

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие редактора перевода	5
Предисловие к русскому изданию	14
Предисловие	15
Глава 1. Введение	19
1.1. Что такое синергетика?	19
1.2. Физика	19
1.2.1. Жидкости: образование динамических структур	19
1.2.2. Лазеры: когерентные колебания	26
1.2.3. Плазма: неисчерпаемое разнообразие неустойчивостей	28
1.2.4. Физика твердого тела: мультистабильность, импульсы, хаос	28
1.3. Техника	29
1.3.1. Строительная механика, сопротивление материалов, авиа- и ракетостроение: выпучивание после «выхлопа», флаттер и т. д.	29
1.3.2. Электротехника и электроника: нелинейные колебания	30
1.4. Химия: макроскопические структуры	31
1.5. Биология	33
1.5.1. Несколько общих замечаний	33
1.5.2. Морфогенез	34
1.5.3. Динамика популяций	35
1.5.4. Эволюция	35
1.5.5. Иммунная система	36
1.6. Общая теория вычислительных систем	36
1.6.1. Самоорганизация вычислительных машин (в частности, параллельные вычисления)	36
1.6.2. Распознавание образов машинами	37
1.6.3. Надежные системы из ненадежных элементов	37
1.7. Экономика	38
1.8. Экология	38
1.9. Социология	38
1.10. Что общего между приведенными выше примерами?	39
1.11. Какие уравнения нам нужны?	40
1.11.1. Дифференциальные уравнения	41
1.11.2. Дифференциальные уравнения первого порядка	41
1.11.3. Нелинейность	42
1.11.4. Управляющие параметры	42
1.11.5. Стохастичность	43
1.11.6. Многокомпонентность и мезоскопический подход	45
1.12. Как выглядят решения?	46
1.13. Качественные изменения: общий подход	57
1.14. Качественные изменения: типичные явления	62
1.14.1. Бифуркация из одного узла (или фокуса) в два узла (или фокуса)	63
1.14.2. Бифуркация из фокуса в предельный цикл (бифуркация Хопфа)	65
1.14.3. Бифуркации из предельного цикла	65

1.14.4. Бифуркации из тора в другие торы	68
1.14.5. Странные аттракторы	69
1.14.6. Показатели Ляпунова*	70
1.15. Влияние флуктуаций (шумов). Неравновесные фазовые переходы	73
1.16. Эволюция пространственных структур	75
1.17. Дискретные отображения. Отображение Пуанкаре	77
1.18. Дискретные отображения с шумом	85
1.19. Пути к самоорганизации	86
1.19.1. Самоорганизация через изменение управляющих параметров	86
1.19.2. Самоорганизация через изменение числа компонент	87
1.19.3. Самоорганизация через переходы	88
1.20. Как мы намереемся действовать дальше?	88
Глава 2. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения	91
2.1. Примеры линейных дифференциальных уравнений: случай одной переменной	91
2.1.1. Линейное дифференциальное уравнение с постоянным коэффициентом	92
2.1.2. Линейное дифференциальное уравнение с периодическим коэффициентом	92
2.1.3. Линейное дифференциальное уравнение с квазипериодическим коэффициентом	93
2.1.4. Линейное дифференциальное уравнение с вещественным ограниченным коэффициентом	97
2.2. Группы и инвариантность	99
2.3. Системы с вынуждающей силой	103
2.4. Общие теоремы об алгебраических и дифференциальных уравнениях	106
2.4.1. Вид уравнений	106
2.4.2. Жорданова нормальная форма	107
2.4.3. Некоторые общие теоремы о линейных дифференциальных уравнениях	108
2.4.4. Обобщенные характеристические показатели и показатели Ляпунова	110
2.5. Прямые и обратные уравнения: дуальные пространства решений	112
2.6. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	115
2.7. Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами	121
2.8. Теоретико-групповая интерпретация	125
2.9. Теория возмущений*	128
Глава 3. Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с квазипериодическими коэффициентами	136
3.1. Постановка задачи и теорема 3.1.1	136
3.2. Леммы	139
3.3. Доказательство утверждения «а» теоремы 3.1.1.: построение треугольной матрицы (на примере матрицы 2×2)	144
3.4. Доказательство квазипериодичности элементов треугольной матрицы S по τ , а также периодичности по φ_j и принадлежности классу S^k по Φ (на примере матрицы 2×2)	146
3.5. Построение треугольной матрицы S и доказательство квазипериодичности ее элементов по τ , а также их периодичности φ_j и принадлежности классу S^k по Φ (для матрицы $m \times m$ все λ различны)	148
3.6. Приближенные методы. Сглаживание	152

3.6.1. Вариационный метод	152
3.6.2. Сглаживание	153
3.7. Треугольная матрица C и приведение ее к блочно-диагональному виду	156
3.8. Общий случай: некоторые обобщенные характеристические показатели совпадают	163
3.9. Решение уравнения (3.1.1) методом последовательных приближений	168
Глава 4. Стохастические нелинейные дифференциальные уравнения	177
4.1. Пример	178
4.2. Дифференциальное уравнение Ито и уравнение Ито—Фоккера—Планка	180
4.3. Исчисление Стратоновича	184
4.4. Уравнения Ланжевена и уравнение Фоккера—Планка	187
Глава 5. Мир связанных нелинейных осцилляторов	189
5.1. Связанные линейные осцилляторы	190
5.1.1. Линейные осцилляторы с линейной связью	190
5.1.2. Линейные осцилляторы с нелинейной связью. Пример. Сдвиги частот	191
5.2. Возмущения квазипериодического движения в случае амплитуд, не зависящих от времени (квазипериодическое движение сохраняется)	193
5.3. Некоторые соображения о сходимости метода последовательных приближений	200
Глава 6. Осцилляторы с нелинейной связью: случай, когда квазипериодическое движение сохраняется	207
6.1. Постановка задачи	207
6.2. Теорема Мозера (теорема 6.2.1)	215
6.3. Метод последовательных приближений	216
Глава 7. Нелинейные уравнения. Принцип подчинения	224
7.1. Пример	224
7.1.1. Адиабатическое приближение	225
7.1.2. Исключение переменной	226
7.2. Общая формулировка принципа подчинения. Основные уравнения	232
7.3. Формальные соотношения	236
7.4. Итерационный метод	240
7.5. Оценка остаточного члена. Проблема дифференцируемости	243
7.6. Принцип подчинения для дискретных отображений с шумом	245
7.7. Формальные соотношения	247
7.8. Итерационный метод для дискретного случая*	253
7.9. Принцип подчинения для стохастических дифференциальных уравнений*	255
Глава 8. Нелинейные уравнения. Качественные макроскопические изменения	262
8.1. Бифуркации из узла или фокуса. Основные преобразования	262
8.2. Простое вещественное собственное значение становится положительным	265

8.3. Кратное вещественное собственное значение становится положительным	269
8.4. Простое комплексное собственное значение пересекает мнимую ось. Бифуркация Хопфа	271
8.5. Бифуркация Хопфа (продолжение)	274
8.6. Взаимная синхронизация двух осцилляторов	280
8.7. Бифуркация из предельного цикла	283
8.8. Бифуркация из предельного цикла: частные случаи	288
8.8.1. Бифуркация в два предельных цикла	288
8.8.2. Удвоение периода	290
8.8.3. Субгармоники	291
8.8.4. Бифуркация в тор	293
8.9. Бифуркация из тора (квазипериодическое движение)	295
8.10. Бифуркация из тора: частные случаи	299
8.10.1. Простое собственное значение становится положительным	299
8.10.2. Комплексное невырожденное собственное значение пересекает мнимую ось	302
8.11. Иерархии неустойчивостей, сценарии и пути к турбулентности	306
8.11.1. Картина Ландау—Хопфа	306
8.11.2. Картина Рюэля—Такенса	307
8.11.3. Бифуркации торов. Квазипериодические движения	308
8.11.4. Путь к хаосу через удвоение периода. Последовательность Фейгенбаума	309
8.11.5. Путь через перемежаемость	309
Глава 9. Пространственные структуры	310
9.1. Основные дифференциальные уравнения	310
9.2. Общий метод решения	313
9.3. Анализ бифуркаций для конечных геометрий	316
9.4. Обобщенные уравнения Гинзбурга—Ландау	318
9.5. Упрощение обобщенных уравнений Гинзбурга—Ландау. Образование структур в конвекции Бенара	322
Глава 10. Влияние шума	327
10.1. Общий подход	327
10.2. Простой пример	327
10.3. Численное решение уравнения Фоккера—Планка для комплексного параметра порядка	331
10.4. Некоторые общие теоремы о решениях уравнения Фоккера—Планка	339
10.4.1. Зависящие и не зависящие от времени решения уравнения Фоккера—Планка для случая, когда дрейфовые коэффициенты линейны по координатам, а коэффициенты диффузии постоянны	339
10.4.2. Точные стационарные решения уравнения Фоккера—Планка для систем, находящихся в детальном равновесии	340
10.4.3. Пример	345
10.4.4. Важные частные случаи	347
10.5. Поведение нелинейных стохастических систем вблизи критических точек: краткие выводы	348
Глава 11. Дискретные отображения с шумом	349
11.1. Уравнение Чепмена—Колмогорова	349
11.2. Влияние границ. Одномерный пример	350

11.3. Совместная вероятность и вероятность первого выхода на границу. Прямые и обратные уравнения	351
11.4. Связь с интегральным уравнением Фредгольма	352
11.5. Решение в виде интеграла по траекториям	353
11.6. Среднее время первого выхода на границу	355
11.7. Линейная динамика и гауссов шум. Точное, зависящее от времени решение уравнения Чепмена—Колмогорова	356
Глава 12. Пример неразрешимой проблемы в динамике	358
Глава 13. Некоторые замечания по поводу взаимосвязей синергетики и других наук	360
Приложение. Доказательство теоремы Мозера (предложенное Мозером)	364
1. Сходимость рядов Фурье	364
2. Наиболее общее преобразование, необходимое для доказательства теоремы 6.2.1	366
3. Сходимость ряда	368
4. Доказательство теоремы 6.2.1	378
Литература	382
Дополнительная литература	400
Литература, добавленная при корректуре	409
Предметный указатель	412