС. Экспресс-информация. Авиационные системы (по материалам зарубежных информационных источников). 2007. №27, июль. URL: <http://www.gosniias.ru/pages/issues/ti/2007/ti2207.htm#2> (дата обращения 11.11.2012).
12. Фомин А. МИГ-35. Будущее семейства легких фронтовых «Мигов»//Взлет. 2007. № 3. URL: <http://lib.rus.ec/b/315531/read> (дата обращения 08.02.2012).
13. Copp C. Flanker radars in beyond visual range air combat. Tech. Rep. APA-TR-2008-0401. URL: <http://www.ousairpower.net/APA-Flanker-Radars.htm# muz-Tuld533477> (дата обращения 08.02.2012).
14. Кузьмин А. Радиолокационная станция RBE2 самолета «Рафаль»//Зарубежное военное обозрение. 1997. № 2. С. 36-40.
15. Комплекс БраМос. URL: <http://military.tomsk.ru/blog/index-11.html> (дата обращения 16.01.2012).
16. Copp C. Самоходный зенитный ракетный комплекс 2K12 Куб/Квадрат//Techn. Rep. APA-TR-2009-0701. URL: <http://ousairpower.net/APA-2K12-Kvadrat.html> (дата обращения 08.02.2012).
17. Copp C. The Sidewinder story//Australian Aviation. 1994. № 4. URL: <http://www.ousairpower.net/TE-Sidewinder-94.html> (дата обращения 08.02.2012).
18. Варламов Р.Г. Компоновка радиоэлектронной аппаратуры. Изд. 2-е, доп. и перераб. М.: Сов. Радио, 1975. 351 с.
19. Конструирование микроэлектронной аппаратуры / Под ред. Б.Ф. Высоцкого. М.: Сов.Радио, 1977. 128 с.
20. Компоновка и конструирование микроэлектронной аппаратуры / Под ред. Б.Ф. Высоцкого, В.Б. Петрякова. М.: Радио и связь, 1982. 208 с.
21. Экспериментальная оценка определяющих уравнений высокопористых металлов / А.И. Гусаров, А.В. Жариков, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XIV Международного симпо-

зиума им. А.Г.Горшкова. Ярополец, 18-22 февраля 2008 г. Т.2. М.: Изд. МАИ, 2008. С. 72-83.

22. Механические и амортизирующие свойства высокопористого ячеистого алюминия / *А.П. Гусаров, А.В. Жариков, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов, А.Н. Сообциков* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2009. №1(74). С. 58-66.

23. *Селиванов В.В.* О механических свойствах высокопористых алюминиевых сплавов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 4. С. 1760-1762.

24. Механические и амортизирующие характеристики сотовых конструкций из алюминиевых сплавов / *А.П. Гусаров, А.В. Жариков, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, В.В. Селиванов, А.Н. Сообциков* // Материалы XVI Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова. Ярополец, 15-19 февраля 2010 г. Т.2. Чебоксары: ГУП "ИПК «Чувашия». 2010. С. 153-159.

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМ КОШИ И ЛАГРАНЖА О СРЕДНЕМ ЗНАЧЕНИИ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА ПОДОБИЯ С ПРИЛОЖЕНИЕМ К ФИЗИКЕ И К ЧИСЛЕННОМУ ИНТЕГРИРОВАНИЮ

Бирюкова Т.К., Киреев В.И.

(Москва)

В различных областях промышленного производства, в частности, при компьютерном моделировании технологических процессов и в механике сплошных сред, широко используются методы численного анализа элементов конструкций современных наземных и летательных систем. Применительно к численным методам аппроксимации поверхностей элементов конструкций, методам численного дифференцирования и интегрирования, численным схемам решения дифференциальных уравнений в работах [1, 2] сформулирован принцип подобия. Использование этого принципа совместно с новым интегрально-дифференциальным методом теории приближений [3, 4, 5] и др. позволяет получить новые классы аппроксимационных явных и неявных операторов численного дифференцирования и интегрирования, численных схем решения дифференциальных уравнений [2, 6]. При этом данный принцип предусматривает запись операторов численного дифференцирования не через значения сеточных функций $f_i = f(x_i)$ в узлах сетки $x_i, i = 0, 1, \dots, n-1$, а через их приращения $\Delta f_i = f_{i+1} - f_i$. Дадим краткие пояснения.

Например, на четырехточечном шаблоне $(x_{i-2}, x_{i-1}, x_i, x_{i+1})$ аппроксимационный явный (или локальный) оператор для первой производной f'_{i-2} в левой крайней точке x_{i-2} шаблона записывается так:

$$\hat{f}'_{i-2} = \frac{1}{6h}(-2f_{i-2} - 3f_{i-1} + 6f_i - f_{i+1}). \quad (1)$$

Этот оператор через приращения переписывается в виде:

$$\hat{f}'_{i-2} = \frac{1}{6h}(-\Delta f_i + 5\Delta f_{i-1} + 2\Delta f_{i-2}). \quad (2)$$

Тогда, основываясь на принципе подобия [1], путем уменьшения порядка производной в левой и правой частях последнего оператора получим оператор восстановления функции по значениям определенных интегралов:

$$\hat{f}_{i-2} = \frac{1}{6h}(-I_i^{i+1} + 5I_{i-1}^i + 2I_{i-2}^{i-1}). \quad (3)$$

Здесь вместо приращений функций $\Delta f_i = f_{i+1} - f_i$ формулы (2) записаны соответствующие приращения первообразных $\Delta F_i = F_{i+1} - F_i = I_i^{i+1}$ ($F(x)$ - первообразная функция, $F_i = F(x_i)$).

Перейдем теперь к обобщению формул, соответствующих классическим теоремам Коши и Лагранжа.

В математическом анализе для функций, непрерывных на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемых на интервале (a, b) весьма значимыми являются теоремы о среднем значении Коши и Лагранжа. Так, для функций $f(x)$ и $g(x)$, удовлетворяющих указанным условиям, теорема Коши сводится к соотношению, связывающему отношение разности функций с отношением их производных:

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}. \quad (4)$$

Здесь точка $x = c$ принадлежит интервалу (a, b) .

Следствием формулы (4) является классическая формула Лагранжа о конечном приращении, которая для функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a, b]$ и дифференцируемой на интервале (a, b) , имеет вид:

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a), \quad a < c < b. \quad (5)$$

Если формулу (4) записать для первообразных $F(x)$ и $G(x)$, соответствующих функциям $f(x)$ и $g(x)$, то получится формула, подобная формуле (4):

$$\frac{F(b) - F(a)}{G(b) - G(a)} = \frac{F'(c)}{G'(c)} \Rightarrow \frac{I_a^b(f)}{I_a^b(g)} = \frac{f(c)}{g(c)} \quad (6)$$

Формула (6) связывает отношение определенных интегралов с отношением средних значений функций $f(x)$ и $g(x)$ на интервале (a, b) , и поэтому условия теоремы Коши, накладываемые на эти функции, ослабляются, т.е. функции могут не быть дифференцируемыми. Если в качестве $g(x)$ взять константу

$g(x) = 1$, то интеграл $I_a^b(g) = \int_a^b dx = b - a$ и формула (6) принимает вид:

$I_a^b(f) = f(c)(b - a)$. (Подчеркнем, что данная формула является подобной формуле Лагранжа, записанной для первообразной). Переписывая последнее соотношение применительно к отрезку $[x_i, x_{i+1}]$ и принимая $c = x_{i+0.5}$, получим классическую квадратурную формулу прямоугольников: $I_i^{i+1} = f_{i+0.5} h_{i+1}$ (где $h_{i+1} = x_{i+1} - x_i = \Delta x_i$), имеющую третий порядок аппроксимации относительно шага h_{i+1} .

Формуле Лагранжа (5), соответствующей теореме о конечном приращении, также могут быть сопоставлены подобные (фрактальные) формулы, применяемые в физике.

Переписывая формулу (5) для отрезка $[x, x + \Delta x]$, получаем выражение:

$$\Delta f = f'(c) \cdot \Delta x, \quad x_0 < c < x_0 + \Delta x. \quad (7)$$

Построим для этой формулы подобные ей физические формулы. Сопоставим функции $f(x)$ путь $s(t)$ (рассматривается равномерное прямолинейное движение), приращению Δx - интервал времени Δt , а производной $f'(x)$ - скорость $V(t) = const$. Тогда при выполнении условий теоремы Лагранжа вместо соотношения (7) получится соотношение:

$$\Delta s = V \Delta t. \quad (8)$$

Из (8) для промежутка времени $\Delta t = t - t_0$ следует формула: $s = s_0 + V(t - t_0)$, описывающая равномерное прямолинейное движение. Применяя к формуле (8) принцип подобия еще раз, т.е. увеличивая порядок производной в этом соотношении на единицу, получим формулу для приращения скорости: $\Delta V = V' \Delta t$ или, для $\Delta t = t - t_0$: $V = V_0 + a(t - t_0)$, где $a = V'$ - есть ускорение. Таким образом, получена формула скорости тела при равноускоренном прямолинейном движении.

Процесс построения данной группы физических формул может быть продолжен. В следующем по порядку соотношении получится формула для прира-

щения ускорения тела. Подчеркнем, что в соответствии с принципом подобия [1], группа подобия может строиться не только в направлении повышения порядка производной, но и в направлении его понижения. Например, если в формуле (7) понизить порядок производной на единицу и точку $x = c$ совместить с серединой отрезка $[x, x + \Delta x]$, величину Δx обозначить h_{i+1} , то получается указанная выше квадратурная формула прямоугольников: $I_i^{i+1} = f_{i+0.5} h_{i+1}$.

Если группу подобия выстраивать по этой квадратурной формуле, взяв ее в качестве базовой, то при последовательном повышении порядка производной из нее получится как теорема Лагранжа, так и приведенные выше формулы физики. Таким образом, предложенная авторами теория фракталов замыкает или соединяет формулы классической математики, численных методов и формулы физической механики.

Кроме того, приведем еще две подобные формулы, одна из которых является классической интегральной суммой Римана, равная определенному интегралу на отрезке $[a, b]$, а другая, подобная ей, получается путем повышения порядка производной на единицу. Эти две подобные формулы имеют вид:

$$F(b) - F(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx ;$$

$$f(b) - f(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f'(\xi_i) \Delta x_i = \int_a^b f'(x) dx .$$

Последнюю формулу, которая до настоящего времени в математическом анализе не была известна и в математическом (в частности в численном) анализе не применялась, в настоящей работе предлагается использовать в качестве интегральной нормы для контроля точности вычисления производных с использованием локальных или глобальных формул численного дифференцирования (см. [6]). При этом предел отбрасывается и формула контроля точности вычисления производных становится приближенной (правая часть равна точному значению суммы):

$$\sum_{i=0}^{n-1} f'(x_i) \Delta x_i \approx f(b) - f(a) .$$

Теперь рассмотрим применение формулы (6), соответствующей обобщенной теореме Коши, для построения явного оператора и неявного способа вычисления определенного интеграла. Явная весовая квадратурная формула имеет следующий вид:

$$I_i^{i+1}(f) = I_i^{i+1}(g) \frac{f(c)}{g(c)}, \quad (9)$$

где $I_i^{i+1}(f)$ искомый на отрезке $[x_i, x_{i+1}]$ интеграл от некоторой сеточной функции $f(x_i)$, а $g(x)$ - некоторая произвольная весовая (возможно формульная) функция, интеграл от которой вычисляется либо точно, либо по некоторой квадратурной формуле. Точка $x = c$ может быть выбрана в середине отрезка, т.е. $c = x_{i+\frac{1}{2}}$. Разложение первообразной F_{i+1} и F_i относительно средней точки

$c = x_{i+\frac{1}{2}}$ свидетельствует о том, что эта формула имеет третий порядок аппроксимации с остаточным слагаемым:

$$\frac{h^3}{24} \left(\frac{g''(\xi)}{g_{i+\frac{1}{2}}} f_{i+\frac{1}{2}} - f''(\xi) \right).$$

Здесь учтено, что интеграл $I_i^{i+1}(g)$ заменяется формулой прямоугольников с остаточным слагаемым $\frac{h^3}{24} g''(\xi)$.

Во втором варианте построения квадратурной формулы для вычисления интеграла строится итерационная формула, в которой в качестве функции $g(x)$ принимается звено параболического интегро-дифференциального сплайна [2], [6]:

$$S_2(x) = \frac{1}{h} P_{2,I}(u) I_i^{i+1} + P_{2,i}(u) f_i + P_{2,i+1}(u) f_{i+1},$$

аппроксимирующего интегрируемую функцию $f(x)$. В данной формуле используются следующие обозначения:

$$u = \frac{x - x_i}{h}, P_{2,I} = 6u(1-u), P_{2,i} = (1-u)(1-3u), P_{2,i+1} = u(3-u).$$

Значение многочлена $S_2(x)$ берется в средней точке отрезка $[x_i, x_{i+1}]$, на котором вычисляется интеграл. Вместо интеграла $I_i^{i+1}(g)$ в итерационной формуле принимается предыдущее приближение искомого интеграла. Осуществляя перечисленные замены, получается следующая итерационная формула:

$$I_i^{i+1(k+1)}(f) = I_i^{i+1(k)}(f) \frac{f(x_{i+\frac{1}{2}})}{S_2(x_{i+\frac{1}{2}})}. \quad (10)$$

В первом приближении $k = 0$ искомый интеграл вычисляется по формуле прямоугольников. Подчеркнем, что для звена сплайна при выполнении итераций

приходится пересчитывать только один коэффициент $P_{2,j}(u)$. Итерационная формула (10) апробирована при расчете интеграла от простейших формульных функций. Расчеты свидетельствуют о сходимости итерационного процесса. Например, для интеграла от функции $\sin x$ на отрезке $[0, \pi / 2]$ получены следующие приближения.

k	1	2	3	4
I_0^1	0,969(0,031)	1,0146(0,015)	0,998(0,002)	0,9983(0,0017)

В первой строке этой таблицы указан k - номер приближения, во второй строке - значения интегралов, полученные по итерационной формуле (10). В скобках в этой строке приведены абсолютные погрешности полученных приближений.

Литература

1. *Киреев В.И., Киреева О.В.* О подобии операторов численного дифференцирования, интегрирования и сплайнов четной и нечетной степеней. //Журнал ГИАБ. №12 2010г. и №1 2011г.

2. *Бирюкова Т.К.* Интегродифференциальный консервативный метод приближения одномерных и двумерных функций алгебраическими многочленами и сплайнами. //Дис. на соискание уч. степени к.ф.-м.н., М., 1997г., 152 с.

3. *Киреев В.И.* Интегро-дифференциальный метод приближения функций алгебраическими многочленами. Вычислительные технологии. – Новосибирск. ИВТ СО РАН, т.2, №6, 1993.

4. *Киреев В.И.* Интегральный метод приближения функций алгебраическими многочленами и сплайнами четвертой степени. Вестник МАИ. – Изд-во МАИ, т.1, №1. 1994.

5. *Киреев В.И., Бирюкова Т.К.* Полиномиальные интегрально-дифференциальные одномерные и двумерные сплайны. //Вычислительные технологии. Новосибирск, ИВТ СО РАН, 1998, т.3, №3

6. *Киреев В.И., Пантелеев А.В.* Численные методы в примерах и задачах. - М.: Высшая школа, 2008.

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГРУЗОВЫХ ПАРАШЮТНЫХ СИСТЕМ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЛЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Бухтыяров И.И., Морозов В.И., Пономарев А.Т.

(Москва)

Номенклатура десантируемых образцов вооружения и военной техники (ВВТ) продолжает расширяться. В рамках решения задачи дальнейшего повы-

шения боевой эффективности ВВТ этот процесс неизбежно сопровождается ростом как массы, так и габаритных размеров десантируемых грузов. Кроме того, начиная со второй половины 80-х годов прошлого столетия, стало неотъемлемым требование по обеспечению возможности десантирования экипажей и боевых расчётов, размещаемых внутри боевой и специальной техники, что резко повысило требование к надёжности и безопасности функционирования парашотно-десантной техники (ПДТ) [1, 7].

В соответствии с концепцией развития Воздушно-десантных войск (ВДВ) в перспективе до 2020 г. для десантирования образцов ВВТ массой до 15 т предусматривается разработка высокоэффективных бесплатформенных парашютных средств десантирования (СД), а массой от 15 до 25 т – бесплатформенных парашютно-реактивных систем (ПРС). К одним из наиболее важных тактико-технических требований, предъявляемых к данным СД, относятся скоростные и высотные диапазоны их применения. В определяющей степени эти диапазоны зависят от эффективности решения двух сложных и противоречивых проблем. Одна из них связана с обеспечением требуемых характеристик наполняемости парашютной системы (ПС) на малых скоростях и больших высотах применения СД, а другая – со снижением аэродинамических нагрузок, действующих на ПС в процессе ее ввода в действие на предельных высотно-скоростных режимах десантирования [2, 3]. Существенную роль в решении этих задач может сыграть углубленный, целенаправленный анализ результатов летно-экспериментальных исследований образцов ПДТ как получивших путевку в серийное производство, так и оставшихся на стадии опытной разработки, но внесших определенный вклад в решение исследуемых технических проблем. Именно такому анализу посвящена настоящая работа.

В конце 60-х годов прошлого столетия для решения вышеназванных проблем была разработана многокупольная ПС МКС-5-128М, предназначенная для десантирования грузов полетной массой до 8,5 т в диапазоне приборных скоростей полета самолёта 300-400 км/ч с высот 500-5500 м над площадкой десантирования, расположенной с превышением до 2500 м над уровнем моря (с абсолютной высоты до 8000 м). В её состав входило от 3 до 5 основных парашютов (ОП) с раскройной площадью купола 760 м². С целью повышения равномерности нагружения ОП при наполнении ПС и обеспечения режима быстрого стабилизированного спуска десантируемого объекта (ДО) до заданной высоты при его сбрасывании с больших высот в конструкции ПС МКС-5-128М была применена «глухая» система рифления (с параметром рифления $D_{\text{рр}} = 0$; $D_{\text{рр}} = l_p / \pi D_o$, где l_p – длина пояса рифления, D_o – раскройный диаметр купола) с продолжительностью фазы рифления, определяемой моментом срабатывания баровременного замка стабилизирующего парашюта (ЗСП). Однако результаты летных испытаний ПС МКС-5-128М выявили нестабильность её наполнения на малых скоростях де-

сантирования и порывы ткани куполов отдельных ОП при ее применении в районе верхней границы эксплуатационного высотного-скоростного диапазона. В связи с этим ПС МКС-5-128М была запущена в серийное производство с введением целого ряда существенных ограничений по полетной массе десантируемого груза и высотного-скоростным режимам применения.

Анализ кинограмм процесса наполнения ПС МКС-5-128М показал, что причина указанных недостатков связана с проявлением следующих факторов:

- наличие системы «глухого» рифления ПС и отсутствие вертлуга в компоновке «ДО + парашют» приводят в процессе снижения ДО на стабилизирующем парашюте (СП) к скручиванию ОП «в жгут», что резко снижает характеристики наполняемости ПС в целом и повышает вероятность образования «парашюта-лидера», как правило, с выходом его на «запредельный» режим нагружения;

- отсоединение СП после срабатывания ЗСП исключает возможность регулирования процесса наполнения ОП путем силового воздействия на вершины их куполов усилием, создаваемым СП;

- сравнительно большая площадь куполов ОП увеличивает время наполнения ПС в целом.

Следует отметить, что несмотря на введенные ограничения по высотному-скоростному диапазону применения ПС МКС-5-128М на протяжении более 30-ти летнего периода эксплуатации продолжала оставаться единственной системой, обеспечивающей десантирование парашютной платформы типа П-7 полетной массой до 8500 кг с барометрических высот до 8000 м. Именно применение платформы П-128Д (одна из первых версий парашютной платформы П-7) с ПС МКС-5-128М при проведении в 1988 г. воздушно-десантной операции по обеспечению вывода ограниченного континента советских войск с территории Демократической республики Афганистан позволило исключить боевые потери самолетов Ил-76М и Ан-12, осуществлявших парашютное десантирование воинских грузов.

Во второй половине 70-х годов прошлого столетия на базе глубокой модернизации ПС МКС-5-128М была создана ПС МКС-5-128Р, имеющая следующие отличия от своего конструкционного аналога:

- введена пиротехническая система рифления ОП с параметром рифления $D_{\text{пр}} = 0,25$ и продолжительностью фазы рифления, равной 4 с;

- в состав каждого блока ОП введен тормозной парашют (ТП) с площадью купола 13 м^2 , размещенный в районе коуша строп ОП и вступающий в работу на этапе вытягивания ОП по потоку (по лидерной схеме);

- усилен силовой каркас ОП;

- исключен режим снижения десантируемого груза на СП.

Оценка эффективности вышеуказанных мероприятий в летных испытаниях показала, что в отличие от ПСМКС-5128М процесс наполнения ПС МКС-5-128Р протекает более стабильно, без образования «парашюта-лидера». Применение связки ТП сравнительно большой суммарной площади ее куполов существенно снизило максимальные нагрузки, действующие на стропы и ткань куполов ОП, что позволило снять все ограничения по высотно-скоростному режиму применения, которые были присущи конструктивному аналогу, сохранив при этом массу блока ОП практически неизменной.

Вместе с тем сохранение большой площади купола ОП (760 м^2) в сочетании с введенной довольно продолжительной фазой его рифления не позволили снизить минимально допустимую высоту применения модернизированной ПС ниже 500 м. Кроме того, исключение режима стабилизации в схеме функционирования ПС МКС-5-128Р резко увеличило время дрейфа ДО на ПС и тем самым повысило до недопустимых пределов вероятность его поражения огнем мелкокалиберной зенитной артиллерии и стрелкового оружия противника в процессе десантирования. С целью устранения этого недостатка максимально допустимая высота применения ПС МКС-5-128Р была уменьшена с 8000 до 4000 м. Однако такой подход был допустим до появления в конце 70-х годов прошлого столетия на вооружении вероятного противника переносных зенитно-ракетных комплексов типа «Стингер», способных поражать летательные аппараты, летящие на высотах до 7000 м.

Параллельно с модернизацией ПС МКС-5-128М была разработана однокупольная ПС ОКС-540 серии 2 с площадью купола 540 м^2 , предназначенная для использования в составе парашютно-реактивной системы ПРСМ-915.

Для сокращения времени выхода компоновки «ДО + ПРС» на вертикальный участок траектории спуска с заданной установившейся скоростью снижения ПС ОКС-540 серии 2 не имела системы рифления. В связи с этим для снижения максимальных аэродинамических нагрузок, возникающих при ее наполнении, в полусферической части купола ОП были введены отверстия «конструкционного» рифления, а кромка купола была окантована капроновой лентой, обладающей повышенной прочностью.

Между тем, результаты летных испытаний ПРСМ-915 показали, что реализованные в конструкции ПС ОКС-540 серии 2 мероприятия по снижению максимальных аэродинамических нагрузок при наполнении ухудшают характеристики её наполняемости на малых скоростях десантирования. Кроме того, реализованная в конструкции ПРСМ-915 однокупольная схема ПС привела к увеличению времени затухания «маятниковых» колебаний компоновки «ДО + ПРС» на этапе парашютного спуска груза и, как следствие, к возрастанию потери высоты, потребной для формирования необходимых начальных условий для включения в работу тормозной двигательной установки ПРСМ-915. Указан-

ные недостатки также не позволили снизить минимально допустимую высоту применения ПС ОКС-540 серии 2 ниже 500 м.

Проведенные в начале 80-х годов прошлого столетия исследования в области парашютостроения показали, что наиболее эффективный путь дальнейшего снижения минимально допустимой высоты десантирования грузов $H_{\text{мин. доп. дес}}$ связан с отказом от применения в конструкции грузовых ПС рифленых ОП большой площади куполов и переходом к использованию больших «связок» нерифленых ОП сравнительно небольшой площади куполов. Было установлено также, что указанный переход невозможен без решения сложной и противоречивой научно-технической проблемы – с одной стороны, снижения максимальных аэродинамических нагрузок, возникающих при раскрытии ПС такого класса, а с другой – обеспечения заданных характеристик их наполняемости на малых скоростях применения [2, 4, 6, 7].

Один из наиболее успешных подходов к решению данной проблемы был реализован в первой половине 80-х годов прошлого столетия при создании многокупольной ПС МКС-350-9, предназначенной для применения в составе модернизированной парашютной платформы П-7 и парашютной бесплатформенной системы типа ПБС-915 полетной массой до 9,5 т. Здесь задача дальнейшего снижения параметра $H_{\text{мин. доп. дес}}$ решалась за счет применения нерифленых ОП с площадью купола 350 м². При этом в зависимости от массы ДО количество ОП варьировалось от 3 до 9 единиц. Для повышения равномерности нагружения ОП (исключения образования «парашюта-лидера») впервые в практике парашютостроения в конструкции рассматриваемой ПС был реализован способ, основанный на комплексном использовании связки тормозных парашютов (ТП) и дополнительного вытяжного парашюта (ДВП), работающих по схеме, представленной на рисунке 1. Согласно этой схеме при вводе ПС в действие ТП первыми вступают в работу и гасят скорость десантируемого груза до уровня, обеспечивающего приемлемые с точки зрения аэродинамического нагружения начальные условия наполнения связки ОП. Процесс дальнейшего наполнения связки ОП как бы «автоматически» регулируется путем приложения к вершине купола каждого ОП составляющей силы сопротивления ДВП ($Q_{\text{ДВП}}$). Механизм данного процесса состоит в следующем.

Пусть i -й ОП по отношению к другим ОП оказался в лучших условиях по наполнению (не попал в зону сильного аэродинамического затенения от впереди расположенной связки ТП и «пучка» строп других ОП) и начал «лидировать» по процессу наполнения. В этом случае за счет опережающего (по отношению к другим ОП) «расхождения» строп и радиальных лент его силового каркаса вершина купола данного ОП начнет смещаться в сторону, противоположную направлению действия силы $Q_{\text{ДВП}}$. Указанное смещение вершины купола i -го ОП (Δx_i), исходя из условий статического равновесия компоновки «груз

+ парашют», приведет к перераспределению значений составляющих общей силы сопротивления $Q_{двп}$ между ОП парашютной системы. В результате этого из-за «укоротившейся» связи между вершиной купола i -го ОП и коушем ДВП произойдет не только увеличение модуля силы $Q_{двп i}$, но и угла между векторами данной силы и скорости набегающего потока воздуха. Согласно экспериментальным данным, полученным в [7], это приведет к увеличению распределенной контактной нагрузки $q_{кi}$, а значит к росту результирующей контактной силы $F_{кi}$ (из-за возрастания «плотности» контакта i -го ОП с другими ОП, расположенными ближе к продольной оси симметрии наполняющейся ПС – «внутренними» ОП) и поперечной составляющей силы $Q_{двп i}$. Возрастание этих сил, действующих в направлении, противоположном направлению действия раскрывающей силы $Q_{p i}$, снизит темп наполнения i -го ОП, что, в конечном итоге, благоприятно скажется как на равномерности нагружения ПС при раскрытии, так и на характеристиках её наполняемости.

Реализованная в конструкции ПС МКС-350-9 схема ввода в действие в сочетании с оптимально выбранным соотношением между площадью куполов связки ТП и площадью купола ДВП позволили не только уменьшить значение

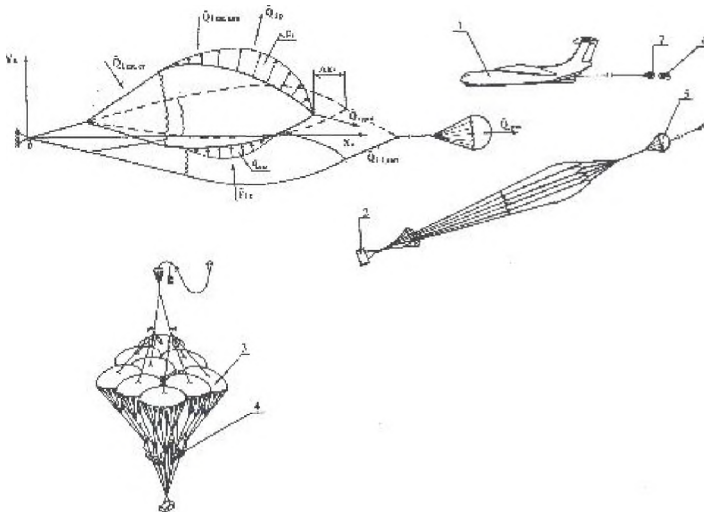


Рисунок 1 – Схема функционирования грузовой многокупольной ПС МКС-350-9 в процессе раскрытия: 1 – самолет; 2 – ДО; 3 – ОП; 4 – ТП; 5 – камера ВПС-8; 6 – ДВП-20; 7 – ВПС-8. (Здесь $Q_{двп i}$ – усилие в звене, соединяющим i -ый ОП с коушем ДВП-20; $Q_{p i}$ – раскрывающая сила i -го ОП; Δp_i –

перепад давления на куполе i -го ОП; q_{ki} – распределённая нагрузка, возникающая при контактировании i -го и $i-1$ -го ОП в процессе наполнения; $Q_{сж.дв. i}$, $Q_{сж.ст. i}$ – результирующие сжимающих распределённых сил, действующих на купол i -го ОП со стороны ДВП-20 и строп i -го ОП соответственно; F_{ki} – результирующая сила распределённой контактной нагрузки q_{ki} ; Δx_i – продольное смещение вершины i -го ОП при его «лидировании» в процессе раскрытия ПС)

параметра $H_{\text{мин.доп.дес}}$ для серийных СД типа ПБС-915 и парашютной платформы П-7 до 300 м, но и уменьшить нижнюю границу скоростного диапазона их применения с 300 до 260 км/ч. Для ДО массой от 4 до 9,5 т указанные параметры в практике как отечественного, так и зарубежного парашютостроения продолжают оставаться непревзойденными по настоящее время.

Во второй половине 80-х годов прошлого столетия для ВДВ были разработаны изделия 950 и 952 массой 13,2 и 18 т соответственно. Параллельно с этим в качестве средств воздушного десантирования изделия 950 была создана бесплатформенная парашютная система ПБС-950, а изделия 952 – парашютно-реактивная система (ПРС) П235. Тактико-техническими заданиями (ТТЗ) на разработку данных СД предусматривалось достижение параметра $H_{\text{мин.доп.дес}}$, не превышающего 300 м с реализацией скоростного диапазона десантирования 300-380 км/ч. Для решения этой задачи в конструкцию ПБС-950 была введена 12-ти купольная ПС МКС-350-12, представляющая собой практически полный конструкционный аналог ПС МКС-350-9 за исключением увеличенного числа ОП (с 9 до 12). Что касается ПРС П235, то в ее состав была включена принципиально новая 12-ти купольная ПС МКС-175-12, разработанная на базе нерифленого ОП с площадью купола 175 м². Результаты предварительных расчетных и экспериментальных исследований показали, что уменьшенная площадь купола ОП ПС МКС-175-12 сама по себе не обеспечивает достижения требуемого значения параметра $H_{\text{мин.доп.дес}}$. В дополнение к мероприятию по уменьшению площади купола ОП потребовалось принятие кардинальных мер и по повышению темпа наполнения связки ОП рассматриваемой ПС. Они вылились в отказ от применения ТП в конструкции ПС МКС-175-12. С целью обеспечения требуемых прочностных характеристик ПС отсутствие связки ТП предполагалось компенсировать использованием в конструкции ОП усиленных строп и лент силового каркаса. Задача обеспечения равномерного нагружения ОП на больших высотно-скоростных режимах применения ПРС П235 решалась по схеме, реализованной в конструкции ПС МКС-350-9 (путем силового воздействия силы сопротивления ДВП на вершины куполов ОП). Следует сказать, что принятый подход к разработке вышеназванных ПС себя не оправдал. Уже на начальном этапе предварительных летных испытаний (ПИ) СД ПБС-950 и П235 была выявлена недостаточная прочность ПС МКС-350-12 и МКС-175-12 на больших

приборных скоростях и высотах десантирования (обрывы строп и отрывы ткани от силового каркаса куполов ОП, «лидирующих» по процессу наполнения). Кроме того первая из названных ПС показала неудовлетворительную наполняемость в районе нижней границы высотно-скоростного диапазона ее применения [6]. В итоге проведения ПИ было установлено, что отказ от применения в конструкции ПС МКС-175-12 связки ТП положительно отразился на характеристиках ее наполняемости на малых скоростях десантирования. Вместе с тем здесь уместно подчеркнуть, что данный положительный эффект был достигнут за счет усиления силового каркаса купола и строп ОП, приведшее к возрастанию удельной массы ($\gamma_{\text{ПС}}$) ПС МКС-175-12 более чем на 40% по сравнению с аналогичным параметром для ПС МКС-5-128Р и МКС-350-9 ($\gamma_{\text{ПС}} = M_{\text{ПС}}/S_{\text{ПС}} \cdot C_{\text{П}}$, где $M_{\text{ПС}}$, $S_{\text{ПС}}$ и $C_{\text{П}}$ – масса, суммарная площадь и коэффициент сопротивления ПС соответственно). В то же время ДВП, введенный в состав ПС МКС-175-12, не выполнил возлагаемой на него функции повышения равномерности нагружения ОП и улучшения наполняемости системы на больших скоростях десантирования. Анализ кинограмм процесса наполнения ПС МКС-175-12 на этих режимах позволяет сделать вывод о том, что наиболее вероятной причиной вышеназванного недостатка является малая площадь купола ДВП и недостаточная длина звеньев, соединяющих его коуш с вершинами куполов ОП. Еще в большей степени такой недостаток проявился в конструкции ПС МКС-350-12, поскольку он был усугублен наличием в ее составе связки ТП с неоптимальным соотношением суммарной площади куполов ТП и ДВП.

Из анализа результатов летных испытаний ПС МКС-350-12 [7] стало ясно, что хорошо зарекомендовавшая себя схема регулирования процесса наполнения ПС МКС-350-9 (см. рисунок 1) при ее реализации в конструкции ПС МКС-350-12 работает неудовлетворительно. Причина этого состоит в следующем:

- увеличенная суммарная площадь куполов ТП при неизменном взаимном расположении связок ТП и ОП приводит к попаданию «центрально» расположенных ОП в зону сильного аэродинамического затенения, что существенно замедляет процесс их наполнения по сравнению с «внешне» расположенными ОП;

- возросшее число ТП и ОП при сохранении длины их соединительных звеньев снижает эффективность работы принятой в конструкции ПС схемы регулирования раскрытия из-за увеличения контактных сжимающих сил, действующих на «центрально» расположенные ОП;

- увеличение числа ТП приводит к росту отрицательного влияния аэродинамического следа за ними на процесс наполнения ПС в целом.

Проведенный в ходе дальнейших летных испытаний СД ПБС-950 комплекс мероприятий по устранению вышеуказанных недостатков, включающий в себя усиление полусной части силового каркаса купола ОП ПС МКС-350-12,

увеличение длины звеньев, соединяющих вершины куполов ОП со звеном ДВП, уменьшение площади купола ДВП, также не привел к положительным результатам. В итоге СД ПБС-950 были запущены в серийное производство с введением ограничения по кратности их применения на предельных режимах десантирования и с включением дополнительного блока ОП в комплект запасных изделий и принадлежностей ПС МКС-350-12.

Предпринятая попытка повышения равномерности нагружения и улучшения характеристик наполняемости ПС МКС-175-12 путем применения системы петлевого рифления ОП также оказалась безрезультатной. Несмотря на простоту исполнения и привлекательность с точки зрения эксплуатационной технологичности (отпадает необходимость применения пиротехнических резаков), такое техническое решение не исключает образования «парашютов-лидеров» в связке ОП в процессе раскрытия ПС с реализацией на них аэродинамических нагрузок, превышающих предельно допустимые значения.

В процессе дальнейшей модернизации СД ПБС-950 в составе ПС МКС-350-12 было уменьшено число ОП с 12 до 10 единиц, а также введена пиротехническая система рифления ОП с параметром рифления $D_{рп} = 0,16$ и фазой рифления продолжительностью 7 с. Такая доработка полностью устранила недостатки, связанные с образованием «парашюта-лидера» при наполнении ПС, и коренным образом повысила стабильность наполнения системы. Вместе с тем наличие у доработанной ПС сравнительно длительной фазы рифления привело к увеличению $H_{мин, доп, дес}$ модернизированных СД ПБС-950М с 300 до 400 м. Сокращение числа ОП в составе ПС МКС-350-12М в свою очередь вызвало рост вертикальной скорости приземления изделия 950 более чем на 15 %, что при сохранении уровня энергоёмкости амортизирующей системы СД ПБС-ПБС-950М увеличило почти на 30 % перечень однократно применяемых в их составе узлов и деталей, резко повысив тем самым стоимость рассматриваемых СД.

Распространение аналогичной системы рифления на ПС МКС-175-12 также вызвало рост параметра $H_{мин, доп, дес}$ ПРС П235 с 300 до 400 м. Предпринятая в ходе дальнейших испытаний ПРС П235 попытка устранить этот недостаток путем сокращения продолжительности фазы рифления доработанной ПС МКС-175-12 с 7 до 4 секунд ощутимых результатов не дала.

Необходимо отметить, что введение пиротехнической системы рифления в конструкции ПС МКС-350-12М и МКС-175-12 отрицательно сказалось на их эксплуатационной технологичности.

В 1995 г. в связи с возникшими трудностями по обеспечению государственных испытаний ПРС П235 тормозными двигательными установками было принято решение о переходе к бесплатформенному парашютному способу десантирования изделий типа 952. Разработанные с этой целью СД П260М представляли собой конструкционный аналог СД ПБС-950М. В связи с тем, что в

составе СД П260М была применена ПС МКС-350-П260М, отличающаяся от ПС МКС-350-12М только увеличенным числом ОП, ТТЗ на их разработку было откорректировано в сторону увеличения параметра $H_{\text{мин.доп.дес}}$ с 300 до 400 м с введением допущения о частичном ненаполнении одного из ОП парашютной системы. Однако летные испытания СД П260М показали нестабильность процесса наполнения ПС МКС-350-П260М не только на малых, но и на средних скоростях ее применения. Физическая сущность этого видна из кинограмм процесса наполнения рассматриваемой ПС, представленных на рисунках 2 и 3. Из анализа этих кинограмм следует, что на протяжении фазы рифления ПС МКС-350-П260М от двух до четырех входящих в ее состав ОП не успевают принять форму, соответствующую их зарифленному состоянию и по отношению к остальным ОП парашютной системы оказываются в значительно худших «стартовых» условиях при дальнейшем наполнении после разрифления. Причина возникновения этого явления связана с несимметричным обтеканием («косой обдувкой») вытянутой по потоку ПС на начальной фазе траектории снижения компоновки «ДО + ПС». В результате такого обтекания образуется группа ТП, смещенная вверх от оси симметрии вытянутой «по потоку» ПС – группа «верхних» ТП (на кинограммах данная группа ТП обведена прямоугольником).

В этом случае оказывается смещенным и «пятно аэродинамической тени» (следа) от «верхних» ТП в проекции на плоскость входных отверстий куполов ОП (на кинограммах это «пятно» обведено окружностью). В соответствии с данными экспериментальных исследований, проведенными в [2, 3], исходя из фактического взаимного расположения связей ТП и ОП ПС МКС-350-П260М, а также суммарной площади миделевого сечения группы «верхних» ТП, можно заключить, что аэродинамический след в районе вышеназванного «пятна аэродинамической тени» является «открыкрытым» (нестационарным). Основные парашюты, попавшие в зону его влияния, оказываются в крайне неблагоприятных условиях с точки зрения процесса их наполнения.

Рассмотренный выше отрицательный эффект впервые проявился при введении ПИ ПС МКС-350-12М, когда первоначально реализованная в ее конструкции продолжительность фазы рифления, равная 4 с, оказалась недостаточной. Его удалось устранить путем увеличения продолжительности фазы рифления ПС с 4 до 7 секунд (за счет применения серийных пирорезаков с более длительной задержкой срабатывания). Между тем такая доработка ПС МКС-350-12М повлекла за собой увеличение параметра $H_{\text{мин.доп.дес}}$ с 300 до 400 м. Реализация аналогичного подхода к решению проблемы повышения характеристик наполняемости ПС МКС-350-П260М, исходя из существующей номенклатуры серийных пирорезаков, будет возможна путем увеличения продолжительности фазы рифления с 7 до 12 секунд.

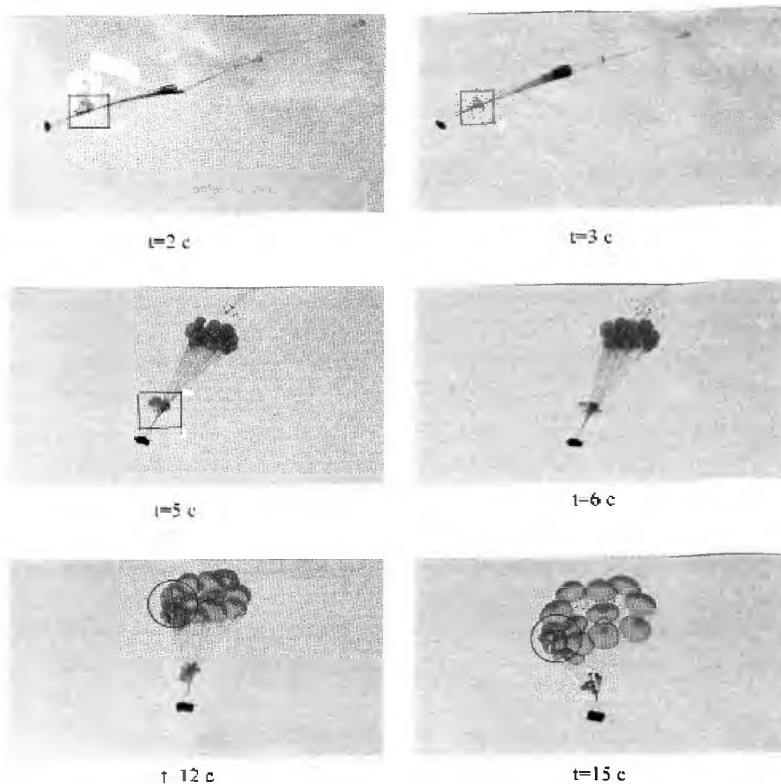


Рисунок 2 – Кинограмма процесса раскрытия ПС МКС-350-П260М (видео-съёмка с земли)

Вместе с тем анализ лётно-экспериментальных данных по наполняемости ПС МКС-350-П260М позволяет сделать вывод о том, что вышеназванное увеличение продолжительности фазы рифления данной ПС с большой степенью вероятности приведет к росту минимально допустимой высоты применения СД П260М выше значения, заданного ТТЗ на их разработку. В этом случае будет полностью утрачено достигнутое преимущество ПС МКС-350-П260М перед ранее разработанными грузовыми ПС МКС-5-128Р и МКС-5-1400 по параметру $H_{\text{мин.доп.дес}}$.

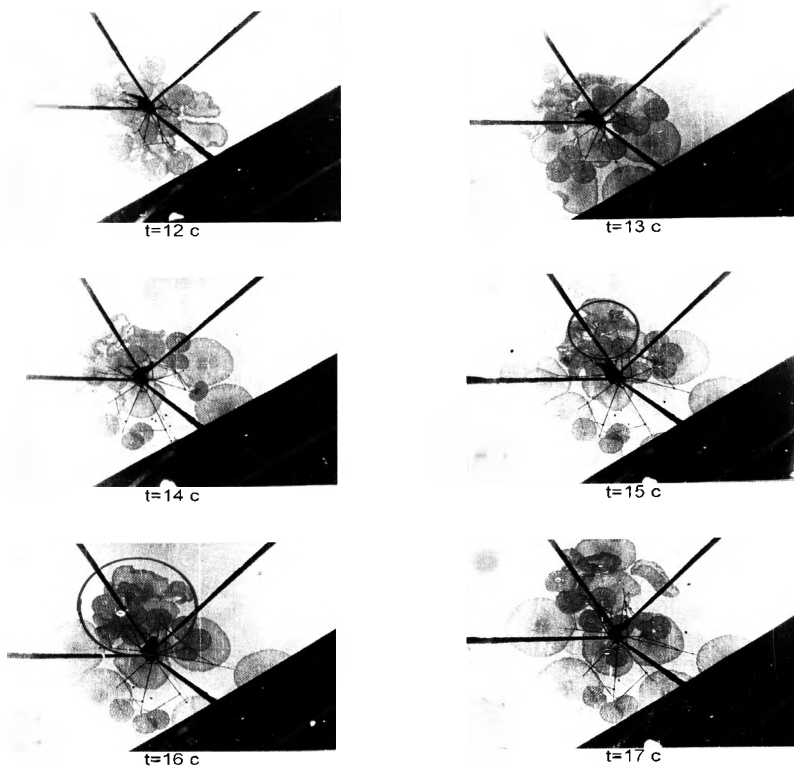


Рисунок 3 – Кинограмма процесса раскрытия ПС МКС-350-П260М (киносъёмка с помощью кинокамеры, установленной вертикально в проеме башенного люка изделия 952)

В целом результаты летных испытаний ПС МКС-350-12(М), МКС-175-12 и МКС-350-П260М показали, что при сохранении в неизменном состоянии таких параметров этих систем, как относительные площади куполов связок ТП, ОП, площади купола ДВП и длин соединительных звеньев, определяющих взаимное расположение названных парашютов, значение параметра $H_{\text{мин доп дес}}$ для ПС такого класса, даже при полной реализации возможностей используемой системы рифления ОП с входным отверстием, не удаётся снизить ниже 400 м.

Всесторонний анализ возможных путей решения рассматриваемой задачи указал на необходимость более углубленного изучения результатов летно-

экспериментальных исследований по поиску более эффективных, «ужесточенных» методов прочностных испытаний грузовых ПС типа МКС-350-9, проведенных в 1987-1988 гг. [7]. В процессе этих исследований было установлено, что за счет уменьшения суммарной площади куполов ТП в составе серийной ПС МКС-350-9 на 50-60 % (сокращения штатного числа ТП) можно существенно улучшить характеристики ее наполняемости и повысить равномерность нагрузки связи ОП при раскрытии. В то же время было обнаружено, что если первый из вышеназванных положительных эффектов проявляется во всем высотном-скоростном диапазоне применения исследуемой ПС, то положительное влияние уменьшения суммарной площади куполов ТП на равномерность нагрузки ее ОП при наполнении снижается с ростом абсолютной высоты десантирования.

В таблице 1 представлены результаты замеров нагрузок в коушах ОП парашютной системы МКС-350-9 при ее

Таблица 1

$V_{\text{пр.дес.}}$, км/ч $H_{\text{абс.дес.}}$, м	$M_{\text{пол.п.}}$ кг № гнезда моно- рельса	Конфигура- ция ПС: кол-во ОП кол-во ТП	Максимальная нагрузка в коуше i -го ОП ($Q_{\text{оп } i}$), тс					M [$Q_{\text{оп } i}$], тс	$\sigma_{\text{оп } i}$, тс
			Нумерация ОП (в порядке возрастания нагрузки)						
			1	2	3	4	5	3,3	1,13
$\frac{395}{500}$	$\frac{6400}{5}$	$\frac{6}{6}$	4,7	4,6	3,2	2,3	2,2	2,9	0,62
$\frac{400}{500}$	$\frac{6400}{4}$	$\frac{6}{3}$	3,6	3,5	3,3	3,1	2,1	2,5	0,57
$\frac{395}{500}$	$\frac{6400}{5}$	$\frac{6}{2}$	3,4	2,9	2,8	2,1	2,0	2,3	0,55
$\frac{395}{4000}$	$\frac{6400}{5}$	$\frac{6}{6}$	3,3	2,6	2,2	2,1	1,9	5,5	1,10
$\frac{395}{4000}$	$\frac{6400}{4}$	$\frac{6}{2}$	6,6	6,4	6,2	4,9 1	4,5 2	3,3	1,13

применении в 6-ти купольном варианте ОП с различным числом ТП для десантирования парашютной платформы П-7 полетной массой 6400 кг на предельных высотном-скоростных режимах. В этой таблице приняты следующие обозначения: $V_{\text{пр.дес.}}$, $H_{\text{абс.дес.}}$ – приборная скорость и абсолютная высота десантирования соответственно; $M_{\text{пол.п.}}$ – полетная масса платформы П-7; $M[Q_{\text{оп } i}]$, $\sigma_{\text{оп } i}$ – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение максимальных значений нагрузки $Q_{\text{оп } i}$ соответственно (индекс «1» означает значение нагрузки, замеренное в коуше ОП при обрыве звена, соединяющего его вершину с коушем ДВП, а индекс «2» – значения аналогичных параметров, зарегистрированных в случаях «вырыва» полюсных частей куполов ОП).

На рисунке 4 нанесены графики изменения суммарной аэродинамической нагрузки $Q_{пг}$ во времени t для ПС МКС-350-9 при ее раскрытии на различных режимах десантирования. Сравнительный анализ этих графиков показывает, что трехкратное уменьшение количества ТП в составе данной ПС для случая десантирования платформы П-7 на максимальной скорости $V_{пр.дес}$ с высоты $H_{абс.дес} = 500$ м позволяет снизить в 2 раза среднеквадратическое отклонение параметра $Q_{оп i}$ при незначительном росте его математического ожидания. В то время, как при проведении аналогичного эксперимента по десантированию платформы с $H_{абс.дес} = 4000$ м, было получено более чем двукратное увеличение математического ожидания $\sigma_{оп i}$ и среднеквадратического отклонения нагрузки $Q_{оп i}$, что привело к «вырыву» полюсной части купола на одном ОП парашютной системы и обрыву звеньев, соединяющих вершины двух других ОП со звеном ДВП-20 (см. рисунок 5 а, б соответственно).

По результатам экспериментальных исследований, приведенных в [7], можно сделать вывод о том, что с точки зрения решения задачи достижения оптимальных характеристик наполняемости ПС МКС-350-9 имеет значительно завышенную суммарную площадь куполов связки ТП. Свидетельством тому, что такой же недостаток присущ и ПС МКС-350-П260М послужил следующий факт.

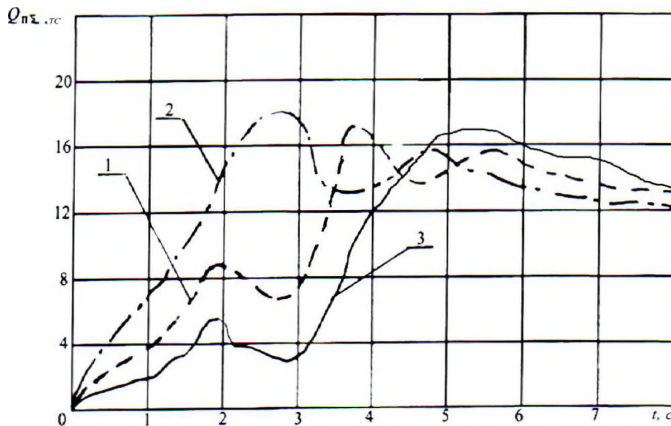


Рисунок 4 – Изменение суммарной аэродинамической нагрузки $Q_{пг}$ ПС МКС-350-9 во времени наполнения t при применении системы в 6-ти купольном варианте ОП с различным числом ТП для десантирования парашютной платформы П-7 полетной массой 6400 кг на предельных высотно-скоростных режимах: кривая 1 – штатное число ТП (шесть ТП) при десантировании платформы на $V_{пр.дес} = 395$ км/ч с $H_{абс.дес} = 500$ м; кривая 2 – штатное число ТП

при десантировании платформы на $V_{\text{пр. дес}} = 395 \text{ км/ч}$ с $H_{\text{абс. дес}} = 4000 \text{ м}$; кривая 3 – два ТП при десантировании платформы на $V_{\text{пр. дес}} = 395 \text{ км/ч}$ с $H_{\text{абс. дес}} = 500 \text{ м}$

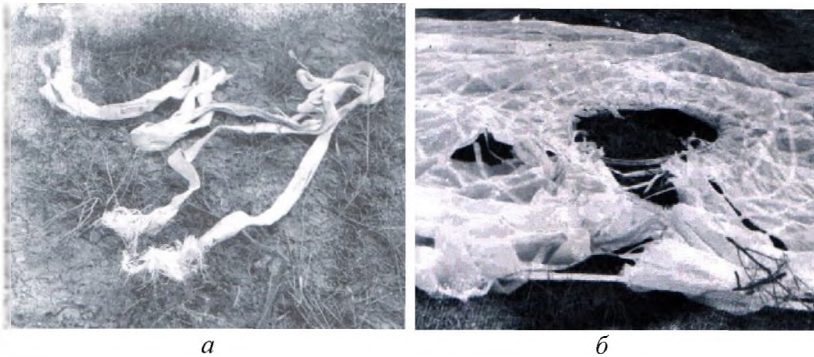


Рисунок 5 – Повреждения ПС МКС-350-9 в 6-ти купольном варианте ОП с числом ТП, сокращённым с 6 до 2 парашютов, полученные при десантировании парашютной платформы П-7 полетной массой 6,4 т на режиме: $V_{\text{пр. дес}} = 400 \text{ км/ч}$, $H_{\text{абс. дес}} = 4000 \text{ м}$ (*а* – вырыв полюсной части купола ОП; *б* – обрыв звена, соединяющего коуш ДВП-20 с полюсной частью купола ОП)

Программой ПИ СД П260М не предусматривалось проведение летных экспериментов по проверке влияния суммарной площади куполов связки ТП (при неизменной площади купола ДВП и длинах соединительных звеньев между коушем его купола и вершинами куполов ОП) на характеристики наполняемости ПС МКС-350-П260М. Однако в одном из летных экспериментов такая проверка была осуществлена несанкционированно. Поводом для нее послужил полный отказ в работе семи из четырнадцати ТП, вызванный нарушением порядка прокладки их соединительных звеньев между блоками ОП при монтаже ПС МКС-350-П260М на изделие 952. Из представленной на рисунок 6 кинограммы этого летного эксперимента видно, что процесс наполнения ПС МКС-350-14М по сравнению со случаями ее применения на аналогичных режимах десантирования при штатной работе связки ТП протекает более стабильно. При этом время наполнения ПС сократилось почти на 25%. В значительной степени характер наполнения ПС МКС-350-П260М, проявившийся при нештатном варианте работы связки ТП, аналогичен случаю наполнения ПС МКС-175-12 при ее применении в районе нижней границы эксплуатационного скоростного диапазона (см. рисунок 7).



Рисунок 6 – Процесс наполнения ПС МКС-350-П260М при отказе семи из четырнадцати ТП; режим десантирования: $V_{\text{пр. дес}} = 350$ км/ч, $H_{\text{абс. дес}} = 600$ м

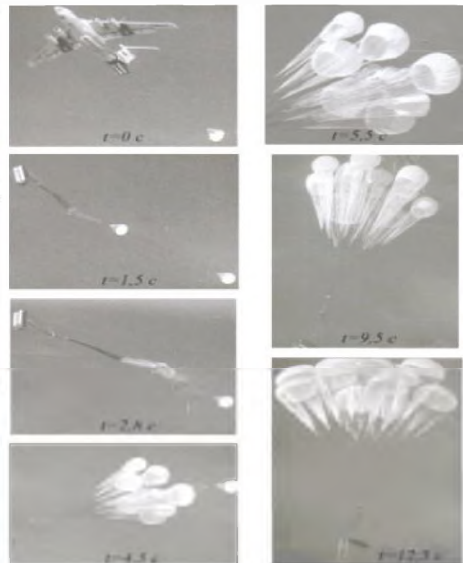


Рисунок 7 – Кинограмма процесса наполнения ПС МКС-175-12; режим десантирования: $V_{\text{пр. дес}} = 320$ км/час, $H_{\text{абс. дес}} = 500$ м

Проведенный сравнительный анализ результатов летных испытаний ПС МКС-350-9, МКС-350-12, МКС-350-П260М и МКС-175-12 позволяет сделать вывод о том, что один из возможных путей решения проблемы коренного улучшения характеристик наполняемости и повышения равномерности нагружения ОП многокупольных ПС может быть связан с отказом от применения в их конструкции традиционной системы рифления. Однако такой путь повышения эффективности функционирования перспективных ПС потребует принятия принципиально новых технических решений, в основу которых целесообразно положить реализацию более интенсивного силового воздействия на вершины куполов ОП при их наполнении усилием от ДВП и решение задачи по выбору оптимального соотношения между суммарной площадью куполов связок ТП, ОП и ДВП [7]. Эффективное и менее затратное решение этой задачи может быть получено только на основе широкого внедрения в практику парашютостроения новых информационно-расчетных технологий, базирующихся на современных численных методах механики сплошной среды и последних достижениях вычислительной техники [3 – 5]. В этом случае речь идет о создании

структурной математической модели функционирования компоновки «десантируемый груз + парашютная система» и оперативного получения упреждающей научно-технической информации при виртуальной эксплуатации этой модели на основе вычислительного эксперимента.

Литература

1. *Шибанов Г.П.* Эксплуатация и безопасность парашютных систем. М.: Машиностроение, 2005. 288 с
2. *Лобанов Н.А.* Основы расчета и конструирования парашютов. М.: Машиностроение, 1965. 364 с
3. *Морозов В.И., Пономарев А.Т., Рысев О.В.* Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. М.:Физматлит, 1995. 736 с.
4. *Лялин В.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т.* Парашютные системы. Проблемы и методы их решения. – М.: Физматлит, 2009. – 576 с. – ISBN 978-5-9221-1057-0
5. *Леонов С.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т.* Моделирование формообразования и прочностных характеристик парашютов // Изв. РАН. МТТ. 2011, № 2, С. 185-200.
6. *Трямкин А.В., Скиданов С.Н.* Исследование процесса наполнения парашютных систем. – [ma1.ru/Наука/Журнал Труды МАИ/.../num3/article1/print.htm](http://ma1.ru/Наука/Журнал%20Труды%20МАИ/.../num3/article1/print.htm) Москва
7. Исследования по расширению возможностей и безопасности парашютного десантирования тяжелых крупногабаритных грузов на основе улучшения тактико-технических характеристик парашютно-десантной техники и увеличения десантной нагрузки военно-транспортных самолетов: отчет о НИР: № 3311/413125; шифр «Атлант-19» / Военный учебно-научный центр ВВС. – Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина; рук. *А. Т. Пономарев*; исполн.: *И.И. Бухтояров и др.* – М., 2011. – 205с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДИССИПАТИВНЫХ ПОТЕРЬ В СТЕРЖНЕВОМ ЭЛЕМЕНТЕ КВАРЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА

Горшков А.А., Коровайцева Е.А., Коровайцев А.В., Ломовской В.А.

(Москва)

Исследование резонансных характеристик кварцевых гироскопов и теоретический анализ их параметров на базе модельных представлений колебательно-го процесса динамической системы «оболочка-стержень» [1] показало, что возможность повышения добротности требует детального исследования следующих вопросов:

- 1) улучшение структуры материала, из которого изготовлен резонатор;

2) повышение качества поверхности оболочки.

Кроме этих вопросов, на добротность процесса колебаний резонатора будут влиять материал и геометрические характеристики как самой оболочки, так и стержня, а также (в еще большей степени) температура резонатора.

В данной работе рассматривается первый шаг анализа всех этих проблем – теоретическое исследование влияния температуры на колебательный процесс кварцевого стержня резонатора. Предполагается, что стержень имеет постоянные по длине геометрические характеристики и теоретически нулевую шероховатость поверхности. Стержень имеет квадратное поперечное сечение со стороной 2 мм и длиной 50 мм.

Учитывая, что добротность колебательного процесса Q и коэффициент поглощения части энергии внешнего деформирующего воздействия ψ связаны соотношением [2]:

$$Q = \frac{1}{\psi} = 2\pi \frac{W}{\Delta W} \quad (1)$$

где W и ΔW - энергия, диссипированная в образце за один период колебаний и энергия, подведенная для деформации образца соответственно, на данном этапе проведено исследование зависимости коэффициента поглощения ψ в аморфном кварце от температуры $\psi(T)$ в режиме свободно затухающих изгибных колебаний с частотой $\nu \approx 1$ Гц. Связь коэффициента поглощения ψ с логарифмическим декрементом λ определяется в виде:

$$\psi = \frac{\Delta W}{2\pi W} = tg\delta = \frac{\lambda}{\pi} \quad (2)$$

На рис. 1 представлена зависимость $\lambda(T)$ для кварца при $\nu \approx 1$ Гц, откуда следует, что имеются три температурные области, характерные для λ :

1 – температуры от ~ 10 К до 300 К, где наблюдается пик диссипативных потерь;

2 – температуры от ~ 300 К до 600 К, где наблюдается практически неизменяемый по интенсивности фон диссипативных потерь;

3 – температуры от 600 К и выше, где наблюдается резко возрастающая интенсивность потерь.

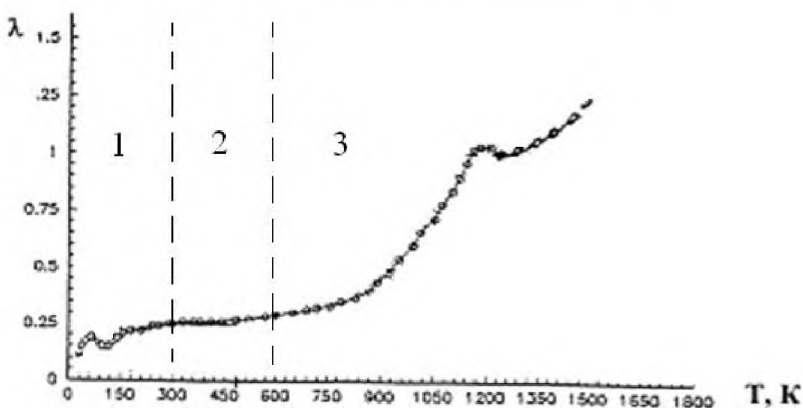


Рис. 1. Зависимость логарифмического декремента от температуры

Рабочая область резонаторов определена интервалом температур области 2, где наблюдается величина фона потерь $\lambda \approx 0.25$. Величина напряжения, возникающего в поперечном сечении исследуемого образца, $\sigma_{\max} \approx \pm 1,7 \cdot 10^{-2}$ МПа, что значительно ниже предела пропорциональности $\sigma_{m_i} \approx 100$ МПа [4], т.е. $\sigma_{\max} \ll \sigma_{m_i}$. Из этого следует, что в гуксовской области деформирования образца, где должна наблюдаться линейная зависимость в виде

$$\sigma = E\varepsilon \quad (3)$$

и не должно быть диссипации, получаемые в квазистатических режимах внешнего деформирующего воздействия диаграммы $\sigma = f(\varepsilon)$ подтверждают экспериментально линейно упругую реакцию материалов на эти воздействия до величин σ_{m_i} . Таким образом, при выполнении условия $\sigma \leq \sigma_{m_i}$ или $\varepsilon \leq \varepsilon_{m_i}$ имеет место мгновенное взаимнооднозначное соответствие между σ и ε . И только при $\sigma > \sigma_{m_i}$ эта мгновенная взаимнооднозначность перестает быть мгновенной, и взаимнооднозначное соответствие наступает через определенное время t . В этом случае имеет место зависимость $\sigma = f(\varepsilon, t)$, которая графически представляется не прямой линией, а некой эллипсоидной кривой. Этот факт экспериментально подтверждается для самых различных материалов [5-8].

Остаточных деформаций в данном случае не наблюдается, так же как при принятии зависимости (3), хотя механическое исходное состояние равновесия достигается не мгновенно, а по истечении определенного времени t . В этом случае напряжение, возникающее в материале, будет зависеть от скорости $\dot{\varepsilon}$ деформирования по соотношению [3]

$$\sigma \approx \sigma_0 + \mu \dot{\varepsilon} \tag{4}$$

где $\mu \approx \frac{\sigma_1}{\dot{\varepsilon}_0} \approx 0.2 \div 0.4$ кг·сек/см² при $\dot{\varepsilon} \approx 10^3$ сек⁻¹.

Физический смысл коэффициентов μ и σ_1 не уточняется, но размерность μ соответствует размерности коэффициента вязкого течения, т.е. какого-то диссипативного коэффициента.

Однако следует отметить, что в динамических режимах при $\sigma \ll \sigma_{mi}$ наблюдается нелинейная зависимость $\sigma = f(\varepsilon)$ в виде эллипсоидных петель [5-8], т.е. линейное соотношение $\sigma = f(\varepsilon)$ переходит в нелинейное $\sigma = f(\varepsilon, t)$.

Исходя из зависимости $\sigma = f(\varepsilon, t)$ и наличия петли гистерезиса в координатах « $\sigma - \varepsilon$ » решение задачи диссипации энергии при колебательном процессе резонатора может быть проведено по двум направлениям [11]:

1) линейное представление в виде

$$\sigma = E\varepsilon + r\dot{\varepsilon}, \tag{5}$$

где r – диссипативный коэффициент, $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$;

2) нелинейное представление в виде

$$\sigma = E\varepsilon + r_1 f(\varepsilon) \tag{6}$$

где $f(\varepsilon)$ – нелинейная функция, определяемая формой эллипсоидной гистерезисной петли; $r_1 \neq r$ – диссипативный коэффициент.

Использование соотношения (6) приводит к тому, что дифференциальное уравнение при описании колебательного процесса является нелинейным и, кроме того, при малом внутреннем трении затруднительно установить истинную форму петли гистерезиса, имеющей вид узкой щели и, следовательно, достаточно сложно выбрать соответствующую этой петле функцию $f(\varepsilon)$ (рис. 2).

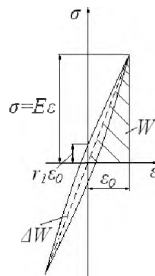


Рис.2. Петля гистерезиса

Однако, в [10] показано, что при синусоидальных воздействиях и напряжения, и деформации также изменяются по синусоидальному закону с той же частотой ω , т.е.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(\omega t + \alpha_\varepsilon) \quad (7)$$

где α_ε - сдвиг фазы.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\varepsilon_0 \omega \sin(\omega t + \alpha_\varepsilon). \quad (8)$$

Исключим из (7) и (8) время t :

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)^2 = \omega^2 (\varepsilon_0^2 - \varepsilon^2) \quad (9)$$

Из соотношений (5) и (9) следует:

$$\sigma = E\varepsilon \pm \omega r \varepsilon_0 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}} = E\varepsilon \pm r_1 \varepsilon_0 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}} = E\varepsilon \pm r_1 f(\varepsilon), \quad (10)$$

где

$$\begin{cases} r_1 = \omega r \\ f(\varepsilon) = \varepsilon_0 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2}} \end{cases} \quad (11)$$

Таким образом, соотношения (10) и (6) совпадают, а зависимость (5) соответствует зависимости (6) при динамических синусоидальных колебательных процессах, возбуждаемых в исследуемых стержнях.

Соотношение (5) является более предпочтительным, т.к. оно «приводит решение нелинейной по существу задачи к решению линейного дифференциального уравнения» [11].

Однако в этом случае следует принять условие, что коэффициент r не зависит от $\dot{\varepsilon}$ (или ω) и геометрических характеристик I_z поперечного сечения стержня. Кроме того, следует принять, что r не зависит от температуры, что в первом приближении отвечает температурной области 2 спектра $\lambda=f(T)$ (рис. 1).

В этом случае для описания данного диссипативного процесса в кварце в области 2 при исследовании колебаний используется феноменологическая модель Фойгта [11].

Данная модель представляет собой параллельно соединенные упругий элемент (с модулем упругости E) и диссипативный элемент (с вязкостью η) (рис. 3).

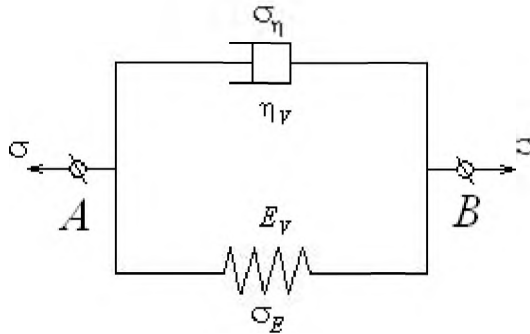


Рис. 3. Модель Фойгта

Общее напряжение на модели равно:

$$\sigma = \sigma_E + \sigma_\eta \quad (12)$$

Общая деформация

$$\varepsilon = \varepsilon_E + \varepsilon_\eta \quad (13)$$

В случае, когда характеристики упругого элемента описываются гуковской зависимостью, а характеристики вязкого элемента – ньютоновской зависимостью при простом сдвиге, имеет место соотношение

$$\begin{cases} \sigma_E = E_V \varepsilon \\ \sigma_\eta = \eta_V \dot{\varepsilon} \end{cases} \quad (14)$$

Т.е.

$$\sigma = E_V \varepsilon + \eta_V \dot{\varepsilon} \quad (15)$$

где индекс «V» указывает на элемент модели Фойгта.

Дифференциальное уравнение (15) является уравнением Фойгта в общем виде.

Использование модельных представлений Ильюшина и Фойгта для описания неупругой реакции образца при $\sigma \ll \sigma_{m0}$ является лишь самым грубым вынужденным приближением для обоснования диссипативных потерь в материале образца при возбуждении в нем колебательного процесса. Это обусловлено тем, что данные модели неадекватно описывают изменение диссипативных потерь на спектре внутреннего трения (рис. 1) в 1 и 2 областях. Для использования этой модели необходимо принять, что $\omega = const$ и время ретардации (ползучести) $\tau_V = const$, т.е.

$$\begin{cases} \omega = 2\pi\nu = \text{const} \\ \tau_\nu \approx 1 \text{ сек} = \text{const} \end{cases} \quad (16)$$

В данной работе рассмотрены (в первом приближении) направления возможностей теоретического описания колебательного процесса в кварцевом стержне при следующих условиях:

$$\begin{cases} E \neq \text{const} \\ I_z = \text{const} \\ T \neq \text{const} \\ \omega = \text{const} \\ \tau_\nu = \text{const} \end{cases} \quad (17)$$

Уравнение изгибных колебаний стержня, нагруженного распределенной нагрузкой, имеет вид

$$m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 M_z}{\partial t^2} = q(x, t) \quad (18)$$

где m – распределенная масса стержня, v – прогиб, M_z – изгибающий момент, $q(x, t)$ – распределенная нагрузка.

Пусть рассеяние энергии в материале стержня при колебаниях учитывается в зависимости (5).

Составим выражение для изгибающего момента M_z (рис.4), принимая во внимание соотношение (5):

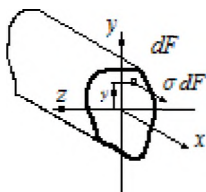


Рис. 4. Рисунок к выводу соотношения для изгибающего момента

$$\begin{aligned}
 M_z &= \int_F \sigma dF y = \int_F \left(E\varepsilon + r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) y dF = \int_F E \varepsilon y dF + \int_F r \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} y dF = \int_F E \frac{y^2}{\rho} dF + \frac{\partial}{\partial t} \int_F \frac{r}{E} E \frac{y^2}{\rho} dF = \\
 &= E \frac{I_z}{\rho} + \kappa \frac{\partial}{\partial t} \left(E \frac{I_z}{\rho} \right) = M_z^0 + \kappa \frac{\partial M_z^0}{\partial t}, \\
 (19)
 \end{aligned}$$

где $E I_z$ - жесткость стержня при изгибе в плоскости осей x - y , ρ - радиус кривизны изогнутой оси стержня, $\kappa = \frac{r}{E}$, M_z^0 - изгибающий момент, определенный без учета рассеяния энергии в материале:

$$M_z^0 = \frac{E I_z}{\rho} = E I_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}. \quad (20)$$

Из уравнения (18) с учетом соотношений (19) и (20) имеем

$$E I_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + r I_z \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = q(x, t). \quad (21)$$

В качестве примера рассмотрим колебания консольной балки, нагруженной распределенной нагрузкой по всей длине. Пусть нагрузка является гармонической с частотой ω :

$$q = q_0 e^{i\omega t}. \quad (22)$$

Тогда для установившихся вынужденных колебаний прогибы стержня можно представить в виде

$$v(z, t) = y(z) e^{i\omega t}. \quad (23)$$

Подставляя (22) и (23) в (21), имеем

$$E I_z \frac{d^4 y}{dx^4} + r I_z i \omega \frac{d^4 y}{dx^4} - m \omega^2 y = q_0.$$

Учитывая соотношение $\kappa = \frac{r}{E} = \frac{\lambda}{\pi \omega}$ [9], где λ - логарифмический декре-

мент затухания, имеем

$$\frac{d^4 y}{dx^4} \left(1 + i \frac{\lambda}{\pi} \right) - \frac{m \omega^2}{E I_z} y = \frac{q_0}{E I_z}$$

или

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{m\omega^2 \Delta}{EI_z} y = \frac{q_0}{EI_z} \Delta, \quad (24)$$

$$\text{где } \Delta = \frac{1 - i\lambda / \pi}{1 + i\lambda^2 / \pi^2}.$$

Рассмотрим решение уравнения (24) для консольной балки. В этом случае граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} x=0 \quad y &= 0, \\ x=0 \quad y' &= 0, \\ x=l \quad y'' &= 0, \\ x=l \quad y''' &= 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Пусть для данной задачи материал стержня – аморфный кварц, $m=6,63$ кг/м, $l=1$ м, частота внешнего воздействия $\nu=1$ Гц, $q_0=5$ Н/м. Стержень имеет квадратное поперечное сечение со стороной 50 мм.

Учтем, что для частоты $\nu=1$ Гц логарифмический декремент затухания изменяется в зависимости от температуры в соответствии с графиком, представленным на рис. 1. Помимо этого, модуль упругости кварца изменяется с ростом температуры в соответствии с графиком, представленным на рис. 5. При этом модуль упругости E_0 примем равным $E_0=80$ ГПа.

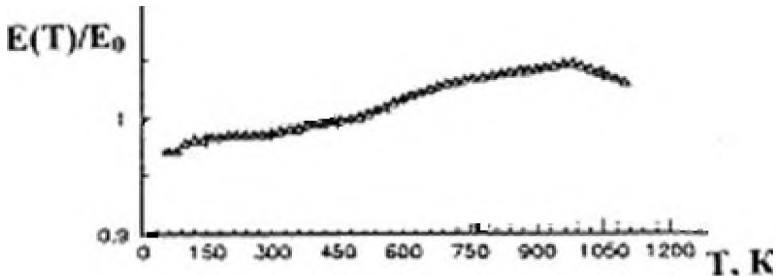


Рис. 5. Зависимость модуля упругости кварца от температуры

Решение краевой задачи (24)-(25) с учетом температурных зависимостей модуля упругости и логарифмического декремента затухания и последующее определение деформаций и напряжений по соотношению (5) позволяет определить изменение петли гистерезиса в зависимости от температуры.

Примем, что температура изменяется в пределах от 200 °С до 700 °С. Петли гистерезиса для наибольшего напряжения в сечении стержня с координатой $x=0$ представлены на рис. 6, 7. На рис.6, а показана петля гистерезиса для темпера-

туры $T=200^{\circ}\text{C}$, на рис. 6, б – для температуры $T=700^{\circ}\text{C}$. Из графиков видно, что с ростом температуры петля гистерезиса расширяется.

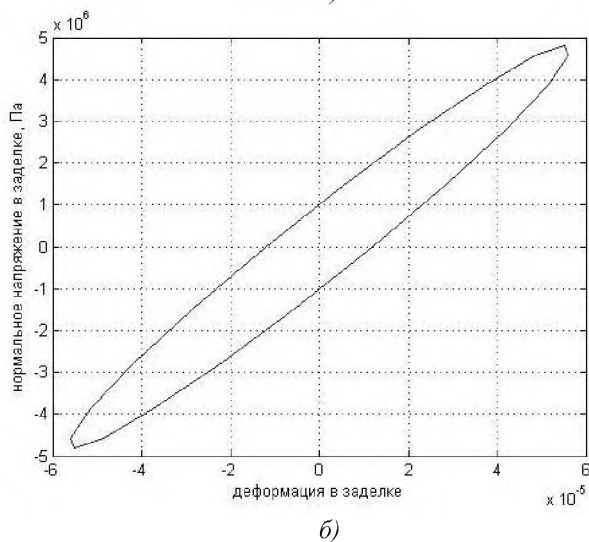
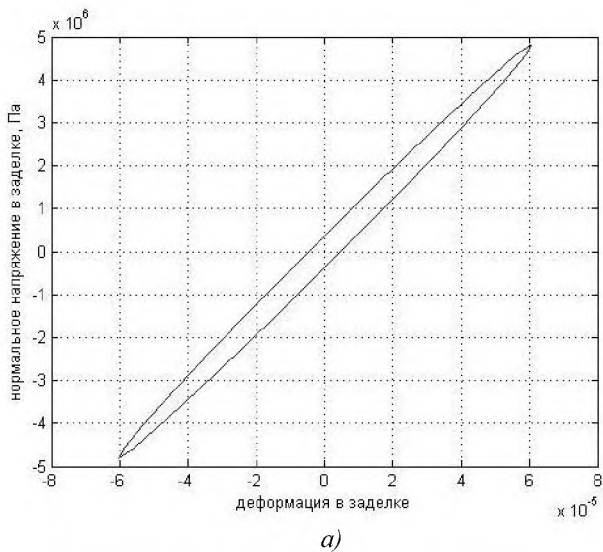
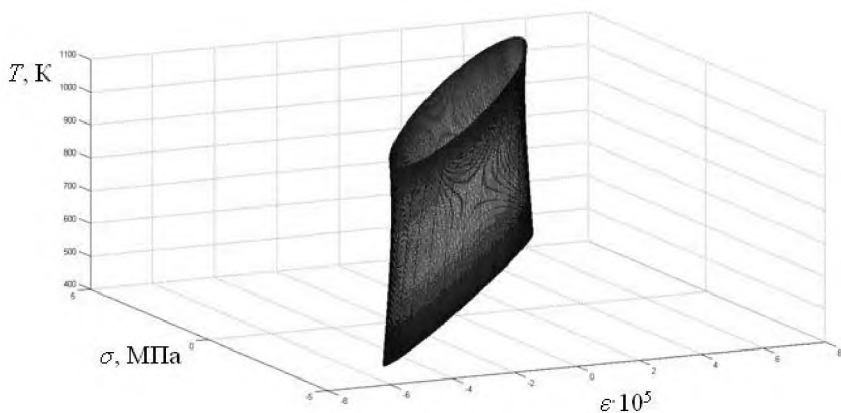
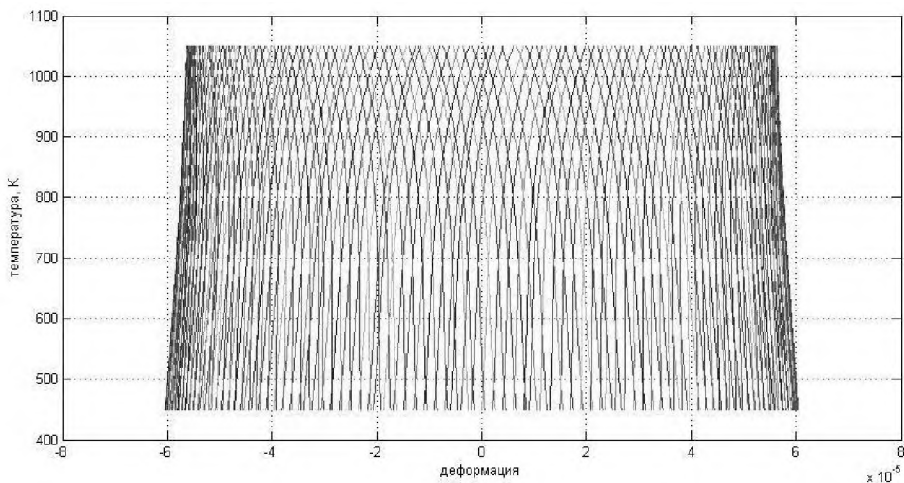


Рис. 6. Петли гистерезиса для сечения с координатой $x=0$: а) при $T=200^{\circ}\text{C}$; б) при $T=700^{\circ}\text{C}$

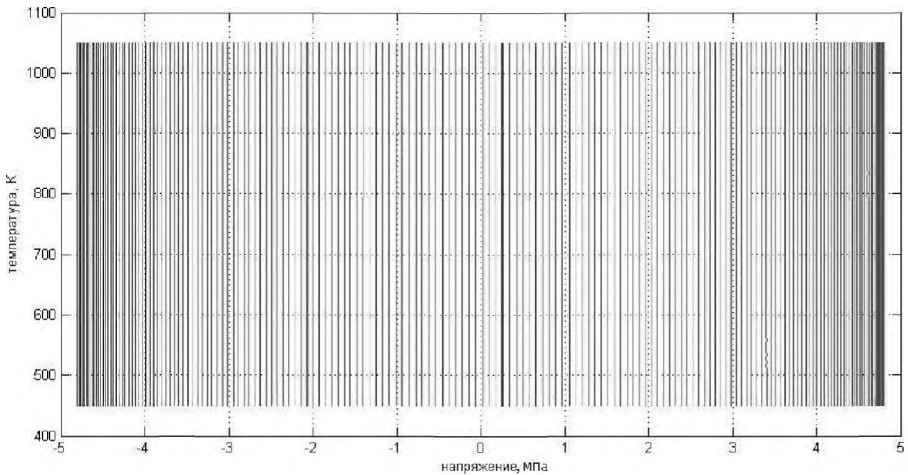
Трехмерный график, характеризующий изменение петли гистерезиса в зависимости от температуры, представлен на рис. 7, а-в. Как видно из графика, с ростом температуры максимальные деформации заметно уменьшаются (рис. 7, б), в то время как максимальные напряжения незначительно увеличиваются (рис. 7, в).



а)



б)



в)

Рис. 7. Изменение петли гистерезиса в зависимости от температуры

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ № 11-08-00504-а).

Литература

1. Гуськов А.М., Чижов А.С. Модель резонатора твердотельного вибрационного гироскопа как динамической системы оболочка – крепежный стержень // Вестник МГТУ, сер. Приборостроение, 1991, №4, с. 55-63.
2. Постников В.С. Внутреннее трение в металлах. М.: Metallurgia, 1969. – 330 с.
3. Ильюшин А.А. Пластичность. Упруго-пластические деформации. Часть 1. ОГИЗ Гос. изд-во технико-теорет. Литературы. М.-Л., 1948. –376 с.
4. Мазурин О.В., Стрельчина М.В., Швайко-Швайковская Т.П. Свойства стекол и стеклообразующих систем. Справочник, часть 1. Л.: Наука, 1973. – 443 с.
5. Сорокин Е.С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания. Исследования по динамике сооружений. М.: Госстройиздат, 1951.
6. Панов Д.Ю. О крутильных колебаниях стержня при наличии упругого гистерезиса //Прикладная математика и механика, 1940, т.4, вып.1, с. 65-78.

7. Пановко Я.Г. Об учете гистерезисных потерь в задачах прикладной теории упругих колебаний // Журнал технической физики, 1953, т.23, вып.3, с. 486-497.
8. Давиденков Н.Н. О рассеянии энергии при вибрациях // Журнал технической физики, 1938, т.8, вып.6, с.483-499.
9. Чудновский В.Г. Методы расчета колебаний и устойчивости стержневых систем. Киев: Изд-во АН УССР, 1952. – 416 с.
10. Сорокин Е.С. Замкнутое решение задачи о вынужденных колебаниях стержней с гистерезисом. Сб. Исследования по теории сооружений. Стройиздат, вып. 4, 1940.
11. Смагин А. Г., Ярославский М. И. Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы. М.: «Энергия», 1970. — 488 с.

ВЫДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ДЕМПФИРОВАНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАТУХАЮЩИХ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕСТ-ОБРАЗЦОВ

Егоров А.Г., Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н., Паймушин В.Н.

(Казань)

Введение. В последнее время повышенный интерес вызывают исследования вынужденных и свободных механических колебаний пластин в неподвижной вязкой жидкости (газе). Мотивация приходит из множества практических приложений, включая атомную микроскопию, датчики и приводы головок на микромеханических генераторах, охлаждающие устройства, робототехнические движители, устойчивость нефтяных платформ, гашение колебаний жидкости в топливных баках, измерение демпфирующих свойств материалов. Последнее из отмеченных приложений и инициировало данную работу.

Одной из основных задач в указанном выше классе проблем является предсказание сил, действующих на колеблющуюся балку со стороны жидкости. Считается, что аэродинамическое взаимодействие может быть сведено к инерционному эффекту присоединенной массы и аэродинамическому демпфированию. Инерционный эффект приводит к снижению частоты, а аэродинамическое демпфирование – к росту декремента затухания колебаний пластины по сравнению с ее колебаниями в вакууме. К сожалению, даже в плоском приближении задача определения аэродинамических сил, действующих на гармонически колеблющуюся пластину, в полном объеме не решена. Особенно слабо исследован промежуточный диапазон изменения безразмерной амплитуды колебаний, когда вязкие и инерционные эффекты соизмеримы. Имеющиеся экспериментальные и численные результаты либо охватывают небольшую часть этого диапазона, либо далеки от той области значений параметров, которые реализуются при лабора-

торном определении демпфирующих свойств материалов на основе исследования свободных изгибных колебаний тест-образцов.

Вместе с тем, промежуточный диапазон характеризуется числами Рейнольдса, не превышающими нескольких тысяч, а, значит, прямое численное моделирование плоских аэродинамических полей вокруг колеблющейся пластинки не требует чрезмерно подробной дискретизации. Использование умеренных, порядка нескольких сот тысяч узлов, сеток позволяет выполнить большую (более 200) серию вычислительных экспериментов по динамике двумерного течения газа вокруг пластины и вычислить комплексный коэффициент сопротивления во всей практически интересной области экспериментальных параметров.

1. Физическая постановка задачи. Рассмотрим упругую пластинку, один из концов которой жестко закреплен, второй свободен. Длина L пластины, ее ширина b и толщина h таковы, что $h \ll b \ll L$ (рис. 1а). После выведения пластины из состояния равновесия она начинает совершать гармонические колебания в окружающем ее воздухе. Как показывают эксперименты, частота этих колебаний ω слабо изменяется вблизи основной собственной частоты ω_0 изгибных колебаний пластины, а амплитуда A слабо затухает со временем t из-за сопротивления воздуха и внутреннего демпфирования. Задача состоит в нахождении законов медленного изменения амплитуды и частоты. Характеризовать соответствующие величины будем с помощью зависимости логарифмического декремента колебаний D и относительного изменения частоты Ω

$$D = -\frac{2\pi}{A\omega_0} \frac{dA}{dt}, \quad \Omega = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}$$

от текущей амплитуды A изгибных колебаний пластины.

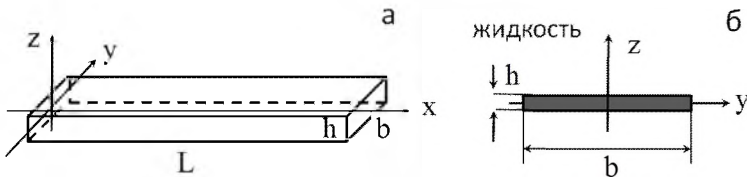


Рис.1 (а) обозначения в задаче о вибрации пластины и (б) схема 2-мерной гидродинамической задачи

2. Уравнения колебаний. Уравнения, описывающие колебания пластинки, имеют вид

$$\frac{Ebh^3}{12} w'''' + \rho bh \ddot{w} = H + P \quad (1)$$

Здесь и далее штрихами обозначается дифференцирование по x , точками – по времени t ; w – смещение средней линии пластины в направлении оси z ;

H, P – силы внутреннего трения и силы гидродинамического сопротивления, ρ, E – эффективные плотность и модуль Юнга материала пластины. Граничные условия отвечают жесткой заделке при $x = 0$ и свободному концу $x = L$.

Силы сопротивления малы по сравнению с упругой силой. Поэтому в первом приближении можно положить $H = P = 0$. В этом случае, как известно, основная мода колебаний примет вид

$$w = A \cos(\omega_0 t) W(x/L)$$

Постоянные A и ω_0 представляют амплитуду и собственную частоту основной моды, профиль W колебаний ($W(1) = 1$) определяется формулой

$$W(x) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} kx - \cos kx) - \frac{1}{2} \frac{\operatorname{ch} k + \cos k}{\operatorname{sh} k + \sin k} (\operatorname{sh} kx - \sin kx)$$

Величина $k = 1.8751$ вычисляется как наименьший положительный корень уравнения $\cos k \operatorname{ch} k = -1$, частота собственных колебаний равна

$$\omega_0 = k^2 \frac{h}{L^2} \sqrt{\frac{E}{12\rho}}$$

Наличие малых ($\sim \varepsilon$) сил в правой части уравнения (1) приводит к тому, что амплитуда колебаний A и частота ω_0 в (2) не остаются постоянными, но медленно изменяются со временем. Анализ такого изменения можно осуществить, вводя вместе с быстрым временем t медленное время $\tau = \varepsilon t$ и проводя двухмасштабное асимптотическое разложение. Опуская детали этой процедуры, представим окончательный результат:

$$D = 2\pi F_0^{-1} \frac{\{\sin \omega_0 t \langle (P+H)W \rangle\}}{\langle W^2 \rangle},$$

$$\Omega = F_0^{-1} \frac{\{\cos \omega_0 t \langle (P+H)W \rangle\}}{\langle W^2 \rangle}, F_0 = \rho b h A \omega_0^2 \quad (3)$$

Здесь и далее угловыми скобками обозначается осреднение по пространственной координате x , а фигурными скобками – осреднение по времени.

При использовании (3) необходимо, задав изгибные колебания вида (2) с постоянным значением A

- 1) вычислить силу внутреннего трения $H(t, x, A)$;
- 2) решить гидродинамическую задачу и подсчитать силу сопротивления $P(t, x, A)$;
- 3) вычислив средние в (3), определить искомые зависимости $D(A), \Omega(A)$.

Очевидно, что в силу линейности правых частей (3) расчет различных составляющих сил сопротивления можно проводить независимо друг от друга. Оставив в стороне вопрос о вкладе в демпфирование сил внутреннего трения, обратимся к нахождению гидродинамической составляющей.

3. Гидродинамический вклад. Приходящаяся на единицу длины сила $P(x, t)$ в (1) описывает действие, оказываемое на пластину окружающей средой, которая считается ньютоновской, несжимаемой жидкостью. При нахождении P будем исходить из того, что длина пластины значительно больше, чем два других ее характерных размера. Кроме того, длина вибрационной волны рассматриваемой в работе основной структурной моды значительно больше, чем перемещения пластины. Поэтому пластина может рассматриваться как локально плоская. В этом случае трехмерными явлениями, относящиеся к колебаниям жидкости вдоль оси пластины, в том числе сходом вихрей с ее торца, можно пренебречь, определяя $P(x, t)$ путем изучения двумерного движения жидкости, вызванного осцилляциями бесконечно протяженной тонкой жесткой пластины (рис. 1б). Такая пластина выступает для окружающей жидкости в роли подвижной твердой границы. В каждом данном сечении x закон перемещения этой границы задается как $z = a(x) \cos \omega_0 t$, $a = AW(x/L)$.

Стандартной при изучении действующих на колеблющееся тело сил является аппроксимация Морисона [3,4], согласно которой

$$P = -\frac{\pi}{4} \rho_a b^2 C_M \frac{du}{dt} - \frac{1}{2} \rho_a b C_D |u| u$$

Здесь ρ_a – плотность окружающего пластину флюида, u – скорость движения пластины, C_M – коэффициент присоединенных масс, C_D – коэффициент сопротивления. В рассматриваемом случае $u = -AW(x/L) \omega_0 \sin \omega_0 t$. Поэтому формулы (3), определяющие декремент колебаний и изменение частоты колебаний пластины, примут вид

$$D = \frac{4 \rho_a A \langle C_D W^3 \rangle}{3 \rho h \langle W^2 \rangle}, \quad \Omega = \frac{\pi \rho_a b \langle C_M W^2 \rangle}{8 \rho h \langle W^2 \rangle}$$

Коэффициенты присоединенных масс C_M и коэффициент сопротивления C_D вообще говоря зависят от трех безразмерных параметров. Один из них $\Delta = h/b$ задает форму пластины. Два других

$$\beta = \frac{b^2 \omega_0}{2\pi\nu}, \quad \kappa = \frac{a(x)}{b} \quad (4)$$

определяют соответственно параметр Стокса и (с точностью до множителя 2π) параметр Кулегана-Карпентера. В (4) через ν обозначена кинематическая вязкость жидкости. Безразмерная частота колебаний β представляет собой квадрат отношения ширины пластинки к толщине нестационарного пограничного слоя, безразмерная амплитуда колебаний κ – отношение амплитуды к ширине пластины.

Как показывают теоретические [1,2] и экспериментальные [3, 4] результаты, коэффициент присоединенных масс C_M может изменяться между нулем и 2. Это позволяет дать для Ω следующую оценку

$$0 < \Omega < \frac{\rho_a b}{\rho h}$$

Она указывает на то, что вклад гидродинамики в изменение частоты колебаний пластины в воздухе мал и его можно не учитывать при обработке экспериментов по свободным затухающим колебаниям тест-образцов.

Основной практический интерес представляет нахождение гидродинамического вклада D в декремент колебаний. Строгие теоретические результаты для коэффициента сопротивления C_D известны лишь для предельного случая $\kappa \rightarrow 0$ малоамплитудных колебаний (т.н. стоксовское приближение). В этом случае имеем

$$\kappa \rightarrow 0: D = \frac{6.14}{\sqrt{\beta}} \frac{\rho_a b}{\rho h} = 6.14 \frac{\rho_a}{\rho h} \sqrt{\frac{2\pi\nu}{\omega_0}} \quad (5)$$

В противоположной ситуации больших значений параметра κ известные экспериментальные результаты [3] дают

$$\kappa > 1: D = 7 \frac{\rho_a}{\rho} \frac{\sqrt{Ab}}{h} \quad (6)$$

При промежуточных значениях κ коэффициент сопротивления сложным образом зависит от всех трех безразмерных параметров: амплитуды κ , частоты β и толщины пластинки Δ . Для нахождения этой зависимости было проведено прямое численное моделирование обтекания двумерной колеблющейся пластины на основе решения уравнений Навье-Стокса в следующем диапазоне изменения параметров: $0.05 < \Delta < 0.3$, $50 < \beta < 1000$, $\kappa < 3$. Проведение многовариантных расчетов позволило предложить аппроксимационную формулу для коэффициента сопротивления

$$C_D = \frac{4.61}{\kappa\sqrt{\beta}} + \frac{6.2}{\sqrt{\kappa}} \frac{\xi^2}{\xi^2 + 1.7}, \quad \xi = \kappa [2 + 1.78 \ln \Delta - \ln \beta (0.54 + 0.88 \ln \Delta)].$$

На ее основе дана аппроксимация для декремента колебаний:

$$D_3 = \frac{6.14}{\sqrt{\beta}} \frac{\rho_a b}{\rho h} + 7 \frac{\rho_a \sqrt{Ab}}{\rho h} \frac{\xi_0^2}{\xi_0^2 + 3.2}, \quad \xi_0 = \frac{A}{b} [2 + 1.78 \ln \Delta - \ln \beta (0.54 + 0.88 \ln \Delta)]$$

Как видно, представленное общее соотношение переходит в соответствующих предельных случаях в формулы (5)-(6). Во всем исследуемом диапазоне параметров его относительная погрешность не превосходит 8%.

Интересно отметить, что в пределе малых амплитуд (см. (5)) гидродинамическая составляющая декремента колебаний перестает зависеть от ширины пластины, а при больших амплитудах (см. (6)) – от ее длины и упругих свойств.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (мероприятие 1.2.1 – поддержка научных исследований, проводимых научными группами под руководством докторов наук по научному направлению «Математика, механика, информатика» в области: Механика) по проекту «*Разработка теоретико-экспериментального метода определения характеристик внутреннего демпфирования материала с учетом внешнего (аэродинамического) демпфирования тест-образцов и исследование задач о прохождении звуковой волны сквозь однослойные и трехслойные панели с созданием методик расчета параметров шумопоглощения*», соглашение № 14.В37.21.0377.

Литература

- 1 E.O. Tuck, Calculation of unsteady flows due to unsteady motion of cylinders in a viscous fluid, *Journal of Engineering Mathematics* 3 (1) (1969) 29–44.
- 2 M. Aureli, M.E. Basaran, M. Porfiri Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids, *Journal of Sound and Vibration* 331 (2012) 1624–1654
- 3 G. H. Keulegan, L. H. Carpenter Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *J. Research N.B.S.* 60 (1958), 423–440.
- 4 J.M.R. Graham, The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers, *Journal of Fluid Mechanics* 97 (1) (1980) 331–346.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДИК РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ И ОСАДКИ СИСТЕМЫ КОНСТРУКЦИЯ-ГРУНТ

Каюмов Р.А., Шакирзянов Ф.Р.

(Казань)

При строительстве крупногабаритных сооружений, надстройке зданий, освоении подземного пространства рядом с существующими зданиями оценка осадки и предельной нагрузки системы конструкция-грунт имеет важное значение.

ние. Для их оценки предлагаются различные методики расчета несущей способности и осадки системы конструкция-грунт в трехмерной постановке с учетом пластичности, ползучести, нелинейной упругости, дилатансии, изменения пористости и прочностных характеристик грунта с течением времени и в условиях ведения строительных работ.

В данной работе оценка осадки и предельной нагрузки проводится по двум методикам - по инженерной (упрощенной) и по уточненной, позволяющей учитывать, в частности, процессы нагружения и выемку грунта.

Прочность грунта оценивается по критерию Друккера-Прагера, которое записывается соотношением

$$F = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - K = 0, \quad (1)$$

где J_1, J_2 - первые и вторые инварианты напряжений, α, K - параметры, зависящие от угла внутреннего трения ϕ и сцепления C [1].

В первой методике предельная нагрузка определяется на основе теории предельного равновесия (по жестко-пластической модели) методом вариации упругих характеристик [2], а осадка - по жестко-ползучей модели деформирования. Вторая методика основана на упруго-вязко-пластической модели деформирования.

1. Рассмотрим теорию предельного равновесия. Условие текучести запишем в виде:

$$(\{\sigma\} - \{s\})^T [A] (\{\sigma\} - \{s\}) / (\sigma_T)^2 = 1, \quad (2)$$

где $\{s\}$ - вектор, определяемый координатами центра эллипсоида в пространстве напряжений, $[A]$ - симметрическая положительно определенная матрица, $\{\sigma\}$ - вектор напряжений, σ_T - прочностная характеристика.

В силу того, что упругие деформации $\{\varepsilon^e\}$ значительно меньше деформаций пластичности $\{\varepsilon^p\}$, в теории предельного равновесия ими пренебрегают. Тогда скорость пластических деформаций можно определить из ассоциированного закона течения [3]:

$$\{\dot{\varepsilon}^p\} = \lambda \left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}. \quad (3)$$

В теории предельного равновесия статическая теорема может быть записана в виде

$$\iiint_{\Omega} \{\sigma_{-}\}^T \{\xi^{+}\} d\Omega \leq \iiint_{\Omega} \{q^{*}\}^T \{\dot{u}^{+}\} d\Omega + \iint_S \{P^{*}\}^T \{\dot{u}^{+}\} dS, \quad (4)$$

где $\{\sigma_{-}\}$ - статически допустимое поле напряжений; $\{q^{*}\}, \{P^{*}\}$ - компоненты объемных и поверхностных предельных нагрузок; $\{u^{+}\}, \{\xi^{+}\}$ -

кинематически возможные поля скоростей перемещений и скоростей пластических деформаций.

Для сведения задачи к случаю равнопрочного материала введем обозначение:

$$\{\tau_0\} = \frac{\{\sigma\} - \{s\}}{\theta}. \quad (5)$$

Согласно статической теореме, напряжения должны удовлетворять уравнениям равновесия и не выходить за пределы поверхности текучести. Если нагрузка меняется пропорционально некоторому коэффициенту θ , то нижняя граница коэффициента предельной нагрузки θ_- будет определяться соотношением [1]:

$$\theta_- = \frac{1}{\max_x \sqrt{f(\{\tau_0\})}}. \quad (6)$$

С другой стороны, по кинематической теореме можно вычислить верхнюю границу коэффициента предельной нагрузки θ_+ как отношение мощности пластических деформаций к мощности внешних сил:

$$\theta^+ = \frac{W}{U} = \frac{\int_{\Omega} \{\sigma^+\}^T \{d\varepsilon^+ / d\theta\} d\Omega - \int_{\Omega} \{q_c\}^T \{du^+ / d\theta\} d\Omega - \int_S \{P_c\}^T \{du^+ / d\theta\} dS}{\int_S \{q_0\}^T \{du^+ / d\theta\} dS + \int_S \{P_0\}^T \{du^+ / d\theta\} dS}. \quad (7)$$

При невырожденности матрицы $[A]$ вектор напряжений на поверхности текучести определяется следующим образом:

$$\{\sigma_+\} = \frac{[A]^{-1}}{\sqrt{\{\xi\}^T [A]^{-1} \{\xi\}}} \{\xi\} + \{s\}, \quad (8)$$

где $\{\xi\} = \{d\varepsilon/d\theta\}$ – вектор скоростей деформаций. Таким образом, задача отыскания коэффициента предельной нагрузки снизу и сверху сводится к системе нелинейных уравнений относительно перемещений.

В жестко-ползучей модели упругая часть деформации считается пренебрежимо малой по сравнению с деформацией ползучести. Ползучесть учитывается по теории течения с упрочнением:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \frac{\sigma_0^\alpha}{\mu(1 + A_1 \varepsilon_0^c)} \{\delta\} + \frac{\sigma_i^\beta}{\eta(1 + A_2 \varepsilon_i^c)} [H] \{\sigma\}, \quad (9)$$

где σ_0 – среднее давление; σ_i – интенсивность напряжений; ε_0^c – средняя деформация ползучести; ε_i^c – интенсивность деформаций ползучести; A_1, A_2 –

параметры упрочнения; μ, η – реологические коэффициенты; α, β – механические характеристики.

Тогда из (9) напряжения определяется через скорости деформаций:

$$\{\sigma\} = \left[\frac{\eta \sigma_i^\beta}{1 + A_2 \dot{\varepsilon}_i^c t} [H] \right]^{-1} \left(\{\dot{\varepsilon}^c\} - \frac{\mu \sigma_0^\alpha}{1 + A_1 \dot{\varepsilon}_0^c t} \{s_0\} \right). \quad (10)$$

Это соотношение является аналогом нелинейно-упругого тела, НДС которого можно определять методом простых итераций.

2. По уточненной теории, основанной на упруго-вязко-пластической модели деформирования, полная деформация определяется выражением:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^p\} + \{\varepsilon^c\}, \quad (11)$$

где скорости пластических деформаций определяются из (3), а скорости деформаций ползучести из (9). Тогда нелинейная зависимость между упругими деформациями и напряжениями можно принять в виде дробно-линейного соотношения, предложенного Тимошенко С.П.:

$$\{\varepsilon^e\} = \left(\frac{1}{3K} - \frac{1}{2G} \right) \{\sigma_0\} + \frac{1}{2G} \{\delta\}. \quad (12)$$

Закон изменения коэффициента пористости принимаются в виде

$$e = e_0 \left(1 + \frac{e_1 \varepsilon_0}{1 + e_2 \varepsilon_0} \right), \quad (13)$$

где e_0, e_1, e_2 – механические параметры, определяемые из компрессионной кривой.

Закон изменения прочностных характеристик грунта ϕ и C с течением времени принят в виде следующих соотношений,

$$\phi = \phi_0 \frac{1 + \phi_1 \varepsilon_i^c}{1 + \phi_2 \varepsilon_i^c}, \quad C = C_0 \frac{1 + C_1 \varepsilon_i^c}{1 + C_2 \varepsilon_i^c}, \quad (14)$$

полученных в результате анализа данных испытаний по определению физико-механических свойств глинистых грунтов в условиях трехосного нагружения.

При моделировании процесса деформирования грунта учитывалась и дилатансия (изменение объема грунта при сдвиге)

$$\{\varepsilon_0\} = \{\varepsilon_0^0\} + \{\varepsilon_0^d\}, \quad (15)$$

в которой влияние сдвига на объемную деформацию учитывается соотношением

$$\{\varepsilon_0^d\} = \frac{d_1 \gamma_i}{1 + d_2 \gamma_i} \{\delta\}. \quad (16)$$

Здесь d_1, d_2 – механические характеристики.

Таким образом, осадку можно определить из следующего вариационного уравнения интегрированием по времени:

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} \{\varepsilon_{k+1}\}^T [D_{ep}] \{\delta\varepsilon\} d\Omega = & \iiint_{\Omega} \{q_k\}^T \{\delta u\} d\Omega + \iint_S \{P_k\}^T \{\delta u\} dS \\ & + \iiint_{\Omega} \{\varepsilon_k^c\}^T [D_{ep}] \{\delta\varepsilon\} d\Omega, \end{aligned} \quad (17)$$

где $[D_{ep}]$ – упруго-пластическая матрица [4].

За критерий достижения системой предельного состояния принимается условие резкого увеличения скорости приращения перемещений:

$$\frac{\|\{\Delta u\}\|}{\|\Delta u^0\|} \gg 1, \quad (18)$$

В качестве примера рассмотрена задача о выемке грунта из котлована (рис. 1), ограниченного подземными железобетонными стенками. На систему действуют распределенные нагрузки q от находящихся рядом зданий, а также учитываются собственные веса грунта и стенки. Принято, что на нижней границе грунта отсутствуют вертикальные перемещения, а на боковых границах – горизонтальные перемещения. Для дискретизации по пространственным координатам используется метод конечных элементов (МКЭ), а интегрирование по времени проводится методом Эйлера.

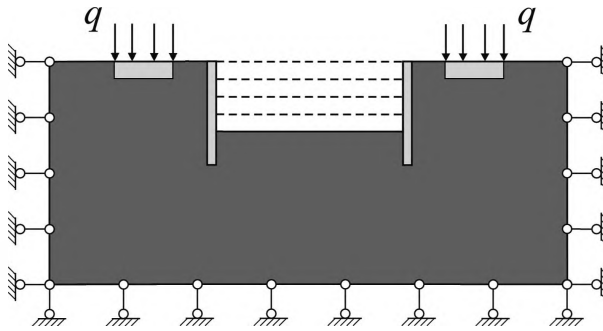


Рис. 1

Для решения поставленных задач на языке C++ разработан комплекс программ, позволяющих проводить различные варианты расчета на базе восьмиузлового изопараметрического трехмерного конечного элемента.

Проведен анализ процесса сходимости коэффициента предельной нагрузки по количеству элементов, шагов по времени и числа итераций. Оценка

предельного равновесного состояния проведена для нескольких вариантов расчета, в которых менялась конечная глубина котлована. Также выявлены закономерности влияния механических и геометрических характеристик на предельную нагрузку и осадку конструкции на основе численных экспериментов.

Сходимость оценок коэффициента предельной нагрузки снизу и сверху, определенных по теории предельного равновесия, в зависимости от числа итераций представлена на рис. 2.

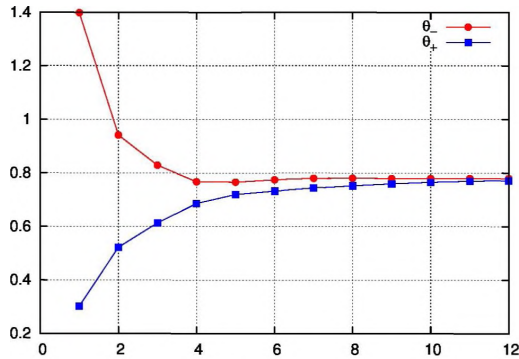


Рис. 2

В таблице 1 представлены значения максимальных перемещений и напряжений, а также предельной нагрузки для обеих методик расчета.

Таблица 1

Модели		Перемещение (м)	Напряжение (Н/м ²)	Предельная нагрузка (Н/м ²)
Инженерная модель	Теория предельного равновесия	-	6.014e+05	5.38e+05
	Жестко-ползучая модель	0.4251	7.596e+05	-
Упруго-вязко-пластическая модель		0.4384	5.458e+05	6.933e+05
Упруго-вязко-пластическая модель с учетом пористости и дилатансии		0.5293	5.435e+05	5.625e+05

Литература

1. Drucker D.C., Prager W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design, Q. Appl. Math., 10, 157-165 (1952).

2. Каюмов Р.А. Об одном методе двусторонней оценки предельной нагрузки // Проблемы прочности. – 1992. – № 1. – С. 51-55.
3. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969.
4. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.

ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСРЕДНЕННЫХ УПРУГИХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СКЛАДЧАТОГО ЗАПОЛНИТЕЛЯ В ВИДЕ М-ГОФРА

Паймушин В.Н., Закиров И.М., Карпиков Ю.А.

(Казань)

Вопросы изготовления и расчета многослойных (в частности, трехслойных) элементов конструкций с наполнителем сотовой структуры к настоящему времени достаточно хорошо изучены. В последние два десятилетия был разработан ряд новых и весьма оригинальных технологических схем и процессов изготовления таких элементов конструкций, в которых в качестве наполнителей используются складчатые структуры (заполнители складчатой структуры) [1,2 и др.]. Основным конструктивным признаком таких наполнителей является то, что они представляют собой многократно повторяющиеся комбинации из плоских тонкостенных элементов (граней), соединяемых между собой с образованием ребер. Их формообразование заключается в изгибе плоской заготовки толщиной t по сложной системе пространственно расположенных прямых линий, которые в процессе формообразования постоянно меняют свое взаимное расположение.

Одна из схем расположения линий изгиба плоской листовой заготовки показана на рис. 1а, в соответствии с которой после окончания процесса формообразования получается складчатая структура высотой h , имеющая прямоугольные наклонные грани (стенки) размерами a , l и треугольные вертикальные стенки. Приведенные на рис. 1а, б, в геометрические параметры связаны зависимостями $h/l = \sin \alpha$, $b = 2l \cos \alpha$. При этом вертикальные стенки будут иметь толщину $\Delta = 2t$, если выполняется равенство $c = b$, и толщину $\Delta = 3t$, если $c = 2b$. Следовательно, структура рассматриваемого наполнителя полностью управляется параметрами a , l , α и c , от которых при заданных упругих и прочностных характеристиках материала листовой заготовки и ее толщины t зависят его упругие и прочностные характеристики.

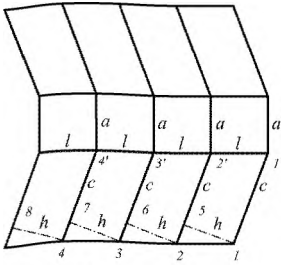


Рис.1а

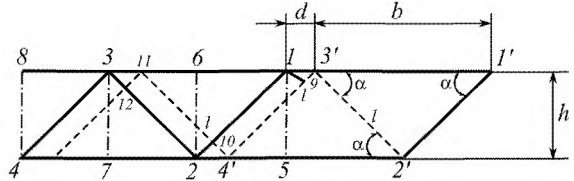


Рис.1б

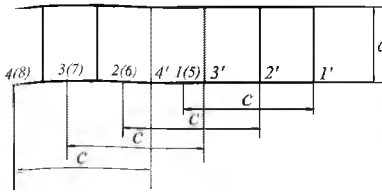


Рис.1в

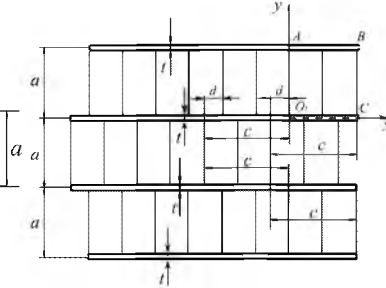


Рис. 2

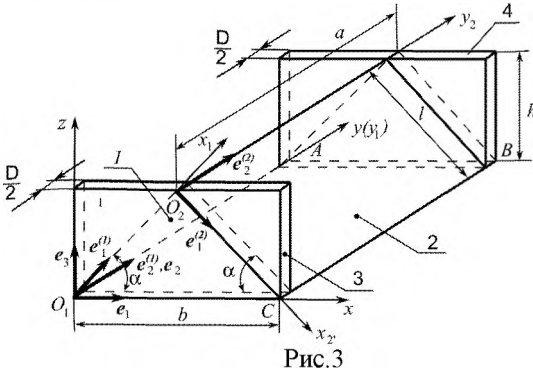


Рис.3

На рис. 2 показан вид в плане сформированной структуры заполнителя для случая, когда $c=b+d$. У такой структуры каждая формирующаяся вертикальная стенка треугольной формы на периодически повторяющихся участках 1-9-4'-10 (рис.1б, вид сбоку) имеет толщину $\Delta = 3t$, а на участках 1-3'-9 и 2-4'-10- $\Delta = 4t$. При $d \ll b$ наличие участков 1-9-4'-10, примыкающих к наклонным ребрам 2'-3' и 1-2, при нагружении главным образом определяют механическое поведение вертикальных стенок заполнителя, а наличие участков

типа $1-3'-9$ и $2-4'-10$ в первом приближении можно вообще не учитывать при описании механического поведения.

Рассматриваемый наполнитель, как и сотовый, следует отнести к классу трансверсально-мягких, преимущественно воспринимающий в составе трехслойной конструкции нормальное напряжение растяжения-сжатия в направлении толщины h и поперечные касательные напряжения. При расчетах таких конструкций реальный наполнитель необходимо заменить некой однородной по объему сплошной средой, осредненные упругие и прочностные характеристики которой могут быть определены различными методами. Один из наиболее употребляемый из них основан на принципе энергетической эквивалентности работы реального и заменяющего его условного наполнителя, при использовании которого ниже дается вывод аналитических структурных формул для определения осредненных модулей упругости и предельных напряжений при растяжении-сжатии и сдвигах.

На рис.2 в плоскости x_0, y_0 показан вид в плане $ABCO_1$ выделенной из наполнителя ячейки периодичности (рис.3) состоящей из двух наклонных стенок 1, 2, имеющих толщину t , и вертикальных стенок 3, 4, имеющих толщину $\Delta/2$. В виду весьма малой толщины листа t , а, следовательно, и Δ , считаем, что $a + \Delta \approx a$.

Для описания механики деформирования введенных в рассмотрение пластинчатых элементов наполнителя в составе трехслойной конструкции приняты упрощающие предположения: 1) при нагружении стенок наполнителя до их потери устойчивости возникающее в них напряженно-деформированное состояние является безмоментным; 2) соединения стенок наполнителя между собой и с несущими слоями являются шарнирными; 3) все элементы наполнителя выполнены из изотропного материала с модулем упругости E и коэффициентом Пуассона ν , для определения критических значений возникающих в них напряжений допустимо использование соотношений классической теории устойчивости тонких пластин.

Для определения осредненных упругих характеристик наполнителя E_z, G_{xz}, G_{yz} , характеризующих его жесткости на растяжение-сжатие в направлении оси z и сдвиги в плоскостях x_0, z_0 и y_0, z_0 , используется равенство

$$\Pi = \Pi_{(1)} + \Pi_{(2)} + \Pi_{(3)} + \Pi_{(4)}, \quad (1)$$

соответствующее принципу эквивалентности работы реального и заменяющего его условного наполнителя. Здесь (рис.3)

$$\Pi_{(k)} = \int_0^a \int_0^l \left(\sigma_{11}^{(k)} \varepsilon_{11}^{(k)} + 2\sigma_{12}^{(k)} \varepsilon_{12}^{(k)} + \sigma_{22}^{(k)} \varepsilon_{22}^{(k)} \right) dx_k dy_k; \quad k = 1, 2,$$

$$P_{(s)} = \frac{\Delta}{4} \int_0^b \int_0^h \left(\sigma_{11}^{(s)} \varepsilon_{11}^{(s)} + 2\sigma_{13}^{(s)} \varepsilon_{13}^{(s)} + \sigma_{33}^{(s)} \delta \varepsilon_{33}^{(s)} \right) dx dy, \quad s = 3, 4, \quad (2)$$

$$P = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \int_0^h \left(\sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz} \right) dx dy dz \quad (3)$$

$\sigma_{11}^{(k)}, \dots, \varepsilon_{33}^{(s)}$ – компоненты напряжений и деформаций в элементах заполнителя, $\sigma_z, \dots, \gamma_{yz}$ – компоненты осредненных напряжений и деформаций заполнителя.

В данной работе для рассматриваемого заполнителя получены аналитические формулы для определения его осредненных упругих и прочностных характеристик, основанные на введении предположения о безмоментной работе его элементов (стенок) в процессе нагружения и на их исключении из работы после потери устойчивости в условиях двустороннего растяжения-сжатия со сдвигом. Содержащиеся в полученных структурных формулах безразмерные коэффициенты, появляющиеся в процессе решения сформулированных задач, определяются исходя из данных специально проведенных экспериментов на поперечное сжатие.

На основе (1)–(3) получены аналитические формулы для определения осредненных упругих и прочностных характеристик заполнителя описанной выше структуры (М-гофра [1,2 и др.]) при сжатии в направлении оси z и сдвигах в плоскостях поперечных сечений, основанные на введении предположения о безмоментной работе его элементов (стенок) в процессе нагружения и на их исключении из работы после потери устойчивости в условиях двустороннего растяжения-сжатия со сдвигом. Содержащиеся в полученных структурных формулах безразмерные коэффициенты, появляющиеся в процессе приближенного (аналитического) решения сформулированных задач, определяются исходя из данных специально проводимых экспериментов тест-образцов заполнителей на поперечное сжатие и чистые сдвиги в двух плоскостях в соответствии с методологией, изложенной в статье [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-08-00392).

Литература

1. Закиров И.М., Катаев Ю.П., Никитин А.В., Акишев Н.И. Шевронные структуры, конструкция и технология изготовления. – Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2006. – 242с.
2. Закиров И.М., Алексеев К.А., Акишев Н.И., Каюмов Р.А., Никитин А.В., Закиров И.И. Изготовление трехслойных панелей со складчатым заполнителем из полимерной бумаги. – Казань: Изд-во «ФЭН», 2009. – 232с.

3. *Paimushin V.N., Zakirov I.M., Lukankin S.A., and Zakirov I.I.* Computational-experimental method to determine the averaged elastic and strength characteristics of fillers of multilayered structures in shear. *Mechanics of Composite Materials*, 2012, Vol. 48, No. 4, pp. 355-368.

О ЗАДАЧАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРА ЗВУКОИЗОЛЯЦИИ ОДНОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Паймушин В.Н., Газизуллин Р.К.

(Казань)

Рассматривается задача по определению параметров звукоизоляции прямоугольной однослойной пластины, являющейся преградой (разделяющей стеной) между двумя камерами, содержащими акустические среды со скоростями звука c_1, c_2 и плотностями ρ_1, ρ_2 . Задача сформулирована в двух постановках. В соответствии с первой постановкой считается, что в камере «1», ограниченной координатными линиями $x = \pm B/2, z = -l_1, z = 0$, сформирована падающая на пластину звуковая волна, описываемая относительно потенциала скоростей Φ_* волновым уравнением (x, z - декартовы координаты, τ - время)

$$\Phi_{*,xx} + \Phi_{*,zz} - c_1^{-2} \Phi_{*,\tau\tau} = 0, \quad -B/2 \leq x \leq B/2, \quad 0 \geq z \geq -l_1. \quad (1)$$

Его решением по известным соотношениям

$$p_* = -\rho_1 \Phi_{*,\tau}, \quad V_x^* = \Phi_{*,x}, \quad V_z^* = \Phi_{*,z} \quad (2)$$

определяется давление p_* и компоненты вектора скорости падающей звуковой волны V_x^*, V_z^* . При её воздействии на пластину в первой камере формируются отраженные и излученные пластиной звуковые волны с потенциалом скоростей Φ_1 , а во второй камере – излученные пластиной волны с потенциалом скоростей Φ_2 . Считаются заданными толщина пластины t , ее длина a , ширина камеры B и расстояния от пластины до стенок камер $z = -l_1, z = l_2$.

Динамическое деформирование пластины описывается по классической модели Киргофа-Лява с учетом внутреннего трения по модели Фойгта. На внешнем контуре учитывается податливость опорных элементов и их внутреннее демпфирование. При $z = 0$ формулируются условия равенства скоростей движения пластины и акустических сред. При $z = -l_1$ в соответствии с первой постановкой формулируются условия вида $V_z^* \Big|_{z=-l_1} = 0, V_z^1 \Big|_{z=-l_1} = 0$, а при $z = l_2$

– условие $V_z^2 \Big|_{z=l_2} = 0$. Здесь $V_z^k = \Phi_{k,z}$, причем

$$\Phi_{k,xx} + \Phi_{k,zz} - c_1^{-2} \Phi_{k,\tau\tau} = 0; \quad k = 1, 2. \quad (3)$$

В соответствии со второй постановкой считается, что за счет движения стенки $z = -l_1$ по закону $U = \tilde{U}e^{i\omega\tau}$ (i – мнимая единица, ω – частота звуковой волны) в первой камере формируется звуковая волна с потенциалом скоростей Φ_1 , определяемым решением уравнения (3) при $k=1$, а во второй камере – с потенциалом Φ_2 . При $z = -l_1$ формулируется условие $V_z^1|_{z=-l_1} = U_{,\tau}$.

Уравнение движения пластины в первом случае записывается в виде

$$L(w) + \rho_n t w_{,\tau\tau} - (p_* + p_1 - p_2)|_{z=0} = 0, \quad (4)$$

а во втором случае – в виде

$$L(w) + \rho_n t w_{,\tau\tau} - (p_1 - p_2)|_{z=0} = 0, \quad (5)$$

где ρ_n – плотность материала пластины, w – функция прогиба, L – известный дифференциальный оператор.

При первой постановке задачи для уравнения (4) формулируются условия

$$w_{,\tau} = (-V_z^* + V_z^1)|_{z=0}, \quad w_{,\tau} = V_z^2|_{z=0}, \quad (6)$$

а во втором случае (для уравнения(5)) – условия

$$w_{,\tau} = V_z^1|_{z=0}, \quad w_{,\tau} = V_z^2|_{z=0}. \quad (7)$$

В одномерном приближении, когда $V_x^* = V_x^1 = V_x^2 = 0$, найдены точные аналитические решения сформированных задач и определены параметры звукопоглощения $R_p^{(1)} = -20 \lg |p_2 / (p_* + p_1)|_{z=0}$, $R_p^{(2)} = -20 \lg |p_2 / p_1|_{z=0}$.

Для построения решений сформулированных задач в двумерной постановке разработаны также и численные методы, основанные на конечно-разностных аппроксимациях функций в направлении оси x и на использовании метода конечных сумм в направлении оси z . Проведен анализ найденных решений и дано сравнение результатов, соответствующих двум описанным выше постановкам задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (мероприятие 1.2.1 – поддержка научных исследований, проводимых научными группами под руководством докторов наук по научному направлению «Математика, механика, информатика» в области: Механика) по проекту «*Разработка теоретико-экспериментального метода определения характеристик внутреннего демпфирования материала с учетом внешнего (аэродинамического) демпфирования тест-образцов и исследование задач о прохождении звуковой волны сквозь однослойные и трехслойные панели с созданием методик расчета параметров шумопоглощения*», соглашение № 14.В37.21.0377.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДЕМПФИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТОВ.

Паймушин В.Н., Каюмов Р.А., Фирсов В.А., Гюнал И.

(Казань)

Приводится решение задачи определения демпфирующих характеристик материалов многослойных композитов по результатам экспериментальных данных о колебаниях балок, изготовленных из этих композитов. Для описания поведения балок принимается гипотеза Бернулли. Физические соотношения приняты в варианте модели Фойгта. Однако демпфирующая характеристика принимается зависящей от уровня деформаций и аппроксимируется полиномом от относительной линейной деформации. При определении прогибов балки используется метод Ритца в сочетании с методом конечных разностей для дискретизации задачи по времени.

Рассмотрим задачу о колебаниях балки длины l (рис. 1), правый конец которого в начальный момент времени шарнирно оперт на расстоянии w_{00} от нижней поверхности балки. Колебания начинаются после удаления этой опоры. Для простоты проведения экспериментов и идентификации механических характеристик целесообразно использовать трехслойную балку симметричного строения.

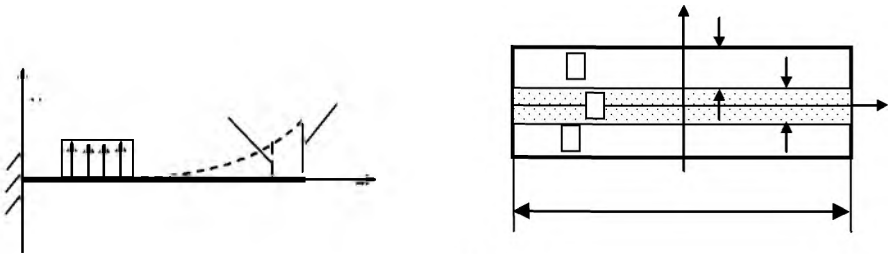


Рис. 1

Примем гипотезу Бернулли, считая, что в слое с номером i перемещения и деформации определяются выражениями:

$$u' = -yw'(z), \quad w' = w(z), \quad \varepsilon' = u' = -yw'' \quad (1)$$

Здесь w - прогиб, u - перемещение, продольное оси балки, штрихом обозначается производная по z .

Физические соотношения для материалов слоев примем в варианте модели Фойгта:

$$\sigma^i = E^i(\varepsilon^i + \beta^i \dot{\varepsilon}^i), \quad \beta^i = \frac{D^i \dot{\varepsilon}^i}{\pi \omega} \quad (2)$$

Здесь ω – частота колебаний балки, точкой обозначается производная по времени, D – логарифмический декремент колебаний (механическая характеристика материала):

$$D = \ln[(w_{\max})_1 / (w_{\max})_2] \quad (3)$$

Функции $D^i(\varepsilon)$ представим в виде

$$D^i(\varepsilon) = D_0^i + D_1^i |\varepsilon| + D_2^i \varepsilon^2 + \dots$$

(4)

Таким образом, считается, что вязкие свойства не зависят от скорости деформации.

Система уравнений колебаний балки имеют вид:

$$M' = Q, \quad Q' = q, \quad q = -m\ddot{w}, \quad m = \rho_1 A_1 + \rho_2 A_2 + \rho_3 A_3, \quad (5)$$

$$M = \sum_{i=1}^3 \int_{A_i} \sigma_i y dA = \sum_{i=1}^3 E_i \int_{A_i} (w'' + \beta^i(\varepsilon) \dot{w}'') y^2 dA, \quad (6)$$

Здесь A_i – площадь сечения слоя с номером i , ρ_i – его плотность. Из (5), (6) вытекает уравнение относительно w . После этого для получения вариационного уравнения умножим его на вариацию прогиба δw и проинтегрируем по частям два раза по длине балки с учетом граничных условий:

$$\delta w(0) = 0, \quad \delta w'(0) = 0, \quad M(l) = 0, \quad Q(l) = 0 \quad (7)$$

Это приводит к соотношению в виде:

$$\int_0^l \left(\sum_{i=1}^3 E_i \int_{A_i} (w'' + \beta^i(\varepsilon) \dot{w}'') \delta w'' y^2 dA \right) dz + m \int_0^l \ddot{w} \delta w dz = 0 \quad (8)$$

Решение для прогиба $w(z)$ ищем в виде:

$$w = [N] \{V\} \quad (9)$$

Здесь $[N]$ – матрица формы $\{V\}$ – вектор неизвестных, зависящий от времени. Тогда из (8) вытекает уравнение вида

$$[K] \{V\} + [K_\beta] \{\dot{V}\} = -m [M] \{\ddot{V}\} \quad (10)$$

Здесь

$$[K] = \left(\sum_{i=1}^3 E_i \int_{A_i} y^2 dA \right) \int_0^l [B]^T [B] dz, \quad [K_\beta] = \int_0^l \left(\sum_{i=1}^3 E_i \int_{A_i} \beta^i(\varepsilon) y^2 dA \right) [B]^T [B] dz,$$

$$[M] = \int_0^l [N]^T [N] dz, \quad [B] = [N'] \tag{11},(12)$$

Таким образом, задача сводится к начальной. Сформулируем начальные условия. При $t = 0$ известно, что начальная скорость $\dot{w} = 0$, а начальный прогиб имеет вид:

$$w_0(z) = \left(\frac{Plz^2}{2} - \frac{Pz^3}{6} \right) / EJ, \quad EJ = \sum_{i=1}^3 E_i \int_{A_i} y^2 dA \tag{13}$$

Из начального условия $\dot{V}(0) = 0$ получаем, что

$$[N(z)] \{V^{(0)}\} = w_0(z) \tag{14}$$

Для отыскания начального вектора $\{V^{(0)}\}$ использование метода минимизации квадратичной невязки соотношения (14) дает:

$$\int_0^l [N(z)]^T [N(z)] V^{(0)} dz = \int_0^l [N(z)]^T w_0(z) dz \tag{15}$$

Наиболее простой вид решение уравнения (10) имеет в случае полиномиальной функции формы $[N]$. Пусть

$$[N] = [z^2, z^3, z^4, \dots], \tag{16}$$

Тогда из (16) получим:

$$V_1^{(0)} = \frac{3EJw_{\infty}}{2l^2}, \quad V_2^{(0)} = \frac{EJw_{\infty}}{2l^3}, \quad V_j^{(0)} = 0, \quad (j = 3, 4, \dots), \tag{17}$$

Дискретизация по времени проводилась методом конечных разностей. На шаге n (далее фигурные скобки для $\{V\}$ опускаем для простоты записи) принималось, что:

$$\dot{V}^{(n)} = \frac{(V^{(n+1)} - V^{(n-1)})}{(2\Delta t)} \quad \ddot{V}^{(n)} = \frac{(V^{(n+1)} + V^{(n-1)} - 2V^{(n)})}{(\Delta t)^2} \tag{18}$$

Подстановка (18) в (10) дает систему уравнений относительно $V^{(n+1)}$.

Решение уравнения (8) проводилось также и методом Кранка-Николсона. Для этого уравнение (8) было записано в виде:

$$m \dot{v} = F(v, w) \quad v = \dot{w} = \frac{dw}{dt} \quad (22)$$

Здесь F – это левая часть уравнения (10).

Разностная схема имеет вид:

$$m v_{n+1} = m v_n + \left\{ \frac{F_{n+1} + F_n}{2} + (\gamma_2 - \frac{1}{2})(F_{n+1} - F_n) \right\} \Delta t$$

$$w_{n+1} = w_n + \left\{ \frac{v_{n+1} + v_n}{2} + (\gamma_1 - \frac{1}{2})(v_{n+1} - v_n) \right\} \Delta t \quad (23)$$

Для исключения вязкости схемы дискретизации принималось, что $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5$. Расчеты показали, что решения, полученные на основе этих двух методов интегрирования по времени мало отличаются друг от друга (не более 1 %).

Для описания поведения балок были также рассмотрены случаи, в которых в функции формы $[N]$ удерживалось различное число членов полинома (16). В простейшем случае использования только двух членов полинома (16), результаты решения задач о колебаниях отличались не более чем на 5% (по частотам, амплитудам, декрементам затухания) от результатов, полученных при использовании трех и четырех членов полинома. Кроме этого, была использована и модель консольно закрепленной невесомой балки с сосредоточенным на конце грузом, масса которого выбиралась из условия эквивалентности этой балки по частотам работе тяжелой балки. Расчеты показали, что решение, полученное на основе этой упрощенной модели колебаний балки, также мало отличается от решений, найденных для весомой балки.

Для исключения из рассмотрения влияния внешней среды использовалось выражение для декремента затухания, вызванного аэродинамическими силами сопротивления воздуха, который имеет вид

$$D_{air} = \frac{b \rho_f}{h \rho} F_A, \quad \rho = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \rho_i h_i, \quad h = \sum_{i=1}^n h_i \quad (24)$$

$$F_A = \frac{6.14}{\sqrt{\beta}} + 7\sqrt{\kappa} \frac{\xi^2}{\xi^2 + 3.2}, \quad \xi = \kappa \left[2 + 1.78 \ln \frac{h}{b} - \left[0.54 + 0.88 \ln \frac{h}{b} \right] \ln \beta \right],$$

$$\rho_f = 1.29 \text{ кг/м}^3, \quad \nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \zeta = \frac{b^2 f}{\nu}, \quad \kappa = \frac{w_{oo}}{b} \quad (25)$$

Здесь $\rho_f = 1.29 \text{ кг/м}^3$ - плотность воздуха f [Гц] - линейная частота колебаний, $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ - кинематическая вязкость воздуха.

Вычитая из экспериментальных значений полного декремента величины D_{air} , получим декременты затухания балки, вызванные только свойствами материала:

$$D_1^{\text{experim}}, D_2^{\text{experim}}, \dots, D_n^{\text{experim}}$$

Здесь n – число экспериментальных значений декремента затухания.

Решая задачу о колебаниях балок с этими же размерами, но пробными значениями D_{i0} , D_{i1} , D_{i2} , можно найти $D_1^{\text{calc}}, D_2^{\text{calc}}, \dots, D_n^{\text{calc}}$ расчетным способом. Тогда можно найти невязку этих величин по какой либо норме, например, в виде:

$$\Delta = \frac{1}{n} \sqrt[2k]{\left(\frac{D_1^{\text{calc}} - D_1^{\text{experim}}}{D_1^{\text{experim}}}\right)^{2k} + \left(\frac{D_2^{\text{calc}} - D_2^{\text{experim}}}{D_2^{\text{experim}}}\right)^{2k} + \dots} \quad (21)$$

Из условия минимума Δ путем подбора D_{i0} , D_{i1} , D_{i2} отыскиваются значения $D_1^{\text{calc}}, D_2^{\text{calc}}, \dots, D_n^{\text{calc}}$, которые согласуются с экспериментом наилучшим образом.

Для отыскания минимума квадратичной невязки использован метод, идея которого заключается в выборе базовой точки и оценивании значений целевой функции Δ в точках, окружающих базовую точку. Если точка, дающая минимум целевой функции, является новой, то она назначается базовой. Если нет, то область поиска сужается и процедура повторяется.

Ниже приведены некоторые результаты девяти экспериментов и идентификации по ним логарифмического декремента затухания для стали и резины, которая была наклеена с двух сторон на стальную балку (на рис.2 под A_0 понимается значение прогиба конца балки w_{∞} , а под δ понимается логарифмический декремент затухания).

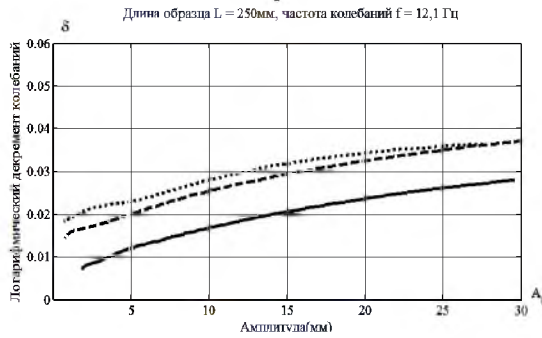


Рис.2. Зависимость логарифмического декремента колебаний тест-образцов шириной $b=10\text{мм}$ от амплитуды:

- — однослойный (Ст.3, $t = 1\text{мм}$);
- - - - - — трехслойный (внешние слои — резина, $h=0,6\text{мм}$);
- — трехслойный (внешние слои — резина, $h=1,2\text{мм}$)

Результаты обработки данных для стальной балки

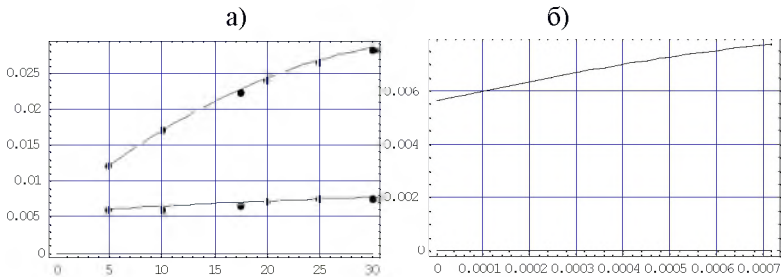


Рис.3 Результаты для стальной балки.

а). Экспериментальные и расчетные зависимости общего декремента от амплитуды (верхняя линия) и за вычетом аэродинамической составляющей (нижняя линия) от амплитуды (прогиба).

б). Зависимость декремента от деформации $D = 0.00560997 + D_1 = 4.05055 \varepsilon - 1464.75 \varepsilon^2$

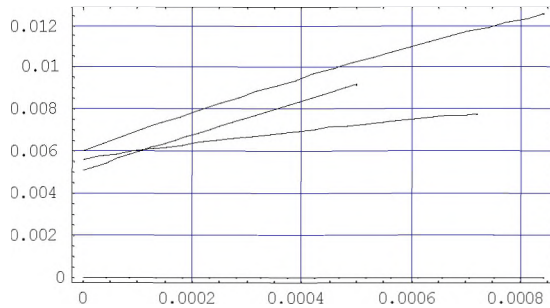


Рис. 4. Совмещенные картины полученных в разных экспериментах зависимостей логарифмических декрементов затухания стали от деформаций

Анализ полученных в разных экспериментах зависимостей логарифмических декрементов затухания от деформаций позволяют сделать следующие выводы.

1. Для малых деформаций среднее значение логарифмического декремента затухания для стали можно принять равным 0.0055 (максимальное отклонение составляет 10%)
2. Анализ результатов показывает, что для стали до деформаций порядка 0.08% в первом приближении можно считать, что логарифмический декремент затухания является линейной функцией деформаций.

Результаты обработки данных для трехслойной балки с резиновыми поверхностными слоями.

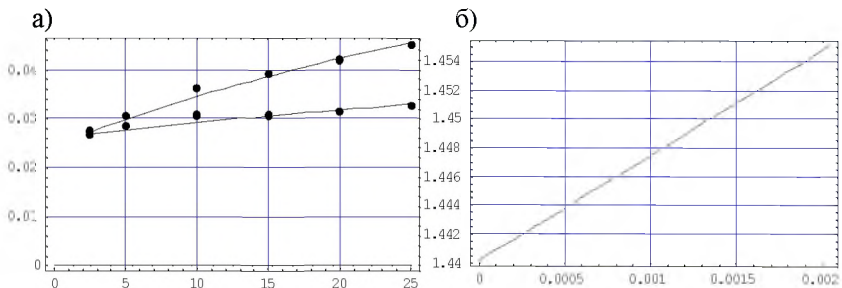


Рис. 5. Результаты для стальной балки с наружными резиновыми слоями.
 а). Экспериментальные и расчетные зависимости общего декремента от амплитуды (верхняя линия) и за вычетом аэродинамической составляющей (нижняя линия) от амплитуды (прогиба).

б). Зависимость декремента от деформации $D = 1.44014 + 7.34927 \varepsilon - 1.7.6981 \varepsilon^2$

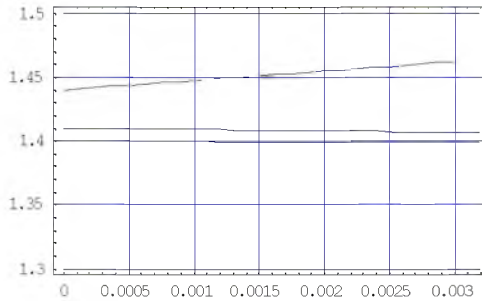


Рис. 6. Совмещенные картины полученных в разных экспериментах зависимостей логарифмических декрементов затухания резины от деформаций

Анализ результатов зависимостей логарифмических декрементов от деформаций для резины позволяют сделать следующие выводы.

1. В первом приближении для резины можно считать, что логарифмический декремент затухания является постоянной. Среднее значение логарифмического декремента затухания можно принять равным 1.42 (максимальное отклонение составляет менее 2%)

2. Расчеты показали, что для более надежного определения декрементов колебаний резины желательно толщины резиновых слоев брать достаточно большими по сравнению с толщиной стальной основы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (мероприятие 1.2.1 – поддержка научных исследований, проводимых научными группами под руководством докторов наук по научному направлению «Математика, механика, информатика» в области: Механика) по проекту «*Разработка теоретико-экспериментального метода определения характеристик внутреннего демпфирования материала с учетом внешнего (аэродинамического) демпфирования тест-образцов и исследование задач о прохождении звуковой волны сквозь однослойные и трехслойные панели с созданием методик расчета параметров шумопоглощения*», соглашение № 14.В37.21.0377.

Литература

1. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М.:Физматгиз, 1960, 193с.

2. Писаренко Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости. Киев: Изд-во АН УССР.-1970.-379 с.
3. Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.П. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем. Киев: Наукова Думка.-1976.-86 с.
4. Пальмов В.А. Колебания упруго-пластических тел. М.: Наука. -1976.-328с.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕКЛАССИЧЕСКИХ ФОРМ ПОТЕРИ
УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХ СООСНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК,
СОЕДИНЁННЫХ ЧЕРЕЗ ШПАНГОУТ, С УЧЁТОМ
ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СЛАГАЕМЫХ**

Паймушин В.Н., Луканкин С.А., Холмогоров С.А.

(Казань)

В работе [1], посвящённой исследованиям задач устойчивости плоских криволинейных стержней на базе непротиворечивой геометрической нелинейной теории, выявлена неклассическая пространственная изгибно-крутильная форма потери устойчивости (ФПУ) кольца при действии на него внешнего давления совместно с обжимающей нагрузкой. Указанная ФПУ характеризуется сложной формой оси кольца в возмущённом состоянии - она переходит в пространственную кривую - «восьмёрку» и реализуется даже при равных моментах инерции поперечного сечения относительно главных центральных осей. При этом параметр критической нагрузки оказывается значительно ниже, чем тот же параметр, соответствующий хорошо известной и изученной изгибно-сдвиговой ФПУ (ось кольца в возмущённом состоянии остаётся плоской кривой). Дальнейшие исследования неклассических ФПУ плоских криволинейных стержней получили развитие в работе [2]. В ней на базе указанных уравнений были найдены точные аналитические решения задачи о статической и динамической ФПУ кольца, находящегося под действием постоянного вдоль периметра крутящего момента. Показано, что потеря устойчивости кольца происходит при преимущественном изгибе осевой линии в плоскости кольца одновременно с небольшим закручиванием поперечного сечения. Также установлено, что исследование ФПУ кольца под действием погонного крутящего момента возможно только на основе уравнений, построенных с учётом поперечных сдвигов. Во всех этих задачах рассматривались механизмы потери устойчивости изолированного кольца. С целью изучения механического поведения кольца в составной тонкостенной конструкции в работе [3], была рассмотрена система, состоящая из двух цилиндрических соосных оболочек и кругового шпангоута, расположенного между ними (Рис. 1). В ней один торец составной конструкции считает-

ся закреплённым, на другой действует погонное растягивающее усилие. В силу крепления оболочек к шпангоуту с эксцентриситетом, обусловленного разностью диаметров оболочек, последний находился под действием соответствующего погонного крутящего момента. Для исследования ФПУ такой конструкции в [3] была разработана методика, на основе которой выявлены и проанализированы все возможные ФПУ, найдены критические нагрузки и изучено влияние геометрических и жесткостных характеристик на реализацию неклассических ФПУ.

Следует отметить, что при численной реализации указанной выше задачи, в соответствующих уравнениях были отброшены деформационные параметрические слагаемые, что позволило несколько упростить кинематические соотношения и алгоритм нахождения критической нагрузки. В настоящей работе с целью развития полученных ранее результатов рассматривается исследованная ранее тонкостенная составная конструкция (рис.1), находящаяся под действием погонного растягивающего усилия на одном из торцов.

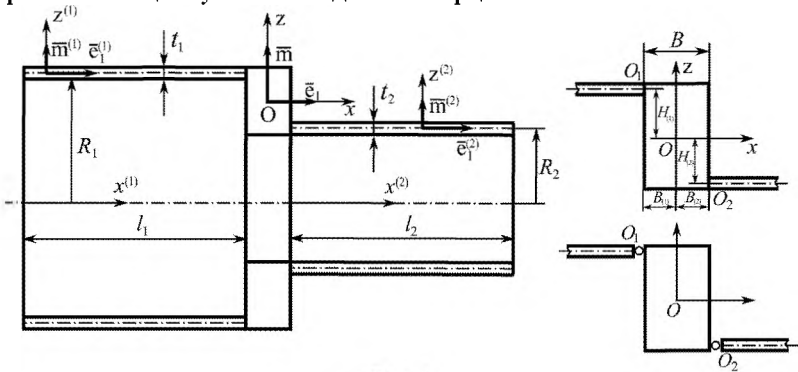


Рис.1

Как и в работах [1,4], векторы перемещений оболочек $U^{(k)}$ и стержня U представлены в виде $(2t_{(k)} -$ толщины оболочек, Ω - площадь поперечного сечения стержня)

$$U^{(k)} = u_i^{(k)} e_i^{(k)} + w^{(k)} m^{(k)} + z^{(k)} (\gamma_i^{(k)} e_i^{(k)} + \gamma^{(k)} m^{(k)}), \quad -t_{(k)} \leq z^{(k)} \leq t_{(k)}, \quad (1)$$

$$U = (U + z\varphi + x_1\varphi_1) e_1 + (V + z\chi + x_1\psi) e_2 + (W - x_1\varphi + z\varphi_3) m = \\ = u + z(\varphi e_1 + \chi e_2 + \varphi_3 m) + x_1(\varphi_1 e_1 + \psi e_2 - \varphi m), \quad z, x_1 \in \Omega \quad (2)$$

где единичные векторы $e_1^{(k)}, m^{(k)}$ и e_1, m на линиях сопряжения срединных поверхностей оболочек со стержнем связаны зависимостями $e_1^{(k)} = e_1, e_2^{(k)} = e_2, m^{(k)} = m$.

В соответствии с подходом [4] конструкция разделена на три элемента и на поверхностях их сопряжения $S_q^{(1)}$ и $S_q^{(2)}$, образованных движением нормалей $m^{(k)}$ вдоль координатных линий $x_1^{(1)} = x_1^{(1)+}, x_1^{(2)} = x_2^{(2)-}$, введены в рассмотрение контактные поверхностные усилия взаимодействия $q_1^{(k)}$, статически эквивалентные главным векторам $\Phi_1^{(k)} = \Phi_{1i}^{(k)} e_i^{(k)} + \Phi_{13}^{(k)} m^{(k)}$ и главным моментам $R_1^{(k)} = R_{1i}^{(k)} e_i^{(k)} + R_{13}^{(k)} m^{(k)}$. Для вывода уравнений равновесия оболочек и стержня (кругового шпангоута) и соответствующих им статических граничных условий, а также статических и кинематических условий сопряжения оболочек со стержнем используется уравнение обобщенного вариационного принципа Лагранжа [5]

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^2 \left[\iiint_{V^{(k)}} (\sigma_{\alpha\beta}^{(k)} \delta \varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)} - F^{(k)} \delta U^{(k)}) A_1^{(k)} A_2^{(k)} dx_1^{(k)} dx_2^{(k)} dz^{(k)} - \right. \\ & \left. \iiint_{S_p^{(k)}} p_s^{(k)} \delta U^{(k)} dS_p^{(k)} - \iiint_{S_q^{(k)}} q^{(k)} \delta U^{(k)} dS_p^{(k)} \right] + \\ & + \iiint_V (\sigma_{\alpha\beta} \delta \varepsilon_{\alpha\beta} - F \delta U) A_2 dx_1 dx_2 dz - \iint_{S_p} p_s \delta U dS_p + \\ & + \sum_{k=1}^2 \iiint_{S_q^{(k)}} [q^{(k)} \delta U - (U^{(k)} - U) \delta q^{(k)}] dS_q^{(k)} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sigma_{\alpha\beta}^{(k)}, \sigma_{\alpha\beta}$ - компоненты тензоров напряжений, а $\varepsilon_{\alpha\beta}^{(k)}, \varepsilon_{\alpha\beta}$ - компоненты тензоров деформаций. Для определения последних в рамках представлений (1), (2) используется непротиворечивый вариант кинематических соотношений нелинейной теории упругости [6], справедливых при малых деформациях и конечных перемещениях. В построенных уравнениях устойчивости учитываются не только силовые, но и деформационные параметрические слагаемые, позволяет отказаться от принятого ранее предположения о геометрической неизменяемости системы в невозмущённом состоянии.

На базе построенных уравнений разработан численный метод исследования всех возможных ФПУ для осесимметричной конструкции при двух видах соединения оболочек со шпангоутом – жесткое и шарнирное (рис.1). При рассматриваемом виде нагружения в силу $R_1 > R_2$ в окрестности шпангоута в пер-

вой оболочке формируются окружные напряжения сжатия, в результате чего происходит уменьшение радиуса оболочки. Во второй оболочке – окружные напряжения растяжения, вызывающие увеличение радиуса оболочки. В шпангоуте главными оказываются формирующийся в поперечных сечениях погонный внутренний изгибающий момент относительно оси z , являющийся причиной потери устойчивости изолированного шпангоута по изгибно-сдвиговой форме [2].

Представление решений через тригонометрические функции в виде суммы $u_i^{(k)}(\alpha_1, \alpha_2) = u_m^{(k)}(\alpha_1) \sin(n\alpha_2) + \tilde{u}_m^{(k)}(\alpha_1) \cos(n\alpha_2)$, $V_i(\alpha_2) = V_m \sin(n\alpha_2) + \tilde{V}_m \cos(n\alpha_2)$ (i – номер неизвестного, α_1, α_2 – осевая и окружная координаты соответственно, n – параметр волнообразования в окружном направлении), позволило свести исходные двумерные уравнения устойчивости к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно оболочечных неизвестных и алгебраических уравнений относительно стержневых неизвестных. Используемое представление для неизвестных позволяет описывать и такие ФПУ конструкции, в рамках которых оболочки теряют устойчивость по «антифазной» друг относительно друга форме, когда смещения их точек, лежащих в окрестности области сопряжения оболочек с шпангоутом, имеют разнонаправленный характер.

Для дискретизации полученной системы обыкновенных дифференциальных уравнений для оболочек использован модифицированный метод интегрирующих матриц, имеющий экспоненциальную точность и позволяющий производить сильное локальное сгущение узлов сетки без повышения числа обусловленности матриц [7].

В результате учёта докритических деформационных слагаемых в кинематических соотношениях как для оболочек, так и для стержня, система линеаризованных дифференциальных уравнений сводится к алгебраическому аналогу вида

$$([A] + p[B] + p^2[C])\{X\} = \{0\} \quad (4)$$

в котором, в отличие от стандартной задачи на собственные значения присутствует нелинейный параметр p . Уравнение решается итерационным методом последовательных приближений. При поиске параметра в первом приближении считается, что $p^2 = 0$. Итерации выполняются до тех пор, пока погрешность $\Delta = |p_{(k)} - p_{(k-1)}| / p_{(k)}$ не станет меньше заданной.

Анализ и сравнение результатов, полученных без учёта и при учёте деформационных параметрических слагаемых, показал, что величина параметра критической нагрузки при учёте деформационных параметрических слагаемых в

большинстве случаев меньше, а в некоторых случаях даже на порядок меньше параметра, когда деформационные параметрических слагаемые не учитываются. Установлено, что при некоторых сочетаниях геометрических параметров шпангоута ($H = 30\text{мм}$) и оболочек изгибно-крутильная ФПУ шпангоута (устойчивость теряют оболочки) (рис.2а) переходит в балочную ФПУ всей конструкции в целом (рис.2б) (w - амплитудные значения прогибов оболочек).

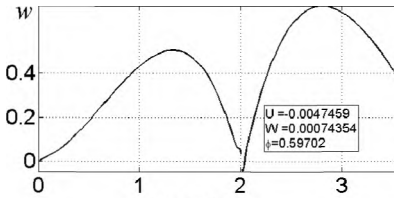


Рис.2а

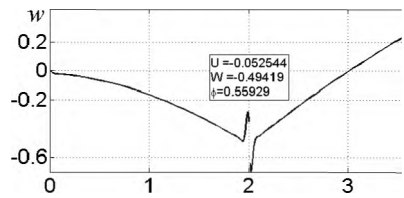


Рис.2б

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 12-01-00279).

Литература

1. Паймушин В.Н., Полякова Н.В. Непротиворечивые уравнения теории плоских криволинейных стержней при конечных перемещениях и линеаризованные задачи устойчивости // ПММ. - 2009. - Т. 73. - Вып. 2. - С. 303-324.
2. Паймушин В.Н., Полякова Н.В. Об устойчивости кольца, находящегося под действием постоянного по периметру погонного крутящего момента. // ПММ, 2011. - т.75. - Вып.6. - С. 997-1009.
3. Паймушин В.Н., Луканкин С.А., Холмогоров С.А. Неклассические формы потери устойчивости при растяжении двух соосных цилиндрических оболочек, соединяемых через шпангоут // Материалы XVIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред им. А.Г.Горшкова», - М: ООО «ТР-принт», т.2, - с.64-67.
4. Паймушин В.Н. Проблемы геометрической нелинейности и устойчивости в механике тонких оболочек и прямолинейных стержней // ПММ. 2007. Т.71. Вып.5. С.855-893.
5. Паймушин В.Н. Нелинейные задачи сопряжения составных пространственных тел, тонких оболочек и вариационные методы их решения // ПММ. 1985. Т.49. Вып.2. С.348-352.
6. Паймушин В.Н. Об уравнениях геометрически нелинейной теории упругости и безмоментных оболочек при произвольных перемещениях // ПММ. 2008. Т.72. Вып. 5. С. 822-841.

7. Даутов Р.З., Паймушин В.Н. О методе интегрирующих матриц решения краевых задач для обыкновенных уравнений четвертого порядка// Известия ВУЗов. Математика, 1996, N10, с.13-25.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЕМПФИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАТУХАЮЩИХ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕСТ-ОБРАЗЦОВ

Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Гюнал И., Егоров А.Г.

(Казань)

Традиционные конструкционные материалы (металлы и их сплавы), характеризующиеся большими значениями упругих и прочностных параметров, как правило, обладают малыми показателями демпфирующих свойств. Поэтому для повышения параметров демпфирования изготовленных из них тонкостенных конструкций их элементы изготавливают в виде многослойных структур, чередуя по толщине жесткие слои с маложесткими, имеющими большие показатели параметров внутреннего демпфирования используемых материалов. Такие элементы в настоящее время весьма широко распространены в конструкциях авиационного судостроения, автомобилях, в сооружениях гражданского и промышленного строительства и др., в которых в качестве демпфирующих слоев используются различные эластомеры (резина), пенопласты, заполнители той или иной структуры. В составе многослойных элементов конструкций при их эксплуатации такие слои, как правило, находятся в условиях малых деформаций растяжения-сжатия, сопоставимых с линейными деформациями жестких слоев, но (зачастую) в условиях средних поперечных сдвиговых деформаций. Следовательно, и их демпфирующие свойства требуется исследовать в диапазоне лишь малых деформаций растяжения-сжатия и средних деформаций поперечных сдвигов.

Сформулированную выше задачу предлагается решить путем проведения испытаний консольно закрепленных тест-образцов, показанных на рис.1, на затухающие изгибные колебания, их фиксирования в виде виброграмм с помощью аппаратуры высокого разрешения и последующей теоретической обработки виброграмм.

Для экспериментального определения демпфирующих свойств материалов в диапазоне частот от 50 до 5000 Гц в настоящее время существует американский стандарт ASTM E-756 [1], в соответствии с которым акустическим методом в резонансном режиме исследуется динамическое поведение консольно закрепленных тест-образцов различной структуры (рис.1).

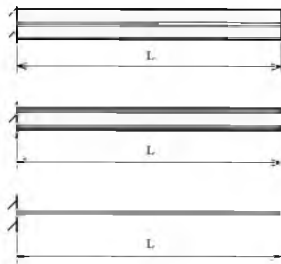


Рис. 1

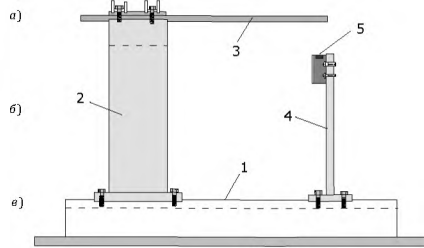


Рис. 2

Тест-образцы в виде плоского трехслойного стержня прямоугольного поперечного сечения, состоящего из внутреннего слоя (основы) из жесткого материала (стали) и двух наружных слоев из испытуемого мягкого материала (рис. 1а) позволяют исследовать демпфирующие свойства материала в условиях его растяжения-сжатия. Для определения демпфирующих свойств материала в условиях поперечных сдвиговых деформаций предлагается использовать тест-образцы в виде трехслойного стержня, состоящего из двух тонких наружных слоев из жесткого материала основы и внутреннего слоя из испытуемого мягкого материала (рис. 1б). В обоих случаях реализация указанного стандарта испытаний с целью определения демпфирующих свойств испытуемого материала требует предварительно определить демпфирующие свойства основы (рис. 1с).

В плане приложений и практического использования важным является определение демпфирующих свойств различных конструкционных материалов в диапазоне частот $f = 0 \div 100$ Гц, что соответствует наиболее часто встречающемуся на практике диапазону изменения частот динамического нагружения конструкций в реальных условиях их эксплуатации. Исследования в таком диапазоне частот с необходимой степенью точности не могут быть осуществлены без модификации указанного стандарта [1].

В данной работе определение демпфирующих свойств материалов в низкочастотном диапазоне динамического деформирования предлагается осуществлять путем фиксации и обработки опытных виброграмм изгибающихся затухающих колебаний описанных тест-образцов. Очевидно, что достоверные результаты при использовании такой методологии могут быть получены лишь в случае достаточно точного описания всего динамического процесса деформирования тест-образцов за достаточно большой промежуток времени. В связи с этим была создана специальная экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 2. Она состоит из основания 1 и силовой стенки 2, жестко соединенных между собой. На стенке консольно закрепляется испытуемый тест-образец 3. Заземление осуществляется с помощью разнесенных планок, соединяемых со стенкой двумя рядами болтовых соединений и исключающих поворот испытуе-

мого тест-образца в сечении заделки. На основании также установлена стойка 4 для крепления лазерного датчика перемещений 5, положение которой вдоль основания может изменяться для измерения амплитуды колебаний точек тест-образца при изменении его стрелы вылета.

В экспериментальной установке используется триангуляционный лазерный датчик фирмы RIFTEK (RF603-X/100), обеспечивающий точность измерения амплитуды колебаний 0,01мм. Результаты измерений в цифровом формате поступают на персональный компьютер. Значения амплитуды колебаний точки на конце тест-образца фиксировались в течение большого числа циклов (до тысячи), пока отклонения системы еще допускали достаточно точные измерения.

Разработанное математическое обеспечение позволяет осуществлять до 1000 замеров амплитуды в секунду, что весьма точно отражает характер затухающих колебаний (рис.3).

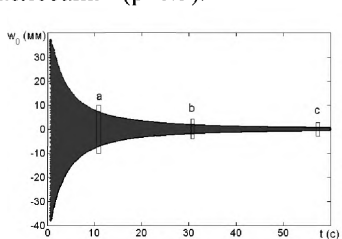


Рис.3

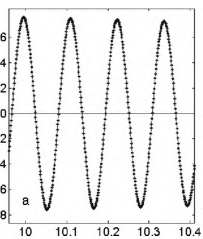


Рис.3а

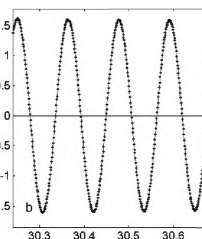


Рис.3б

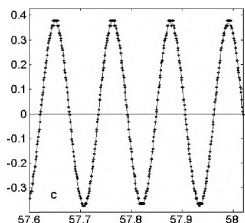


Рис.3в

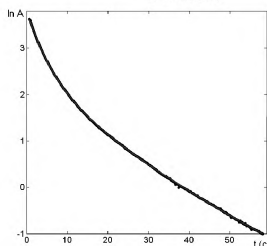
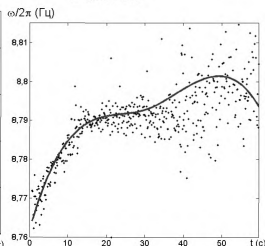


Рис.4



В качестве материала основы (рис.1с) выбрана листовая сталь Ст.3 толщиной $h = 1$ мм, из которой были изготовлены тест-образцы различной ширины $b = 5 \div 50$ мм. Длина вылета консоли также изменялась в пределах $L = 200 \div 300$ мм, что позволяло варьировать как амплитуду A_0 , так и частоту f изгибных колебаний. Для обработки экспериментальных виброграмм разработана методика, в соответствии с которой построение гармонической аппроксимации экспериментальных данных проводилось по следующему алгоритму.

1. Находились нули t_1, t_2, \dots экспериментальной зависимости $A_0(t)$ и значения максимумов (минимумов) $A_0(t)$ на интервалах $[t_k, t_{k+1}]$: $A_{3/2}, -A_{5/2}, A_{7/2}, -A_{9/2}, \dots$

2. На каждом из интервалов $[t_{k-1}, t_{k+1}]$ гармоническая аппроксимация отыскивалась в виде $A_0^{\text{app}} = \varepsilon_k + A_k \sin \omega_k t$

Тройка искомых параметров $(\varepsilon_k, A_k, \omega_k)$ находилась из условия минимума среднеквадратичного отклонения A_0^{app} от A_0 на рассматриваемом интервале. В качестве начального приближения к $(\varepsilon_k, A_k, \omega_k)$ выбирались ожидаемые значения $(0, 0.5(A_{k+1/2} + A_{k-1/2}), 2\pi / (t_{k+1} - t_{k-1}))$.

В результате указанной процедуры оказываются определенными аппроксимационные зависимости $A(t), \omega(t)$, где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота колебаний. Их вид представлен на рис. 4 (черные точки).

Как видно, $\ln A(t)$ является гладко меняющейся функцией. Поэтому ее удобно приближать сглаживающим сплайном с небольшим (5-8) числом узлов. Зависимость $\omega(t)$ также приближалась сглаживающим сплайном с числом узлов 4-5. Результат указанных сплайн-аппроксимаций показан на рис.4 сплошными линиями. Укажем на большой разброс экспериментальных данных для ω на больших временах. Это заставляет с большой осторожностью относиться к получаемой сплайн-аппроксимации $\omega(t)$ при $t > 30$ с, когда амплитуда колебаний (см. рис.3) падает ниже уровня 1.5мм. Вместе с тем явное уменьшение частоты на временах меньших 10с (амплитуда колебаний больше 7мм) нельзя объяснить экспериментальными погрешностями. Изменение частоты колебаний в принципе не зависит от внутреннего демпфирования. Аэродинамические силы, как будет показано в дальнейшем, в состоянии обеспечить лишь 0.1%-ое частоты. В то же время на интервале $t < 30$ с (см. рис.4) частота изменяется на 0.7%. Наблюдаемая закономерность должна, на наш взгляд, найти свое объяснение при учете в базовом уравнении деформирования пластины геометрически нелинейных эффектов.

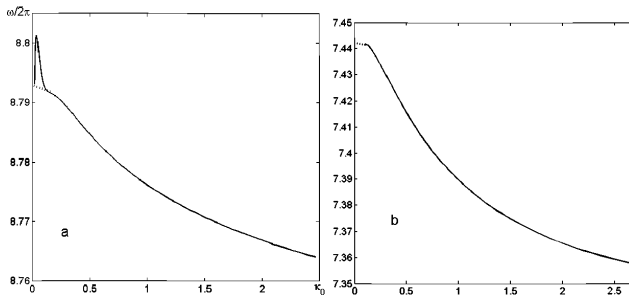


Рис.5. Зависимость частоты колебаний от параметра $\kappa_0 = A/b$: (а) – для стальной пластины и (б) – для трехслойной пластины

Дифференцирование сплайна для $\ln A$ дает с точностью до множителя $2\pi\omega_0^{-1}$ логарифмический декремент колебаний D_A . Таким образом, для каждой точки t_k оказывается возможным найти величины A_k, ω_k, D_{Ak} и, в конечном итоге, выразить ω и D_A через A .

Определенная таким образом зависимость $\omega(A)$ для стальной пластины представлена на рис.5а. На рис. 5б показана аналогичная зависимость, построенная по экспериментальным данным для трехслойной пластины, состоящей из двух резиновых внешних слоев и внутреннего слоя из стали и имеющей следующие геометрические характеристики

$$L = 300\text{мм}, \quad b = 10\text{мм}, \quad h + 2h_p = 1 + 1.2 = 2.2\text{мм}.$$

Предполагаемое продолжение данных зависимостей в область малых амплитуд показано пунктиром. Как видно, качественное поведение $\omega(A)$ в обоих случаях одинаково. Однако для трехслойной пластины изменение частоты с амплитудой имеет более выраженный характер.

На рис.6 для основы представлены найденные в результате описанной процедуры обработки экспериментальных данных зависимости логарифмического декремента колебаний δ от амплитуды конца консоли A_0 .

Анализируя полученные зависимости, можно видеть, что декремент колебаний рассматриваемой конструкции зависит от ее ширины b , амплитудного значения перемещения A_0 (а, следовательно, и от амплитудного значения деформации) и незначительно от частоты колебаний f .

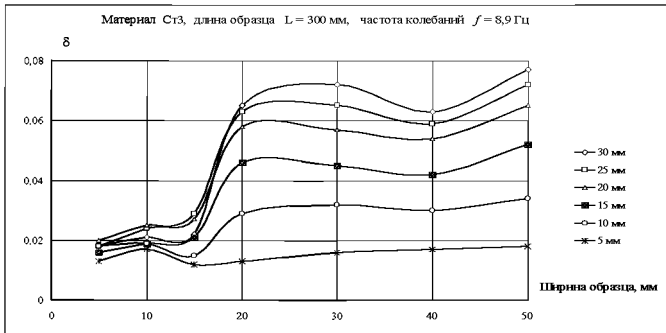


Рис. 6. Зависимости логарифмического декремента колебаний от ширины полосы

Видно, что существенная зависимость δ от амплитуды A_0 наблюдается лишь для образцов, ширина которых превосходит 15 мм (рис.8), при меньшей ширине образцов зависимость δ от A_0 менее выражена. Такую закономерность можно объяснить лишь существенным влиянием на демпфирование колебаний образцов, наряду с силами внутреннего неупругого сопротивления, также и сил внешнего аэродинамического взаимодействия, которые становятся превалирующими при ширине полосы более 15 мм. Эту же закономерность подтверждает и сопоставление результатов, полученных при различных частотах колебаний, когда демпфирование колебаний образца значительно возрастает с ростом частоты колебаний при $b > 15$ мм. Учитывая общепринятое положение о независимости сил внутреннего неупругого сопротивления от скорости деформации (т.е. от частоты колебательного процесса), следует заключить, что зависимость δ от f обусловлена только аэродинамическим демпфированием образцов при их динамическом процессе деформирования.

При ширине полосы более 15 мм происходит, по-видимому, существенная перестройка характера аэродинамического взаимодействия образца с окружающей воздушной средой. Этот вывод хорошо согласуется и со стандартом [1], в соответствии с которым изучение демпфирующих свойств материала рекомендуется проводить на образцах шириной $b = 10$ мм. Такая рекомендация, по-видимому, продиктована для отсека существенного влияния внешнего аэродинамического демпфирования на характер колебаний. Тем не менее, это обстоятельство не снимает необходимости учета сил аэродинамического взаимодействия при определении демпфирующих свойств материалов по предлагаемой в данной работе методике.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и по ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы

(мероприятие 1.2.1 – поддержка научных исследований, проводимых научными группами под руководством докторов наук по научному направлению «Математика, механика, информатика» в области: Механика) по проекту «*Разработка теоретико-экспериментального метода определения характеристик внутреннего демпфирования материала с учетом внешнего (аэродинамического) демпфирования тест-образцов и исследование задач о прохождении звуковой волны сквозь однослойные и трехслойные панели с созданием методик расчета параметров шумопоглощения*», соглашение № 14.В37.21.0377.

Литература

1. ASTM E-756. Standard test method for measuring vibration-damping properties of materials.

ЛАБОРАТОРНЫЙ СТЕНД ДЛЯ МЕТАНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УДАРНИКОВ ДИАМЕТРОМ ДО 100 ММ

*Сотский М.Ю., Селиванов В.В., Велданов В.А., Пусев В.И., Марков В.А.,
Сотский Ю.М.*

(Москва)

Известные результаты регистрации замедлений ударников в бетонных мишенях изложены в работах [1 - 3], а измерительные технологии базируются на размещении в ударниках автономных регистраторов данных об отрицательных ускорениях ударника при проникании в мишень. Развиваемые в работе измерительные технологии основаны на использовании различных вариантов систем обеспечения непрерывной электрической связи стационарной регистрирующей аппаратуры с малогабаритным пьезоакселерометром, размещаемым в ударнике [4 - 6]. В варианте, примененном для исследования сил сопротивления бетонной мишени внедрению ударника [6], в качестве метательного устройства использована пневматическая баллистическая установка, узел герметизации камеры высокого давления [7] которой прошел тестирование в ходе проведения лабораторных испытаний.

Сосуды высокого давления содержат узлы герметизации для создания необходимых параметров давления газообразного рабочего тела, воздействующего на разрушаемый или деформируемый элемент. В простейших случаях мембранный узел герметизации выполняется в виде диафрагмы (мембраны), закрывающей выполненное в сосуде отверстие и притянутой болтами через замкнутый прижимной элемент к фланцу отверстия и разрушающейся при достижении в сосуде заданного давления. Герметизация стыка и исключение возможности прорыва газообразного рабочего тела из сосуда обеспечивается деформируемы-

ми прокладками и уплотнительными элементами, размещаемыми между фланцем сосуда и прижимным элементом.

В баллистических установках - метательных устройствах для сообщения скорости метаемым элементам (ударникам), выполняемых по традиционной схеме, камера высокого давления представляет из себя сосуд высокого давления, преимущественно в форме цилиндра с торцевыми фланцами. Один из фланцев подсоединяется через диафрагму с уплотнением встык к разгонному элементу метательного устройства, например, стволу баллистической установки. Вторым – противоположный фланец может быть либо заглушен, либо снабжен крышкой, закрепляемой через уплотнительные элементы на фланце. Мембранный диафрагменный узел в камере с отверстием, соединенной через диафрагму с каналом ствола, представляет собой узел или устройство герметизации. В совокупности узел герметизации и фланцевые элементы представляют собой стыковочный узел. Герметичность узла в камере и исключение прорыва через уплотнение газообразного рабочего тела обеспечивается соответствующей затяжкой болтов стыка для создания требуемого усилия прижатия уплотнительного элемента к фланцу камеры. Величина максимального рабочего давления в камере ограничена конструктивными и эксплуатационными параметрами узла герметизации: числом и размерами болтов, механическими параметрами материалов, усилием затяжки и другими параметрами.

Давление газообразного рабочего тела в камере высокого давления баллистической установки создается компрессором. Газ воздействует на стенки камеры, стыковочный узел и устройство герметизации, при этом на болты воздействует дополнительное усилие растяжения, приводящее к упругому или пластическому деформированию болтов, их растяжению. Когда значение давления в камере достигает заданной величины, то происходит разрушение диафрагмы. В практике проведения баллистических исследований известны примеры, когда при заданной величине давления или при меньшем значении давления возникают недопустимые упругие или пластические деформации болтов. Целостность диафрагмы в устройстве герметизации сохраняется. Причиной неработоспособности камеры высокого давления и баллистической установки в целом является в этом случае расстыковка и разуплотнение элементов устройства герметизации. Нарушение герметичности в стыковочном узле баллистической установки влечет за собой прорыв газа и снижение значения давления в камере до величин меньших, чем требуемые для разрушения диафрагмы.

Герметизация достигается путем установки уплотнительных элементов, сжатия их усилием затяжки болтового соединения до достижения упругих или пластических деформаций материалом этих элементов и заполнение зазоров между сжимающимися элементами и внутренней поверхностью элементов фланцевого соединения. Заполнение зазоров должно обеспечить герметизацию каме-

ры, исключая возможность прорыва газов в диапазоне заданных значений рабочего давления.

Проведение каждого опыта при выполнении серии опытов требует расстыковки камеры высокого давления со стволом баллистической установки, сборки и установки мембранного и стыковочного узла, состыковки узлов баллистической установки и затяжки болтового соединения.

Известные устройства уплотнения монтируются на стволах баллистических установок после размещения метаемого элемента в канале ствола и перед операциями установки диафрагмы или крышки камеры высокого давления. В баллистических установках для метания элементов малых калибров сборка и монтаж камеры высокого давления и устройств уплотнения производится без значительных затруднений вследствие малой массы деталей оснастки и узлов, допускающей ручной монтаж. При необходимости метания маломасштабных моделей, представляющих собой метаемые элементы большого диаметра (100 мм и выше) и массы, значительно возрастают геометрические размеры, а, следовательно, массы как камеры высокого давления, так и уплотнительных устройств. Возрастание массы примерно пропорционально кубу соотношения диаметров канала ствола.

Маломасштабные модели натуральных конструкций являются их физическими геометрически подобными макетами. Размеры модели обеспечивают возможность размещения внутри них специальных пьезоакселерометров серии А1М [4, 5], или промышленных ударных акселерометров. Кроме этого, такие размеры предоставляют возможности для более адекватного моделирования элементов внутреннего оборудования моделей сложных летательных аппаратов. Если соотношение размеров натурной конструкции и ее маломасштабной модели не превышает значений 7...10, то модель считается полунатурной моделью [8, 9] исследуемой натурной конструкции. Требования обеспечения равенства скоростей перемещения натурной конструкции и ее модели при проведении полунатурных испытаний также приводят к необходимости увеличения размеров камеры высокого давления и толщины корпусных деталей для достижения метаемой моделью заданного диапазона скоростей.

При проведении серии опытов в полунатурных испытаниях монтаж и демонтаж массивной камеры высокого давления и устройств уплотнения становится трудоемкой операцией. При необходимости герметизации известной камеры высокого давления с торцевой крышкой и внутренним диаметром 250 мм при давлении 15 МПа по расчетам необходимо установить не менее 23 болтов М30.

Разработанное устройство [7] обеспечивает проведение опытов в полунатурных испытаниях без применения специальных монтажных устройств и оснастки. При эксплуатации устройства повышаются возможности полунатурных

испытаний и увеличивается производительность обработки и проведения опытов в испытаниях за счет исключения необходимости монтажа-демонтажа массивной камеры высокого давления.

Устройство герметизации камеры высокого давления баллистической установки, показанное на рис. 1а, выполнено в виде двух сборок. Первая - мембранная сборка из диафрагмы с прокладкой, притянута прижимным кольцом к внутренней поверхности переднего фланца камеры высокого давления. Передний фланец камеры внешней своей поверхностью обращен к казенной части ствола баллистической установки, предназначенной для размещения метаемой полунатурной модели. Вторая - уплотнительная сборка с кольцеобразным уплотнительным элементом размещена в противоположном фланце камеры. Между опорным диском и упорным кольцом размещены внутри корпуса уплотнительное кольцо и нажимное кольцо. Уплотнительное кольцо перекрывает зазор между опорным диском и цилиндрической внутренней поверхностью корпуса и герметизирует внутренний объем корпуса камеры, ограниченный диафрагмой, опорным диском и цилиндрической внутренней поверхностью корпуса.

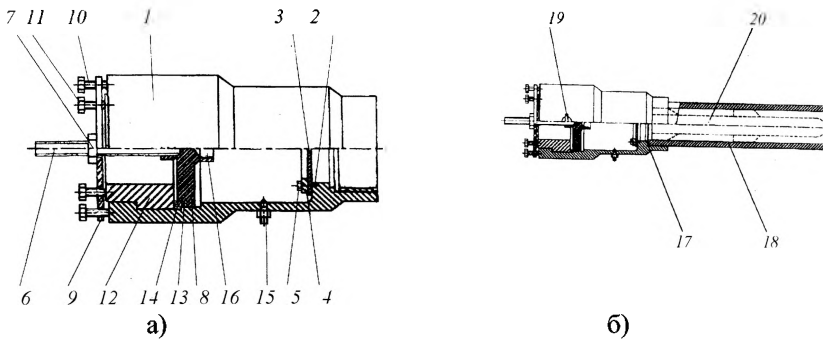


Рис.1. Устройство герметизации камеры высокого давления баллистической установки:

а) Базовый вариант разработанного устройства: 1 – корпус; 2 – уплотняющая прокладка; 3 – диафрагма; 4 – прижимное кольцо; 5 – элементы крепления; 6 – направляющая винтовая ось; 7 – гайка; 8 – опорный диск; 9 – установочный диск; 10 – первая группа болтов – толкателей; 11 – вторая группа болтов – толкателей; 12 – элементы крепления; 13 – уплотнительное кольцо; 14 – нажимное кольцо; 15 – штуцер; 16 – гнездо узла формирования импульса давления.

б) Устройство герметизации камеры высокого давления в сборе со стволом баллистической установки: 17 – уплотнительная прокладка; 18 – ствол баллистической установки; 19 – рым-болт; 20 – модель летательного аппарата.

Этот объем определяет величину рабочего объема камеры высокого давления баллистической установки и предназначен для заполнения его через штуцер газообразным рабочим телом с применением компрессора или баллона. Предусмотрена также возможность повышения давления в этом объеме в случае применения устройства формирования импульса давления, размещаемого в специальном узле.

Как показано в сборочном чертеже на рис.1б, корпус камеры высокого давления скреплен через уплотнительную прокладку со стволом баллистической установки. В прилегающей к камере (казенной) части ствола размещается полунатурная модель летательного аппарата исследуемой конструкции (изображена штриховой линией).

В реализованном и апробированном варианте на корпусе камеры закреплены рым-болты. С использованием рым-болтов баллистическая установка с внутренним диаметром ствола 100 мм и длиной ствола 6000 мм смонтирована в тросовых подвесах, как это видно на рис.2а, что уменьшает механическое воздействие на фундамент и здание при эксплуатации установки. Уплотнительное кольцо изготавливалось, как показано на рис.2б, из металла или пластических материалов.



а)



б)

Рис.2. Вид в направлении ствола баллистической установки на камеру высокого давления в закрытом состоянии а); нажимное кольцо (слева) и уплотнительные кольца из пластика, меди и алюминия б).

В реализованном варианте устройства [7] рабочий объем камеры составил величину 10 дм^3 . Требуемая величина давления разрушения диафрагмы, определяющая заданную скорость модели, достигается подбором толщины диафрагмы, либо выполнением ослабляющих диафрагму подрезов.



а)



б)

Рис. 3. Внешний вид однослойных диафрагм после использования в устройстве герметизации:

а) 1 – материал Д1; толщина 9 мм; давление 9 МПа; б) материал Д16; толщина 1 мм; давление 3,5 МПа.

Остальные элементы конструкции реализованного варианта устройства выполнены из прочной легированной стали. Рабочее давление до 15 МПа обеспечивается применением диафрагм, изготовленных из сплавов алюминия, например, сплава АМг, А1 или Д16. Варианты примененных диафрагм и характерные виды их деформирования и разрушения представлены на рис.рис. 3 и 4.



а)



б)

Рис.4. Частные варианты диафрагм:

а) характерный вид разрушения многослойных диафрагм; б) диафрагмы с предварительной насечкой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 13-08-00274-а и 13-08-00383-а).

Литература

1. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurement / *M.J. Forrestal, D.J. Frew, J.P. Hickerson, T.A. Rohwer* // International Journal of Impact Engineering. 2003. Vol. 28. P. 479–497.
2. The effect of concrete target diameter on projectile deceleration and penetration depth / *D.J. Frew, M.J. Forrestal, J.D. Cargile* // International Journal of Impact Engineering. 2006. Vol. 32. P. 1584–1594.
3. Present research and development on measurement technology of penetration into hard targets with hard recovery recorder / *Gao Jin-zhong, SUN Yuan-cheng, DU Lian-ming, CHEN Guang-yan, HUAN Yu-chuan* // Proceedings 25 th International Symposium on Ballistics. Vol. 2. Beijing: China Science and Technology Press, 2010. P.1187- 1192.
4. Велданов В.А., Марков В.А., Пусев В.И., Ручко А.М., Сотский М.Ю., Федоров С.В. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии // Журнал технической физики. 2011.Том 81.Вып.7.С.94-104.
5. Computation of Nondeformable Striker Penetration into Low-Strength Obstacles Using Piezoelectric Asselerometry Data / *V. A. Veldanov, V.A. Markov, V.I. Pusev, A. M. Ruchko, M. Yu. Sotskiy, S.V. Fedorov* // Technical Physics. 2011. Vol. 56. No. 7. P. 992-1002.
6. Патент 2413917 Российской федерации, МПК⁷ G01N3/30, Устройство и способ проводной электрической связи для регистрации параметров функционирования метаемого тела в полном баллистическом цикле / *В.А. Велданов, А.В. Жариков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, А.М. Ручко, М.Ю. Сотский, Ю.М. Сотский, В.В. Ткачев*. Оpubл. в 2011.Бюл.№7.
7. Патент 2287756 Российской федерации, МПК⁷ G01N3/30, Устройство и способ герметизации камеры высокого давления баллистической установки / *В.А. Велданов, В.А. Марков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, А.Н. Сообщииков, М.Ю. Сотский, Ю.М. Сотский*/ Патентообладатель: Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана". Оpubл. 27.10. 2012. Бюл. №30.
8. Кейл А. Проблемы пластичности корабельных конструкций при взрывном и ударном нагружении // Механика (сб. перев.). 1961. №2. С. 107-123.

9. Пусев В.И. О физическом моделировании деформирования и разрушения конструкций // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. №4. Часть 4. С.1722-1724.

ОТЛАДКА ПРИБОРНОГО И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕЙСА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ИСТОРИИ ЗАМЕДЛЕНИЯ УДАРНИКОВ ПРИ ПРОНИКАНИИ В БЕТОННЫЕ СРЕДЫ И СОУДАРЕНИИ С ЖЕСТКОЙ СТЕНКОЙ

*Сотский М.Ю., Селиванов В.В., Велданов В.А., Пусев В.И., Ручко А.М.,
Марков В.А., Сотский Ю.М.*

(Москва)

По варианту измерительной технологии [1 - 3] проведена серия опытов с регистрацией баллистических параметров метаемой модели при ее движении на траектории (начальной скорости удара) и в бетонной мишени (сила сопротивления прониканию). На рис. 1 показан вариант модели, состоящей из четырех основных элементов. Масса метаемой измерительной сборки с моделью составляла величину свыше 2 кг, а сообщаемая модели скорость в опытах регистрировалась в диапазоне 200...250 м/с.

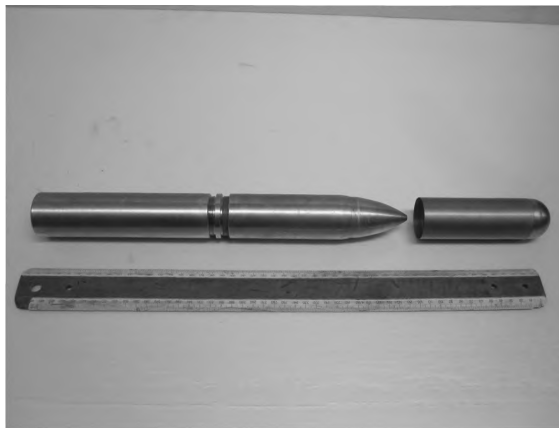


Рис. 1. Вариант модели летательного аппарата в состоянии предварительной сборки. Слева-направо: инертный узел, основание измерительного узла, ударник, наконечник

На рис. 2 показаны основные элементы баллистической трассы, где перед бетонной мишенью установлены рам-мишени, позади мишени подвешенное на тросах антирикошетное улавливающее устройство, в нижней части перед мишенью закреплен блок коммутации каналов электрической связи к измерительной цепи и регистратору.

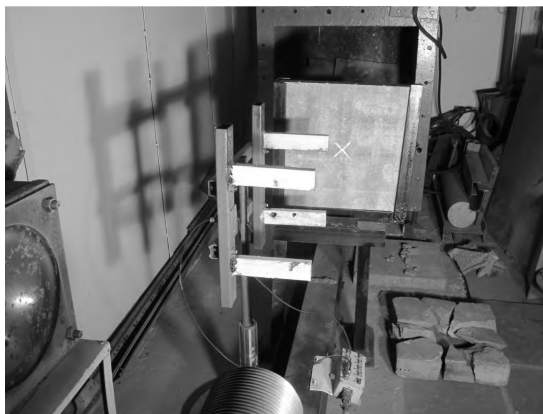


Рис. 2. Вид баллистической трассы в направлении от дульного среза ствола

Характерный вид разрушения мишени показан на рис.3.



Рис. 3. Состояние бетонной мишени после проведения опыта

Состояние элементов модели до и после проведения опыта показано на рис. 4.



Рис. 4. Состояние ударника до (слева) и после проведения опыта. В центре – измерительный узел на основании (после проведения опыта)

После остановки в улавливающем устройстве, как видно на рис. 5, ударники получали остаточные пластические деформации.



Рис. 5. Виды деформирования ударников после остановки в улавливающем устройстве

Вид деформирования зависит от остаточной скорости ударника после пробития бетонной мишени и условий его подхода к останавливающим антирикошетным элементам улавливающего устройства. Ударник диаметром 45 мм выполнен толстостенным, с внутренней полостью, заполненной пастообразным наполнителем. Масса ударника составляла 0,6 кг. В диапазоне скоростей, охваченных опытом, и при пробитии бетонных мишеней толщиной 40 и 50 мм ударник не испытывал пластических деформаций, а пьезоакселерометр измерительного узла сохранял работоспособность.

При проведении испытаний регистрировалась скорость измерительной сборки (модель - ведущий поддон - устройство проводной электрической связи [3]). Применен вариант, в котором при пересечении сборкой первой рам-мишени производится запуск двух электронносчетных частотомеров марки ЧЗ - 34А. Пересечение второй рам-мишени останавливает частотомеры. Расстояние между рам-мишенями (400 мм) является измерительной базой для расчета средней скорости сборки, отнесенной к серединной точке базы. Рассчитанное значение скорости для этой точки (находящейся на расстоянии 400 мм перед мишенью) принималось за величину V_0 начальной скорости взаимодействия модели с мишенью. Характерные показания частотомеров для диапазона скоростей 210...250 м/с приведены на рис. 6.



Рис. 6. Характерные показания частотомеров

Регистрируемые с применением частного варианта технологии акселерометрии терминальной баллистики [1 - 3] первичные результаты приведены на рис. 7.

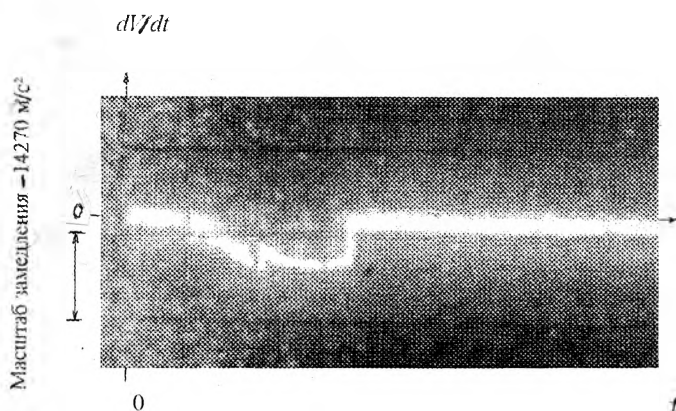


Рис. 7. Осциллограмма истории замедления ударника в составе модели без наконечника при скорости встречи с бетонной мишенью $V_0 = 213$ м/с (калибровки: 2 В; 5 мс)

Результаты проведенного исследования показали возможность замера замедления с помощью пьезоэлектрических акселерометров и разработанных метательных устройств в опробованном диапазоне начальных скоростей удара до 300 м/с. Обработка получаемых данных позволяет не только определять динамические характеристики сопротивляемости разносопротивляющихся материалов прониканию и деформированию, но также дает возможность тестирования расчетных методик и их уточнения, в том числе задач численного моделирования.

Подготавливается оснастка для проведения по той же измерительной технологии опытов по регистрации истории замедления ударников при соударении с жесткой стенкой. Динамические механические характеристики бетонных сред и горных пород предполагается исследовать экспериментально-расчетным путем с использованием результатов измерений. В лабораторных условиях отработаны измерительные технологии, которые базируются на применении оригинальных метательных и ведущих устройств для ударников, снабженных измерительными устройствами для непрерывной фиксации кинематической характеристики (замедления) твердого или малодеформируемого тела в процессе высокоскоростного удара.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 13-08-00274-а и 13-08-00383-а).

Литература

1. Велданов В.А., Марков В.А., Пусев В.И., Ручко А.М., Сотский М.Ю., Федоров С.В. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии // Журнал технической физики. 2011. Том 81. Вып. 7. С. 94-104.

2. Computation of nondeformable striker penetration into low-strength obstacles using piezoelectric asselerometry data / V.A. Veldanov, V.A. Markov, V.I. Pusev, A.M. Ruchko, M.Yu. Sotskiy, S.V. Fedorov // Technical Physics. 2011. Vol. 56. No. 7. P. 992-1002.

3. Патент 2413917 Российской федерации, МПК⁷ G01N3/30, Устройство и способ проводной электрической связи для регистрации параметров функционирования метаемого тела в полном баллистическом цикле / В.А. Велданов, А.В. Жариков, А.Ф. Овчинников, В.И. Пусев, А.М. Ручко, М.Ю. Сотский, Ю.М. Сотский, В.В. Ткачев. Оpubл. в 2011. Бюл.№7.

Именной указатель

- Агамиров В.Л., 4
Аникиева М.И., 5
Арпихова Е.С., 9
Бадриев И.Б., 10, 12
Бандеров В.В., 10, 12
Белашова И.С., 38
Белов Г.В., 47, 51
Бирюкова Т.К., 61
Будник Г.Д., 30
Бухтояров И.И., 66
Васильченко А.Г., 5, 13
Ведданов В.А., 130, 137
Вестяк В.А., 17
Выскребцов В.Г., 18
Вышедкевич И.У., 30
Газизуллин Р.К., 109
Гачкевич А.Р., 17
Горшков А.А., 82
Гусаров А.П., 47
Гюнал И., 111, 124
Данг Куанг Занг, 21
Егоров А.Г., 94, 124
Журич С.В., 5
Задворнов О.А., 10, 12
Закиров И.М., 105
Казаков А.В., 38
Камалутдинов А.М., 94
Карпиков Ю.А., 105
Каюмов Р.А., 99, 111
Киреев В.И., 61
Киреев А.А., 22
Козунова О.В., 23
Коровайцев А.В., 82
Коровайцева Е.А., 82
Коротков М.О., 30
Кубенко В.Д., 26
Кузьмин С.Д., 38
Кутуев С.А., 26
Леонов С.В., 27
Локтева Н.А., 28, 29
Ломовской В.А., 82
Луканкин С.А., 119
Макаревский Д.И., 30
Марков В.А., 47, 51, 130, 137
Морозов В.И., 27, 66
Нгуен Нгок Хоа, 43
Нуриев А.Н., 94
Овчинников А.Ф., 47
Оконечников А.С., 32
Паймушин В.Н., 28, 94, 105, 109,
111, 119, 124
Пономарев А.Т., 27, 66
Пряжевский Р.Д., 35
Пусев В.И., 47, 51, 130, 137
Ручко А.М., 137
Рыбаулин А.Г., 30
Самсонов Ю.П., 37
Селиванов В.В., 47, 51, 130, 137
Сердюк Д.О., 29
Сотский М.Ю., 130, 137
Сотский Ю.М., 130, 137
Старовойтов Э.И., 28
Старостин К.И., 9
Тарасова Т.В., 38
Тарлаковский Д.В., 17, 21, 26, 28,
32, 35, 43, 45
Федотенков Г.В., 32, 35
Фирсов В.А., 111
Фирсов В.А., 124
Холмогоров С.А., 119
Шакирзянов Ф.Р., 99
Шойкулов Ш. К., 45
Шукуров А.М., 45

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ	4
<i>Агамиров В.Л.</i> Алгоритм расчета квантилей распределения характеристик усталостных свойств элементов конструкций.	4
<i>Аникеева М.И., Васильченко А.Г., Журин С.В.</i> Тенденции развития теоретических методов парашотостроения.....	5
<i>Артюхова Е.С., Старостин К.И.</i> Исследование процессов тепловой обработки воздуха в системе кондиционирования воздуха перспективного пассажирского самолёта.	9
<i>Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Задворнов О.А.</i> Постановка задачи о равновесии осесимметричной мягкой сетчатой оболочке при наличии точечных нагрузок	10
<i>Бадриев И.Б., Бандеров В.В., Задворнов О.А.</i> О решении вариационных и квазिवариационных неравенств теории мягких оболочек.....	10
<i>Васильченко А.Г.</i> Тенденции развития, направления конструирования и исследования перспективных планирующих парашютов.....	13
<i>Вестяк В.А., Гачкевич А.Р., Тарлаковский Д.В.</i> Нестационарные процессы в электромагнитоупругой полуплоскости	17
<i>Выскребецов В.Г.</i> Течение вязкой жидкости при входе в трубу.....	18
<i>Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В.</i> Действие на упруго-пористое полупространство осесимметричной нестационарной поверхностной нагрузки.....	21
<i>Киреенков А.А.</i> Обобщенные связанные модели трения скольжения и верчения для осесимметричных площадок контакта.....	22
<i>Козунова О.В.</i> Цилиндрический изгиб балочной плиты, связанной с физически нелинейным слоистым основанием	23
<i>Кутуев С.А., Кубенко В.Д., Тарлаковский Д.В.</i> Упругая ортотропная полуплоскость под действием нестационарной поверхностной касательной нагрузки	26
<i>Леонов С.В., Морозов В.И., Пономарев А.Т.</i> Исследование прочностных характеристик парашюта	27
<i>Локтева Н.А., Паймушин В.Н., Старовойтов Э.И., Тарлаковский Д.В.</i> Действие гармонических волн на прямоугольную пластину, окруженную акустическими средами	28

<i>Локтева Н.А., Сердюк Д.О.</i> Определение параметра звукопоглощения трехслойной пластины при воздействии на нее цилиндрической волны.....	29
<i>Макаревский Д.И., Вышедкевич И.У., Будник Г.Д., Коротков М.О., Рыбаулин А.Г.</i> О несущей способности сварных точек.....	30
<i>Оконечников А.С., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.</i> Плоская нестационарная задача о равноускоренном движении сосредоточенной поверхностной силы по упругому полупространству.....	32
<i>Пряжевский Р.Д., Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В.</i> Применение метода расщепления фундаментальных решений к исследованию процессов нестационарного контактного взаимодействия деформируемых тел.....	35
<i>Самсонов Ю.П.</i> Формы движения ротора при его внезапной разбалансировке.....	37
<i>Тарасова Т.В., Белашова И.С., Кузьмин С.Д., Казаков А.В.</i> Лазерная термообработка коррозионностойкой стали 12Х18Н10Т.....	38
<i>Нгуен Нгок Хоа, Тарлаковский Д.В.</i> Упруго-пористая полуплоскость под действием нестационарных на границе касательных перемещений.....	43
<i>Тарлаковский Д.В., Шойкулов Ш. К., Шукуров А.М.</i> Распространение нестационарных волн сдвига от сферической полости в упруго-пористом полупространстве, насыщенном жидкостью.....	45
ИЗБРАННЫЕ ДОКЛАДЫ	47
<i>Белов Г.В., Гусаров А.П., Марков В.А., Овчинников А.Ф., Пусев В.И., Селиванов В.В.</i> Об определении динамических механических свойств сотовых конструкций из алюминиевых сплавов.....	47
<i>Белов Г.В., Марков В.А., Пусев В.И., Селиванов В.В.</i> Особенности механических эквивалентов конструкций внутреннего оборудования носовых отсеков уменьшенных моделей летательных аппаратов.....	51
<i>Бирюкова Т.К., Киреев В.И.</i> Интегральное обобщение теорем Коши и Лагранжа о среднем значении на основе применения принципа подобия с приложением к физике и к численному интегрированию.....	61
<i>Бухтояров И.И., Морозов В.И., Пономарев А.Т.</i> Анализ особенностей функционирования грузовых парашютных систем по результатам летно-экспериментальных исследований.....	66

<i>Гориков А.А., Коровайцева Е.А., Коровайцев А.В., Ломовской В.А.</i> Моделирование процесса диссипативных потерь в стержневом элементекварцевого резонатора	82
<i>Егоров А.Г., Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н., Паймушин В.Н.</i> Выделение аэродинамической составляющей демпфирования при исследования затухающих изгибных колебаний тест-образцов.....	94
<i>Каюмов Р.А., Шакирзянов Ф.Р.</i> Сравнительный анализ методик расчета несущей способности и осадки системы конструкция- грунт.....	99
<i>Паймушин В.Н., Закиров И.М., Карпиков Ю.А.</i> Теоретико- экспериментальное определение осредненных упругих и прочностных характеристик складчатого заполнителя в виде М- гофра	105
<i>Паймушин В.Н., Газизуллин Р.К.</i> О Задачах определения параметра звукоизоляции однослойных пластин.....	109
<i>Паймушин В.Н., Каюмов Р.А., Фирсов В.А., Гюнал И.</i> Идентификация демпфирующих характеристик материалов многослойных композитов.....	111
<i>Паймушин В.Н., Луканкин С.А., Холмогоров С.А.</i> Исследование неклассических форм потери устойчивости двух соосных цилиндрических оболочек, соединённых через шпангоут, с учётом деформационных параметрических слагаемых.....	119
<i>Паймушин В.Н., Фирсов В.А., Гюнал И., Егоров А.Г.</i> Определение параметров демпфирования на основе исследования затухающих изгибных колебаний тест-образцов.....	124
<i>Сотский М.Ю., Селиванов В.В., Велданов В.А., Пусев В.И., Марков В.А., Сотский Ю.М.</i> Лабораторный стенд для метания измерительных ударников диаметром до 100 мм.....	130
<i>Сотский М.Ю., Селиванов В.В., Велданов В.А., Пусев В.И., Ручко А.М., Марков В.А., Сотский Ю.М.</i> Отладка приборного и технологического интерфейса для регистрации истории замедления ударников при проникании в бетонные среды и соударении с жесткой стенкой	137
Именной указатель	143

**МАТЕРИАЛЫ XIX МЕЖДУНАРОДНОГО СИМПОЗИУМА
«ДИНАМИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
МЕХАНИКИ КОНСТРУКЦИЙ И СПЛОШНЫХ СРЕД»**

им. А.Г. Горшкова

Ярополец, 18 – 22 февраля 2013 г.

Подписано в печать 25.03.2013 г.

Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная. Гарнитура Times New Roman.

Усл. печ. л. 12,75. Зак. № 644. Тираж 100 экз.

Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО "ТР-принт"

127055, Москва. Приютский пер., д.3.