

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----------|
| Предисловие | 10 |
| Введение | 12 |
| Глава 1. Матрицы и определители | 13 |
| § 1. Матрицы | 13 |
| 1. Понятие матрицы (13). 2. Основные операции над матрицами и их свойства (13). 3. Блочные матрицы (17). | |
| § 2. Определители | 19 |
| 1. Понятие определителя (19). 2. Выражение определителя непосредственно через его элементы (25). 3. Теорема Лапласа (26). 4. Свойства определителей (28). 5. Примеры вычисления определителей (32). 6. Определитель суммы и произведения матриц (35). 7. Понятие обратной матрицы (36). | |
| § 3. Теорема о базисном миноре матрицы. | 38 |
| 1. Понятие линейной зависимости строк (38). 2. Теорема о базисном миноре (39). 3. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя (41). | |
| Глава 2. Линейные пространства | 42 |
| § 1. Понятие линейного пространства | 42 |
| 1. Определение линейного пространства (42). 2. Некоторые свойства линейных пространств. (45). | |
| § 2. Базис и размерность линейного пространства | 46 |
| 1. Понятие линейной зависимости элементов линейного пространства (46). 2. Базис и координаты (48). 3. Размерность линейного пространства (50). 4. Понятие изоморфизма линейных пространств (51). | |
| § 3. Подпространства линейных пространств | 53 |
| 1. Понятие подпространства и линейной оболочки (53). 2. Новое определение ранга матрицы (55). 3. Сумма и пересечение подпространств (56). 4. Разложение линейного пространства в прямую сумму подпространств (58). | |

| | |
|---|-----|
| § 4. Преобразование координат при преобразовании базиса n -мерного линейного пространства | 60 |
| 1. Прямое и обратное преобразование базисов (60). 2. Связь между преобразованием базисов и преобразованием соответствующих координат (61). | |
| Глава 3. Системы линейных уравнений | 63 |
| § 1. Условие совместности линейной системы | 63 |
| 1. Понятие системы линейных уравнений и ее решения (63). 2. Нетривиальная совместность однородной системы (65). 3. Условие совместности общей линейной системы (66). | |
| § 2. Отыскание решений линейной системы | 68 |
| 1. Квадратная система линейных уравнений с определителем основной матрицы, отличным от нуля (68). 2. Отыскание всех решений общей линейной системы (71). 3. Свойства совокупности решений однородной системы (73). 4. Заключительные замечания о решениях линейных систем (78). | |
| Глава 4. Евклидовы пространства | 80 |
| § 1. Вещественное евклидово пространство и его простейшие свойства | 80 |
| 1. Определение вещественного евклидова пространства (80). 2. Простейшие свойства произвольного евклидова пространства (83). | |
| § 2. Ортонормированный базис конечномерного евклидова пространства | 87 |
| 1. Понятие ортонормированного базиса и его существование (87). 2. Свойства ортонормированного базиса (89). 3. Разложение n -мерного евклидова пространства на прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения (91). 4. Изоморфизм n -мерных евклидовых пространств (92). | |
| § 3. Комплексное евклидово пространство | 93 |
| 1. Определение комплексного евклидова пространства (93). 2. Неравенство Коши–Буняковского. Понятие нормы (95). 3. Ортонормированный базис и его свойства (96). | |
| § 4. Метод регуляризации для отыскания нормального решения линейной системы | 97 |
| Глава 5. Линейные операторы | 104 |
| § 1. Понятие линейного оператора. Основные свойства | 104 |
| 1. Определение линейного оператора (104). | |
| § 2. Матричная запись линейных операторов | 111 |
| 1. Матрицы линейных операторов в заданном базисе линейного пространства V (111). 2. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису (113). 3. Характеристический многочлен линейного оператора (115). | |

| | |
|---|-----|
| § 3. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов | 116 |
| § 4. Линейные и полуторалинейные формы в евклидовом пространстве | 118 |
| 1. Специальное представление линейной формы в евклидовом пространстве (118). 2. Полуторалинейные формы в евклидовом пространстве. Специальное представление таких форм (119). | |
| § 5. Линейные самосопряженные операторы в евклидовом пространстве | 122 |
| 1. Понятие сопряженного оператора (122). 2. Самосопряженные операторы. Основные свойства (123). 3. Норма линейного оператора (125). 4. Дальнейшие свойства самосопряженных операторов (126). 5. Спектральное разложение самосопряженных операторов. Теорема Гамильтона–Кэли (132). 6. Положительные операторы. Корни m -й степени из оператора (133). | |
| § 6. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов | 135 |
| § 7. Унитарные и нормальные операторы | 137 |
| § 8. Канонический вид линейных операторов | 141 |
| § 9. Линейные операторы в вещественном евклидовом пространстве. | 145 |
| 1. Общие замечания (145). 2. Ортогональные операторы (150). | |
| Глава 6. Итерационные методы решения линейных систем и задач на собственные значения | 154 |
| § 1. Итерационные методы решения линейных систем | 155 |
| 1. Метод простой итерации (метод Якоби) (155). 2. Общий неявный метод простой итерации (158). 3. Модифицированный метод простой итерации (164). 4. Метод Зейделя (166). 5. Метод верхней релаксации (167). 6. Случай несимметричной матрицы A (168). 7. Итерационный метод П.Л. Чебышева (168). | |
| § 2. Решение полной проблемы собственных значений методом вращений | 172 |
| Глава 7. Билинейные и квадратичные формы | 178 |
| § 1. Билинейные формы | 178 |
| 1. Понятие билинейной формы (178). 2. Представление билинейной формы в конечномерном линейном пространстве (179). 3. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы (180). | |
| § 2. Квадратичные формы | 182 |
| § 3. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов | 184 |
| 1. Метод Лагранжа (184). 2. Метод Якоби (186). | |
| § 4. Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм | 189 |
| 1. Закон инерции квадратичных форм (189). 2. Классификация квадратичных форм (191). 3. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы (192). | |

| | |
|--|------------|
| § 5. Полилинейные формы | 194 |
| § 6. Билинейные и квадратичные формы в евклидовом пространстве | 195 |
| 1. Предварительные замечания (196). 2. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов в ортогональном базисе (196). 3. Одновременное приведение двух квадратичных форм к сумме квадратов в линейном пространстве (197). 4. Экстремальные свойства квадратичной формы (198). | |
| § 7. Гиперповерхности второго порядка. | 201 |
| 1. Понятие гиперповерхности второго порядка (201). 2. Параллельные переносы в евклидовом пространстве. Преобразования ортонормированных базисов в ортонормированные (202). 3. Преобразование общего уравнения гиперповерхности второго порядка при параллельном переносе (204). 4. Преобразование общего уравнения гиперповерхности второго порядка при переходе от ортонормированного базиса к ортонормированному (206). 5. Инварианты общего уравнения гиперповерхности второго порядка (207). 6. Центр гиперповерхности второго порядка (209). 7. Стандартное упрощение любого уравнения гиперповерхности второго порядка путем преобразования ортонормированного базиса (210). 8. Упрощение уравнения центральной гиперповерхности второго порядка. Классификация центральных гиперповерхностей (211). 9. Упрощение уравнения нецентральной гиперповерхности второго порядка. Классификация нецентральных гиперповерхностей (213). | |
| Глава 8. Тензоры | 217 |
| § 1. Преобразование базисов и координат. | 217 |
| 1. Определители Грама (217). 2. Взаимные базисы. Ковариантные и контравариантные координаты векторов (218). 3. Преобразование базиса и координат (221). | |
| § 2. Понятие тензора. Основные операции над тензорами | 223 |
| 1. Понятие тензора (223). 2. Примеры тензоров (224). 3. Основные операции над тензорами (227). | |
| § 3. Метрический тензор. Основные операции векторной алгебры в тензорных обозначениях | 231 |
| 1. Понятие метрического тензора в евклидовом пространстве (231). 2. Операция поднятия и опускания индексов с помощью метрического тензора (232). 3. Ортонормированные базисы в \mathbf{E}^n (234). 4. Дискриминантный тензор (236). 5. Ориентированный объем (237). 6. Векторное произведение (238). | |
| § 4. Метрический тензор псевдоевклидова пространства | 239 |
| 1. Понятие псевдоевклидова пространства и метрического тензора псевдоевклидова пространства (239). 2. Галилеевы координаты. Преобразования Лоренца (241). 3. Преобразования Лоренца пространства $\mathbf{E}_{(1,3)}^4$ (242). | |
| § 5. Тензор момента инерции | 244 |

| | |
|---|------------|
| Глава 9. Элементы теории групп | 246 |
| § 1. Понятие группы. Основные свойства групп | 246 |
| 1. Законы композиции (246). 2. Понятие группы. Некоторые свойства групп (246). 3. Изоморфизм групп. Подгруппы (250). 4. Смежные классы. Нормальные делители (251). 5. Гомоморфизмы. Фактор-группы (252). | |
| § 2. Группы преобразований | 256 |
| 1. невырожденные линейные преобразования (256). 2. Группа линейных преобразований (257). 3. Сходимость элементов в группе $GL(n)$ (258). 4. Группа ортогональных преобразований (259). 5. Некоторые дискретные и конечные подгруппы ортогональной группы (261). 6. Группа Лоренца (263). 7. Унитарные группы (266). | |
| § 3. Представления групп | 266 |
| 1. Линейные представления групп. Терминология (267). 2. Матрицы линейных представлений. Эквивалентные представления (267). 3. Приводимые и неприводимые представления (268). 4. Характеристики (269). 5. Примеры представлений групп (271). | |
| Предметный указатель | 274 |