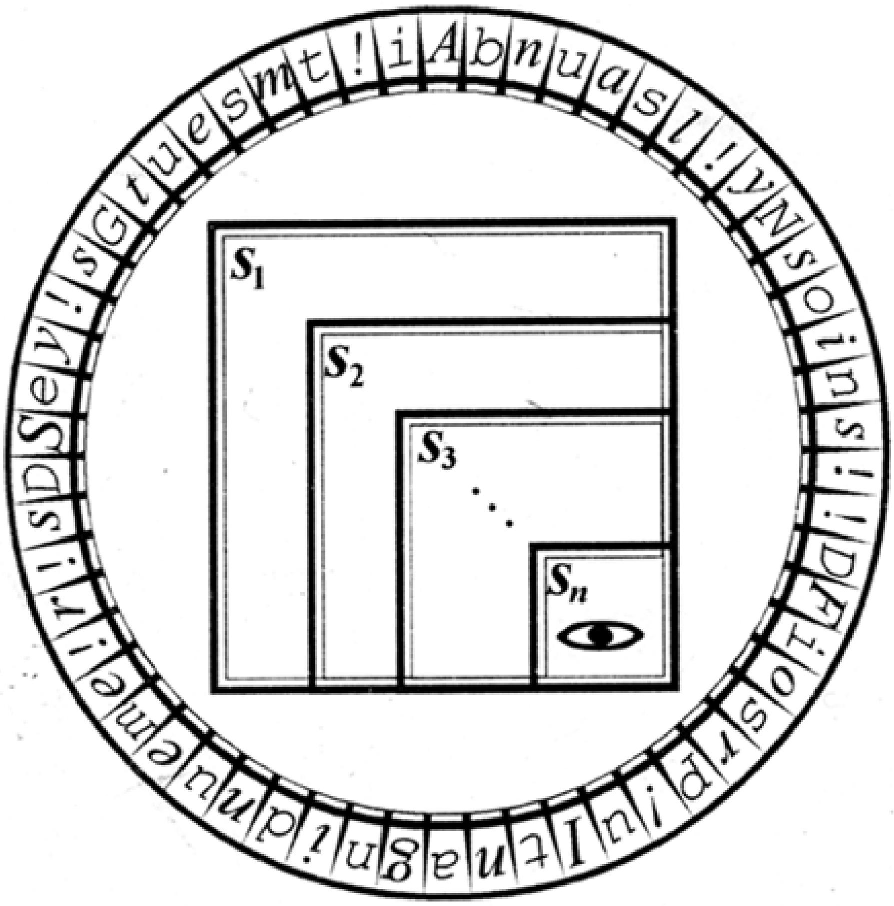
Романов В.Н.

Системный анализ
для инженеров



Санкт-Петербург
2006

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.Н. Романов

Системный анализ

изд. 2-е, дополненное

Санкт-Петербург
2006

УДК 577.4,58.589.011.46; 517:(53+57/59)

Романов В.Н.

Системный анализ для инженеров. — СПб: СЗГЗТУ — 2006. — 186 с.

Книга посвящена проблемам анализа, синтеза и моделирования сложных систем различной природы. Обобщены современные подходы к принятию решений в сложных системах по многим критериям, в том числе при нечеткой исходной информации. В книге содержится большое число примеров и задач.

Для специалистов в области системного анализа и прикладной теории систем, а также преподавателей вузов, студентов и аспирантов, специализирующихся в области системного проектирования и управления организационно-техническими системами.

Рецензенты:

профессор, д-р технических наук, Г.А.Кондрашкова (СПб гос. технологический университет растительных полимеров),
профессор, д-р технических наук, В.И.Николаев (Северо-Западный государственный заочный технический университет)- СЗГЗТУ

 ISBN 5 – 86587 – 299 – 0

Содержание

Введение

Современный мир предстает перед нами сложной системой. С углублением знаний о нем приходит понимание, что все в этом мире взаимосвязано. Опыт учит, что непродуманные решения и произвольные действия даже в малой его части, доступной для нашего восприятия, могут привести к непредсказуемым, необратимым, а нередко катастрофическим результатам в гораздо большем масштабе. Поэтому важно иметь надежный инструмент, позволяющий действовать осмысленно и не наделать глупостей и ошибок, цена которых подчас бывает слишком высока. Таким инструментом является методология системного анализа или, как принято говорить, системного подхода, сфера действия которого в настоящее время весьма разнообразна и постоянно расширяется: от постановки научных исследований и теоретических обобщений до проектирования технических объектов и управления общественными институтами. Системный подход — это прежде всего правильная организация мышления, заключающаяся в умении воспринимать окружающий мир и его проблемы не через узко избирательный фильтр сиюминутных выгод и устремлений, а через многогранную призму всесторонней оценки последствий решений для всех, кого они затрагивают, позволяющую видеть проблему в целом во всей ее сложности и полноте.

В связи со сказанным развитие навыков системного мышления у студентов приобретает особую значимость, являясь необходимым условием успешной работы по избранной специальности. Говоря о важности системного анализа для подготовки инженеров, следует иметь в виду три аспекта.

Системный анализ как учебная дисциплина является основой для последующих специальных курсов, посвященных изучению систем различной природы: измерительных, промышленных, транспортных, экономических, социальных и т.п. Системный анализ как научное направление тесно связан с такими научными областями, как теория информации, теория управления, теория принятия решений, проблемы искусственного интеллекта и т.п. Наконец, системный анализ, системный подход - это еще и жизненная философия, владение которой позволяет успешно решать проблемы повседневной жизни, находить нестандартные решения, придерживаясь "золотой середины" и избегая крайностей. Назовем условно человека, владеющего системным подходом, "умным", а не владеющего – "глупым". Умный, столкнувшись со сложной проблемой, изучает факты, оценивает возможности и принимает обоснованные решения. Глупый теряется, начинает метаться и совершать необдуманные действия, поэтому не в состоянии решить проблему.

Развитие системного мышления — процесс трудный, требующий интеллектуальных усилий, так как на этом пути нельзя ограничиться только готовыми схемами и нужно обладать глубиной мышления, интуицией и здравым смыслом. Однако, некоторые навыки, как и в любой области, приобретаются практикой и опытом.

Можно надеяться, что книга будет способствовать достижению нескольких целей. Для студентов, впервые знакомящихся с изложенными в ней вопросами, она послужит расширению кругозора, станет введением, хотя, видимо, и не слишком легким, в обширный круг новых задач и методов их решения. Для специалистов в области системного анализа и смежных областей выполнит функцию справочного пособия. Она позволит также познакомиться с рядом вопросов, излагаемых лишь в специальной литературе. В книге содержится обширная библиография по тематике системного анализа, прикладной теории систем и теории принятия решений. Следует отметить, что поскольку книга имеет в основном учебный характер, и автор не претендует на установление приоритета в изложении рассматриваемых вопросов, то ссылки на литературу в тексте не приводятся.

В главе 1 рассмотрены методологические вопросы системного анализа, используемые им принципы и идеи, специфические задачи, решаемые в рамках этой дисциплины для систем разного уровня.

В главе 2 приводятся общие сведения о системах и их свойствах, подробно рассматривается схема системного анализа, используемая при поиске решения проблем, связанных с системами.

В главе 3 обсуждаются основные проблемы теории систем: анализ, синтез, оценка окружающей среды, проблема "черного ящика", а также рассмотрены некоторые задачи исследования операций, характерные для оптимизации функционирования систем. Отдельный параграф посвящен обзору методов моделирования структуры и поведения систем.

В главе 4 рассмотрена задача декомпозиции систем, имеющая важное значение при построении исходного множества решений. Изложена схема процесса проектирования систем. Особое внимание уделено роли информации при описании систем и решении проблем в системах.

В главе 5 излагаются вопросы теории принятия решений в системах. Подробно рассмотрены методы и модели принятия решений в различной информационной среде: метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод "расстояния", метод Парето. Обсуждаются стратегии принятия решений при воздействии окружающей среды: метод наихудшей реакции среды и метод равновесия. Отдельный параграф посвящен принятию решений в условиях неопределенности с использованием формализма нечетких множеств.

В Приложении рассмотрены наиболее важные математические методы, применяемые для описания систем и анализа их структуры. Даны примеры решения типовых задач системного анализа, в том числе в нечеткой информационной среде.

При первом ознакомлении с предметом §5.5 и Приложение 1 можно опустить.

Книга написана по материалам лекций, читавшихся автором в Санкт-Петербургском Северо-западном государственном заочном техническом университете и Академии государственной службы.

ГЛАВА 1. ПРИНЦИПЫ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

- И не поймешь, пока я тебе не объясню, - ответил Шалтай

-Я хотел сказать "Разъяснил, как по полкам разложил "

Льюис Кэрролл

(Алиса в Зазеркалье)

1.1. Обзор развития системной методологии

Системный анализ в современном понимании — это синтез идей и принципов общей теории систем, кибернетики с возможностями современной вычислительной техники, и имеет своим предметом изучение и моделирование объектов сложной природы (систем). Истоки системного анализа восходят к трудам греческих философов Пифагора и Платона. Само слово "анализ" греческого происхождения и состоит из двух слов: ανα ("ана") – вверх, и λυω ("лио") – разделяю, что означает выявление первоосновы, сущности явлений окружающего мира. В настоящее время в литературе для обозначения этой дисциплины используется несколько терминов: системный анализ, общая теория систем, системный подход, системология. Между ними часто ставится знак тождества, что не вполне оправдано. Чтобы лучше уяснить методологию системного анализа рассмотрим основные идеи, которые он использует.

Идея 1. При изучении сложного объекта главное внимание уделяется внешним связям объекта с другими системами, а на его детальной внутренней структуре, хотя последнее не исключается, то есть системный анализ – это макроподход[1].

Идея 2. При изучении сложного объекта приоритет отдается его целям и функциям, из которых выводится структура (но не наоборот), т.е. системный анализ – это подход функциональный.[2]

---

[1]Поясним это примером. Пусть на фирме возникла какая-то проблема, например, уменьшился объем продаж, снизилась прибыль и т.п. Обычный путь решения проблемы состоит в поиске ее причин внутри фирмы: выполнение технологических предписаний, нарушение дисциплины, неправильное руководство и т.п. Но может оказаться, что причины неудачи лежат вне фирмы. Системный подход предусматривает расширение исходной системы (фирмы). В данном случае оно очевидно – рассмотреть рынок, т.е. включить в рассмотрение потребителей, фирмы – конкуренты, и т. п. Возможно, что этого окажется не достаточно и потребуется новое расширение системы, например, рассмотрение всей экономической системы, так как причинами неудачи могут быть нестабильность финансовой ситуации, неправильная налоговая политика государства и т.п. В этих условиях поиск причин неудачи внутри фирмы либо вообще не даст удовлетворительного решения, либо приведет к частному (паллиативному) решению, которое придется постоянно пересматривать и корректировать до бесконечности.

[2]Прокомментируем эту идею. В жизни часто приходится сталкиваться с обратным: есть структура, она наделяется какой-то функцией, при этом ожидаемые результаты трудно прогнозировать. Когда речь идет о технических системах, назначение которых заранее известно, такой подход не приводит к серьезным просчетам. Но когда мы имеем дело со сложными системами, например, человек или организация людей, то традиционный подход может привести к значительным ошибкам. Дело в том, что назначение таких систем нам изначально точно не известно, и эта неопределенность создает дополнительные трудности в управлении ими. Системный анализ предлагает другой подход: есть цель (функция), какая нужна структура, чтобы достичь ее наилучшим образом. Такой подход позволяет вырабатывать оптимальные решения, исключая параллелизм и дублирование функций (мы не затрагиваем здесь социальные аспекты, проблему занятости, и т.п.; системный подход позволяет учесть также и эти ограничения).

Идея 3. При решении проблем, связанных с системами, следует сопоставлять необходимое и возможное, желаемое и достижимое, эффект и имеющиеся для этого ресурсы. Иными словами следует всегда учитывать, какую "цену" придется заплатить за получение требуемого результата[3].

Идея 4. При принятии решения в системах следует учитывать последствия решения для всех систем, которые оно затрагивает.[4]

Термин "система" получил широкое распространение, так как в настоящее время имеется настоятельная необходимость изучения сложных комплексов (систем). Это связано с объективной тенденцией усложнения систем, агрегирования их функций, что проявляется при решении как глобальных, так и специальных проблем, таких как изучение биологических объектов, экологический мониторинг, управление технологическими процессами, промышленными и транспортными объектами, научные исследования, медицинское и техническое диагностирование. В ответ на потребности изучения сложных систем возникла дисциплина "Системный анализ", центральной проблемой которой является проблема принятия решений. Обычно при исследовании или создании какой-то сложной системы возникают трудности: во-первых, мы должны сформулировать цель, во-вторых, описать систему с помощью набора показателей, в третьих, измерить и сопоставить эти показатели между собой так, чтобы появилась возможность сравнивать между собой различные варианты стратегий (способов достижения поставленных целей). Перечисленные задачи не решаются однозначно, всегда имеется неопределенность выбора целей, показателей, схем их сравнения. Поэтому мы должны сначала представить систему в виде исследовательской модели. Сложность изучаемых систем привела к необходимости создания специальной техники исследования, основанной на использовании аппарата имитации (воспроизведения) на ЭВМ математических моделей функционирования изучаемой системы. Среди задач, возникающих в связи с проектированием систем, важное место занимает проблема сочетания структурных и функциональных аспектов. Один из трудных вопросов относится к проблемам проектирования иерархической организации. Любые более или менее сложные системы организованы по иерархическому принципу. Это связано с тем, что централизованные обработка информации и принятие решений часто невозможны из-за большого объема информации, задержек и искажений. Чтобы показать преимущества иерархической организации сложных систем, можно привести следующий шутливый пример.[1]

---

[3] Прокомментируем эту идею. Мы все ставим различные цели и многого хотим, однако, если мы не оцениваем предварительно имеющиеся в наличии ресурсы: физические, интеллектуальные, материальные, энергетические, информационные финансовые, временные, и т.п., то мы не сможем реализовать наши желания и цели. Забвение этого приводит (что часто наблюдается в жизни) к неосуществимым проектам, многочисленным долгосрочным программам, которые не дают реальных результатов, не говоря уже о моральных последствиях такого прожектерства.

[4] Обсудим эту идею. На практике часто наблюдается иная картина; кажется, что нет ничего легче, как принять решение на любом уровне, при этом рассуждают так: а зачем считаться с интересами других, если мне этого не хочется? Однако при реализации такого решения системы, интересы которых не учтены, начинают сопротивляться этому решению, и последнее не выполняется, причем последствия оказываются плачевными для того, кто принял решение. Системный подход предусматривает учет различных интересов и привлечение других систем к выработке решения, что позволяет получить наилучшее решение для большой системы и одновременно наилучшие возможные решения для составляющих систем. Плодотворность такого подхода можно подтвердить следующим фактом. В Японии, где системный подход получил широкое распространение, как и в других развитых странах, при принятии решения 90% времени тратиться на его согласование со всеми, кого оно затрагивает, и 10% на его реализацию.

[1] Пример, иллюстрирующий принцип иерархии: "Два мастера, собирают часы одной конструкции из 1000 деталей, каждый своим методом. Первый — последовательно, при этом, если он не собрал часы полностью и сделал перерыв,

Этот пример иллюстрирует основное свойство иерархической системы, несмотря на ошибки в локальных пунктах принятия решений, такая система в целом может функционировать нормально.

Если речь идет о проектировании технических систем, то задача системного исследования состоит в разработке функциональной схемы, которая может быть реализована заведомо не единственным способом, и в определении частных целей.

В системах, в состав которых входят люди (например, производственные системы, социальные системы, народное хозяйство и т.п.), функционирование зависит от управления, осуществляемого людьми. Возникают дополнительные трудности, связанные с учетом собственных целей и интересов людей, для чего необходимо спроектировать специальный механизм. Поэтому теория иерархических многоуровневых систем является одной из важнейших частей системного анализа. Таким образом, системный анализ – это дисциплина, развивающая методы проектирования сложных систем.

Термин "системный анализ" является не совсем корректным переводом появившегося в 60-х годах в США термина "system analysis" для обозначения техники анализа сложных систем.

Наряду с этим термином большое распространение получил термин "общая теория систем" (ОТО), возникновение которого связано с именем известного биолога Л. Берталанфи, который в 50-х г.г. в Канаде организовал центр общесистемных исследований и опубликовал большое число работ, в которых пытался найти то общее, что присуще любым достаточно сложным структурам произвольной природы (техническим, биологическим, социальным) Общество было организовано в 1954 г. со следующими целями:

- изучение эквивалентности законов, концепций, моделей в различных областях и оказание помощи в перенесении их из одной области в другую;
- поощрение разработки адекватных теоретических моделей в областях, их не имеющих;
- минимизация дублирования теоретических усилий в разных областях;
- содействие единству науки за счет совершенствования общения между специалистами.

Одними из первых сторонников этих исследований были А.Раппопорт и К.Боулдинг. К.Боулдинг рассматривал ОТС как уровень теоретического построения моделей, лежащий где-то между конструкциями математики и конкретными теориями специальных дисциплин.

В России проблемами теории систем (теорией организации) занимались А.А. Богданов, И.И. Шмальгаузен, В.Н. Беклемишев и др. Значительный вклад в развитие теории систем внесли работы В.И. Вернадского о биосфере и месте в ней человека, о переходе биосферы в ноосферу.

Аналогичные подходы, рассматривающие информационные процессы в системах, такие как связь и управление, были сформулированы в 40-50-х гг., и получили название "кибернетика". Наибольшее влияние в этом направлении оказали классические работы Н.Винера ("Кибернетика") и У.Росс Эшби ("Введение в

то конструкция распадается, и он должен начинать сначала. Второй делит конструкцию на 10 частей, а каждую из них еще на 10, поэтому он теряет при сборке только ту часть, над которой работает. Пусть вероятность прерывания работы для них p. Тогда вероятность успешно завершить работу для первого равна $(1 - p)^{1000}$, а для второго $(1 - p)^{10}$. При $p = 0,01$ в среднем первый должен затратить в 20 000 раз больше времени, чем второй.

кибернетику"). Кибернетика, которую Н.Винер определил как исследование "связи и управления в животном и машине", основывается на понимании того, что связанные с информацией проблемы можно изучать независимо от конкретной интерпретации. Этот подход был поддержан работами К. Шеннона по математическому исследованию понятия информации, в результате появилась математическая теория информации. Позднее, в 60-х гг., были сформулированы математические основы теории систем М.Месаровичем, исходя из предположения, что любую систему можно представить в виде отношения, определенного на семействе множеств. Обзор этой теории можно найти в книге Месаровича и Такахары. Другие математические теории систем явились результатом объединения теорий систем, описываемых дифференциальными уравнениями и конечными автоматами в единую математическую теорию. Наиболее плодотворными в этом направлении оказались работы А.Уаймора и М.Арбиба.

Из других терминов, имеющих сходное содержание, получили распространение: "системный подход" и "системология". Первый из них отражает наметившуюся в современном мире тенденцию изучения явлений во всей полноте и взаимосвязи с другими явлениями, т.е. на основе наиболее общих принципов теории систем. Второй применяется для обозначения системной методологии при анализе и синтезе систем, а в более общем контексте – для обозначения науки о системах.

Таким образом, три области науки — общесистемные исследования, кибернетика и математические теории систем (а также вычислительная техника) — это важнейшие компоненты науки о системах. Эти науки значимы и для смежных областей (исследование операций, теория принятия решений, искусственный интеллект).

1.2. Причины распространения системного подхода

Основная причина широкого распространения системного подхода – это наличие систем в окружающем мире. В какой бы сфере мы ни были заняты, нам приходится иметь дело с системами. Мы используем в обиходе, подчас не замечая, такие названия, как информационные системы, вычислительные системы, технические, транспортные, промышленные, экономические, социальные системы и т.п. Жизнь можно рассматривать как функционирование сложных систем, в которые человек пытается внести некоторый порядок посредством сознательной деятельности. Одни системы были созданы человеком, другие возникли независимо от него. Некоторые системы (например, семья) легко поддаются управлению, другие же, такие как политика или промышленность, охватывают всю страну и со временем все более усложняются, создавая большие трудности при управлении. Одни системы являются частной собственностью, другие принадлежат всему обществу. Даже при поверхностном рассмотрении можно установить общую характеристику систем – сложность. Последняя во многом обусловлена многообразной и многогранной деятельностью человека в этих системах. Сам человек является сложным системным объектом, а как член общества он взаимодействует с им же созданными сложными организациями. Он сталкивается с нарушениями упорядоченности при управлении различными сферами жизни и деятельности. Например, сокращение ресурсов, стихийные бедствия, нарушения экологии происходят в национальном и мировом масштабах. Ясно, что решение глобальных проблем нужно искать на путях широкого, целостного подхода, вместо того, чтобы вязнуть в трясине мелких решений, охватывающих лишь часть проблемы без учета взаимосвязи с другими системами. Системный подход — это методология управления системами, обеспечивающая такой широкий охват. При системном подходе решения должны быть приемлемы для всех систем, для всех, заинтересованных в проблеме, благодаря тому, что общесистемное решение учитывает все особенности. Системные проблемы требуют системных решений, т.е. мы стремимся найти такие решения проблем более крупных систем, которые не только удовлетворяют целям подсистем, но и обеспечивают сохранение глобальной системы. Старые методы уже не пригодны для решения таких проблем Системный подход дает такую возможность, так как он представляет собой и образ мышления и методологию изменения В прикладном аспекте системный подход - это сочетание комплексного анализа, системного моделирования и системного управления.

1.3. Системная парадигма

При решении проблем, связанных с системами, различают два подхода: улучшение систем и проектирование систем. Улучшение означает преобразование или изменение, которое приближает систему к стандартным, или нормальным, условиям работы. При этом предполагается, что система уже создана и порядок работы ее установлен. Процесс проектирования также включает преобразование и изменение, но отличается от улучшения в целях, масштабах, методологии и результатах. Проектирование — это творческий процесс, который ставит под сомнение предпосылки, лежащие в основе старых форм; оно требует нового подхода, чтобы получить новые решения. Методы, используемые для улучшения систем, базируются на научном методе, и их называют научной парадигмой Методы, применяемые для проектирования систем, имеют основой теорию систем, и их называют системной парадигмой. Сравнение двух методологий дано в табл. 1.

Улучшение системы — процесс, обеспечивающий работу системы согласно ожиданиям (проект системы определен и установлен). В процессе улучшения решаются следующие проблемы:

- система не соответствует поставленным целям;
- система не обеспечивает прогнозирование результатов;
- система не работает так, как первоначально предполагалось.

Процесс улучшения систем характеризуется следующими шагами:

1) определяется задача и устанавливается система и составляющие ее подсистемы;

2) путем наблюдения определяются реальные состояния, условия работы или поведение систем;

3) реальные и ожидаемые условия работы систем сравниваются, чтобы определить степень отклонения (это предполагает наличие стандарта или спецификации);

4) в рамках подсистем строятся гипотезы относительно причин этого отклонения;

5) из известных фактов методом дедукции делаются выводы, большая проблема разбивается на подпроблемы путем редукции.

Эти шаги являются результатом применения аналитического метода (подхода). Улучшение системы осуществляется путем интроспекции, т.е. мы идем внутрь от системы к ее элементам и исходим из того, что решение проблемы лежит в границах самой системы, т.е. все отклонения вызваны дефектами в элементах системы и их можно объяснить специфическими причинами. Функции, назначение, структура и взаимодействие с другими системами при этом под сомнение не ставятся. Метод улучшения систем предоставляет ограниченные возможности. При таком подходе предпочтительными решениями проблем в сложных системах являются решения, "лежащие на поверхности".

Метод улучшения систем основан на поиске решения проблемы внутри системы без учета ее взаимосвязей с другими. Улучшения работы не являются длительными, особенно, если система сложная (так как основаны на постоянных стандартах) Часто метод основан на ошибочных предпосылках и целях, не учитывает побочные эффекты, "внешние" (косвенные) издержки.

Проектирование систем отличается от улучшения систем исходными посылками и используемыми методами. Методологией проектирования является системный подход, основанный на следующих положениях:

1) проблема определяется с учетом взаимосвязи с большими (супер) системами, в которые входит рассматриваемая система, и с которыми она связана общностью целей;

2) цели системы обычно определяются не в рамках подсистем, а их следует рассматривать в связи с более крупными системами или системой в целом,

3) существующие проекты следует оценивать величиной вмененных издержек или степенью отклонения системы от оптимального проекта;

4) оптимальный проект обычно нельзя получить путем внесения небольших изменений в существующие принятые формы. Он основан на планировании, оценке и принятии таких решений, которые предполагают новые и положительные изменения для системы в целом;

5) системный подход и системная парадигма основаны на таких методах рассуждений, как индукция и синтез, которые отличаются от методов дедукции, анализа и редукции, используемых при улучшении систем;

6) планирование представляет собой процесс, в котором планировщик берет на себя роль лидера, а не ведомого. Планировщик должен предлагать решения, которые смягчают или даже устраняют, а не усиливают нежелательные воздействия и тенденции предыдущих проектов систем.

Таблица 1

Сравнение двух методологий: улучшение систем и проектирование систем.

Параметры сравнения	Улучшение систем	Проектирование систем
Условия работы системы	Проект принят (выбран)	Проект под вопросом
Объекты исследования	Субстанция, содержание, структура и причины	Структура и процесс, метод
Парадигма[1]	Анализ системы и подсистем (аналитический метод или научная парадигма)	Цель и функция (системная парадигма)
Метод рассуждений	Дедукция[2] и редукция[3]	Индукция[4] и синтез[5]
Результат	Улучшение существующей системы	Оптимизация системы

[1] Парадигма (греч. paradeigma) – пример, образец, главный принцип – совокупность методологических предпосылок, определяющих выбор проблем и являющихся моделью, образцом для решения задач.

[2] Дедукция (лат. deductio - выведение) – способ рассуждения (вывод) от общего к частному.

[3] Редукция (лат. reductio – отодвигание назад, возвращение) – метод приведения сложного к более простому, целого к части, восстановление начального состояния объекта по конечному.

[4] Индукция (лат. inductio - наведение) - метод рассуждения (вывод) от частного к общему, от частей к целому.

[5] Синтез (греч. synthesis - соединение) – метод (процесс) объединения частей в единое целое.

Методика	Определение причин отклонений реальной работы системы от запланированной	Определение различий между реальным и оптимальным проектами
Основной акцент	Объяснение прежних отклонений	Прогнозирование будущих результатов
Подход	Интроспективный от системы внутрь	Экстроспективный от системы наружу
Роль планировщика	Ведомый: следует существующим тенденциям	Лидер: оказывает влияние на тенденции

[i] Таким образом, основное отличие двух методологий состоит в том, что метод улучшения приводит к частым, ограниченным, краткосрочным решениям, так как не учитывает возмущающее воздействие внешних систем (окружения), в результате конфликт системы с окружением возрастает.

Метод системного проектирования, наоборот, позволяет получить оптимальное, долгосрочное решение, так как учитывает влияние внешних систем, в результате достигается гармония системы с окружением.

Плодотворность применения системного подхода в различных областях достигается за счет использования следующих принципов:

- всесторонности рассмотрения изучаемого объекта и учета действующих факторов (принцип полноты);
- возможности рассмотрения систем и влияющих факторов во взаимосвязи и развитии (принцип взаимосвязи и развития);
- возможности установления взаимных пропорций систем и их элементов и выделения главных (приоритетных) компонентов (принцип пропорциональности);
- широкого применения аналогии[6] и гомологии[7] и выявления общих черт в структуре, функциях, методах описания и моделях объектов (принцип типизации).

Принцип полноты дает возможность оперировать достаточно представительным множеством "реалистичных" моделей изучаемой системы. Принцип взаимосвязи и развития позволяет рассматривать достаточно сложные модели объекта и разумно ограничить их сложность на выбранном уровне анализа, определить тенденции развития и место объекта в более общей системе. Используя принцип пропорциональности, можно упростить задачу без ущерба для общности и определить свойства оптимальных решений. Принцип типизации позволяет провести классификацию объектов, их унифицированное описание, а также установить инварианты.

Применение системного подхода дает возможность сформировать в соответствии с иерархией целей иерархически упорядоченную совокупность взаимосвязанных объектов для данной предметной области. Кроме того, применение системного подхода позволяет выделить относительно независимые (максимальные) в целевом отношении системы из рассматриваемой совокупности и анализировать их с точки зрения

[6] Аналогия (греч. analogia - соответствие) – сходство нетождественных объектов в некоторых признаках, сторонах. Умозаключение по аналогии – вывод о наличии определенного признака у одного объекта на основании сходства с другим объектом в некоторых других признаках.

[7] Гомология (греч. homoios – подобный, logos - закон) – подобие моделей (законов) объектов (процессов). Например, между процессами распространение электрических зарядов, тепла и диффузии частиц имеется гомология, так как эти процессы описываются подобными уравнениями при соответствующей замене переменных.

построения "идеальной" системы или системы, оптимальной для достижения поставленных целей.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [6, 10, 12, 16, 21, 23, 33,36,37,38,42,43,45,52].

ГЛАВА 2. СИСТЕМЫ И ИХ СВОЙСТВА

- Разве имя должно что-то значить? - проговорила Алиса с сомнением.
- Конечно, должно, - ответил Шалтай - Болтай. – Возьмем, к примеру, мое имя - оно выражает мою суть! Замечательную и чудесную суть!

Льюис Кэрролл (Алиса в Зазеркалье)

2.1. Определение системы

Система — совокупность (множество) элементов, между которыми имеются связи (отношения, взаимодействие). Таким образом, под системой понимается не любая совокупность, а упорядоченная. Если собрать вместе (объединить) одно- или разнородные элементы (понятия, предметы, людей), то это не будет системой, а лишь более или менее случайным смешением. Считать ту или иную совокупность элементов системой или нет, зависит также во многом от целей исследования и точности анализа, определяемой возможностью наблюдать (описывать) систему. Например, для проектировщика или испытателя автомобиль – система, а для пассажира – средство передвижения (вид транспорта). Имеется много определений понятия "система". Основная трудность состоит в том, что для полного определения этого понятия необходимо указать формальные признаки, позволяющие отличить систему от "не-системы". В качестве таких признаков наиболее часто используют: число взаимосвязанных элементов, способ описания поведения системы, отсутствие формальной математической модели функционирования и т. п. Эти признаки порождают множественность классификации систем. Так по числу элементов различают малые системы ($10 - 10^3$), сложные ($10^4 – 10^7$), ультрасложные ($10^7 - 10^{20}$) и суперсистемы ($10^{20}- 10^{200}$). По способу описания — детерминированные (поведение которых описывается однозначной функцией), статистические (поведение которых описывается в терминах распределения вероятностей) и нечеткие (поведение которых описывается нечеткими словесными высказываниями типа "достаточно высокий", "большой", "значительный" и т.п.).

Говоря о системе, будем выделять три основных признака:

1) система — это совокупность элементов, которые сами могут рассматриваться как системы; а исходная система — часть более общей системы, т.е. система рассматривается как часть иерархии систем. Например, автомобиль может рассматриваться как часть автомобильного предприятия или часть транспортных средств города и т.д.

2) для системы характерно наличие интегративных свойств, которые присущи системе в целом, но не свойственны ни одному из ее элементов в отдельности. Например, перевозить может автомобиль, измерять прибор, но не их отдельные части.

3) для системы характерно наличие существенных связей между элементами (скопление разрозненных частей не является системой).

Все три признака тесно связаны друг с другом, и наличие одного из них влечет за собой наличие двух остальных.

2.2. Классификация систем

Системы можно классифицировать по разным признакам. В соответствии с типом используемых в них величин системы делятся на физические и абстрактные (концептуальные). К физическим относятся системы, у которых величины измеримы. Элементами абстрактных систем могут быть понятия, уравнения, переменные, числа и т п. Примером понятийной (концептуальной) системы является язык как средство общения. К абстрактным системам относятся также язык программирования, система чисел, система уравнений и т.п. Элементами системы могут быть объекты: так, в автомобиле или пишущей машинке объектами служат отдельные части. Такие системы называются техническими: станок, компьютер, магнитофон и т.п. Элементами системы могут быть субъекты, например; игроки в хоккейной команде, сотрудники в лаборатории. Такие системы называются социальными: учебная группа, партия, профсоюз, институт и т.п. Наконец, система может состоять из понятий, объектов и субъектов, как в системе "человек-машина", включающей все три вида элементов. Эти системы представляют наибольший интерес с точки зрения практической деятельности и называются организационно-техническими, человеко-машинными или большими техническими системами. Например, фирма, транспортная система, энергетическая система и т.п. Их особенностью является наличие в их составе сложной управляющей подсистемы. Таким образом, система может состоять из других систем, которые называются ее подсистемами. В большинстве случаев приходится иметь дело с большими, высокоорганизованными системами, которые включают в себя другие системы. Такие системы будем называть общими системами или системами в целом. Оперировать такими системами нелегко, так как мы не знаем, до какого предела осуществлять декомпозицию системы, т.е. разбивать ее на подсистемы, или до какого предела продолжать "построение" большой системы. В зависимости от типа элементов системы можно разделить на естественные и искусственные (созданные людьми), живые и неживые. Примерами естественных живых систем являются дерево, животное, человек. К естественным неживым системам относятся, например, планетарные (звездные) системы (Солнечная система, Галактика), горная система, система минералов, водная система и т.п. Примерами искусственных живых систем являются системы, полученные селекцией (искусственные сорта растений), методом генной инженерии (новые виды живых организмов), а также социальные системы. К искусственным неживым относятся технические системы. Системы, свойства которых не меняются со временем, называются статическими, в противном случае – динамическими. Динамическими являются системы с изменяющейся организацией, развивающиеся системы. К статическим относится большинство технических систем, так как их назначение (функция) не меняется со временем. К динамическим относятся социальные и организационно-технические системы. С точки зрения наблюдаемых величин, используемых для описания системы, и их распределения во времени различают дискретные, непрерывные и импульсные системы.

К первому типу относятся системы, величины в которых имеют конечное число различных дискретных значений и могут быть определены лишь в дискретные моменты времени. В этом случае отношения между величинами можно задать с помощью выражений (уравнений) алгебры логики, вообще говоря, многозначной. Дискретными являются, например, технические системы. Ко второму типу относятся системы, в которых величины и время рассматриваются как непрерывные переменные. При этом отношения между величинами выражаются дифференциальными уравнениями. Примерами непрерывных систем являются процессы, происходящие в живой и неживой природе: круговорот воды, фотосинтез у растений, ассимиляция и диссимиляция у животных и человека, сама жизнь и т.п. В системах третьего типа величины рассматриваются как непрерывные переменные, но их значения известны лишь в дискретные моменты времени. Импульсные системы получаются при моделировании непрерывных систем. В этом случае из-за ограниченной точности измерений имеем дело, по сути, с первым случаем. Допущение о непрерывности вводится, чтобы проще выразить отношения между переменными (эти проблемы рассматриваются в теории интерполяции). При замене непрерывных переменных дискретными значениями важную роль играет теорема Уиттекера (1915 г.) {в отечественной литературе известна как теорема Котельникова}: любая непрерывная функция времени, имеющая частотный спектр с верхним пределом f_{max} допускает точную замену конечным числом ее значений, записанных в интервалах времени $\Delta t = 1 / (2 f_{max})$.

Системы с конечным числом величин, элементов и связей между ними называются ограниченными. Если одно из этих множеств бесконечно, то — неограниченными Физические системы ограничены, абстрактные могут быть неограниченными.

С точки зрения взаимодействия между системой и окружающей средой различают закрытые и открытые системы (см. ниже).

Таким образом, общая классификация систем должна учитывать многие аспекты. Наиболее известные классификационные схемы принадлежат С.Биру и К.Боулдингу. Первая классификация (по С.Биру), дополненная автором данной книги (последняя строка таблицы), приведена в табл.2. Эта классификация учитывает два основных аспекта системы: сложность и способ описания. Вторая классификация (по К.Боулдингу) построена с учетом сложности организации систем.

Таблица 2.

Классификация систем по С.Биру

Система	*Простая*	*Сложная*	*Очень сложная*
Детерминированная	Оконная задвижка проект механических мастерских	Цифровая ЭВМ Автоматизация	-
Вероятностная	Подбрасывание монеты Движение медузы Статистический контроль качества	Хранение запасов Условные рефлексы Прибыль промышленного предприятия	Экономика Мозг Деятельность фирмы

	продукции		
Нечеткая	-	Человек Поведение человека, мышление Качество жизни	Социальные системы и социальные организации Трансцендентальные системы или системы вне нашего познания

Классификация систем по К.Боулдингу

1. Неживые системы.

1.1 Статические системы, называемые остовами

1.2. Простые динамические структуры с заданным движением, присущие окружающему нас физическому миру. Эти системы называют часовыми механизмами.

1.3. Кибернетические системы с управляемыми циклами обратной связи, называемые термостатами.

2. Живые системы.

2.1. Открытые системы с самосохраняемой структурой. Уровень клеток - первая ступень, на которой возможно разделение на живое и неживое.

2.2. Живые организмы с низкой способностью воспринимать информацию (растения).

2.3. Живые организмы с более развитой способностью воспринимать информацию, но не обладающие сознанием (животные).

2.4. Люди, характеризующиеся самосознанием, мышлением и нетривиальным поведением.

2.5. Социальные системы и социальные организации.

2.6. Трансцендентальные системы, или системы, лежащие в настоящий момент вне нашего познания.

2.3. Понятия, характеризующие системы

Элементы являются составными частями каждой системы. Они могут быть в свою очередь, системами, тогда они называются подсистемами. Элементы систем могут быть естественными и искусственными, живыми и неживыми. Большинство систем включают и те, и другие элементы. Элементы, поступающие в систему, называются входными, а выходящие из нее – выходными.

Процесс преобразования. В организованных системах идет процесс преобразования, в ходе которого элементы изменяют свое состояние. В процессе преобразования входные элементы трансформируются в выходные. В организованной системе полезность (ценность) входных элементов при этом увеличивается. Если же в процессе преобразования полезность элементов уменьшается, то затраты в системе увеличиваются, а ее эффективность уменьшается.

Входные элементы (входы), ресурсы и затраты. Входными называются элементы, поступающие в систему, для которых система предназначена, например, для измерительного прибора – измеряемая величина; для компьютера – исходная информация о задаче; для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир) и т.п. Различия между входами и ресурсами незначительны и зависят лишь от точки зрения и условий. В системном анализе они определяются с позиций назначения системы. Входные элементы, как правило, преобразуются в системе, а ресурсы расходуются (используются). В общем случае ресурсы подразделяются на материальные (например, топливо в автомобиле), энергетические, информационные, финансовые (деньги), временные, физические (усилия). Например, студенты, входящие в систему образования, являются входными элементами, а преподаватели - один из ресурсов, используемых в процессе преобразования. В рамках большой системы (общество) студенты, получившие образование, преобразуются в ресурсы, когда становятся активными членами общества. Вообще личный состав (преподаватели, обслуживающий и административный персонал), капитал (который обеспечивает землю, оборудование, помещение, снабжение), талант, квалификация, информация могут рассматриваться как входные элементы или как ресурсы, используемые в системе образования. Определяя входные элементы и ресурсы систем, важно указать, контролируются ли они проектировщиком системы, т.е. следует ли их рассматривать как часть системы или как часть окружающей среды. При оценке эффективности системы входные элементы и ресурсы обычно относят к затратам. Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов в принятых единицах, например для автомобиля – это оценка расхода топлива, денег, времени, усилий на перевозку.

Выходные элементы (выходы) представляют собой, как правило, результат процесса преобразования в системе и рассматриваются как результаты, выходы или прибыль. Например, для измерительного прибора выход – результат измерения, для компьютера – результат решения задачи (информация о решении), для автомобиля – объект перевозки (груз, пассажир), доставленный к пункту назначения. Под результатами понимаются положительные последствия (политические, социальные, экономические и т.п.) функционирования системы. В частности, для технических систем они могут оцениваться как экономия денег, времени, усилий, положительные эмоции и т.п. Например, для автомобиля к результатам относятся сам факт перевозки, а также экономия денег, времени, усилий на перевозку. Отрицательные последствия принято относить к затратам. Например, автомобиль загрязняет среду – это тоже последствие, но отрицательные, которое относят к затратам, как дополнительный расход денег, времени, усилий на предотвращение загрязнения, либо на восстановление среды. При оценке эффективности системы выходы и результаты обычно относят к прибыли. Прибыль – это количественная оценка результатов в принятых единицах (аналогично затратам), например, для автомобиля – это оценка экономии денег, времени и усилий за счет перевозки (см. Приложение 2). Общая схема системы рассмотрена в Приложении 4.

Окружающая среда. Установление границ совершенно необходимо, когда мы изучаем системы. Установление границ определяет, какие системы можно считать находящимися под контролем лица, принимающего решения (ЛПР), а какие остаются вне его влияния. Однако, как бы ни устанавливались границы системы, нельзя игнорировать ее взаимодействие со средой, так как принятые решения в этом случае могут оказаться бессмысленными. Окружающая среда — совокупность систем, изменение свойств которых влияет на рассматриваемую систему, а также систем, свойства которых меняются под воздействием рассматриваемой системы. Системы, у которых взаимодействие с окружающей средой полностью отсутствует, называются абсолютно закрытыми. Примерами таких систем являются абстрактные (модельные) системы, используемые в математике и физике. Системы, у которых это взаимодействие мало (т.е. рассматривается как малый параметр) – относительно закрытыми. Примером таких систем является большинство технических систем. Системы, у которых взаимодействие с окружающей средой существенно, называются открытыми. К ним относятся социальные и организационно-технические системы. Открытые системы (или их части), которые подвергаются изучению, называются объектами. Взаимодействие системы с окружающей средой схематично представлено на рис. 1, при этом система рассматривается как объект, погруженный в окружающую среду.

Назначение и функция. Назначение – это функция, для выполнения которой система пригодна в наибольшей степени. Неживые системы не имеют явного назначения. Они получают специфическое назначение, или наделяются функцией, когда вступают во взаимоотношения с другими подсистемами в рамках большой системы. Таким образом, связи подсистем между собой и с системой в целом очень важны при изучении систем. Для технических систем назначение очевидно, так как они создаются для выполнения определенной функции, например, измерительный прибор – для измерения, компьютер – для обработки информации, автомобиль – для перевозки и т.п. Однако, когда мы переходим к более сложным системам – социальным, организационно-техническим, то ясность утрачивается. Даже назначение одного человека нам не известно, тем более это относится к объединениям людей, что создает неопределенность при проектировании таких систем.

Признаки Системы, подсистемы и их элементы обладают признаками (атрибутами, свойствами, характеристиками). Признаки могут быть "количественными" или "качественными" (см. ξ2.4). В зависимости от такого деления определяется и подход к их измерению. "Качественные" признаки труднее измерить чем "количественные". Термин "признак " иногда используют как синоним "мера эффективности", хотя признак и его меру следует различать. Чем сложнее система, тем труднее измерить ее свойства точными числами. Для социальных и организационно-технических систем используются интервальные, балльные или словесные (нечеткие) оценки.

Задачи и цели. При проектировании систем первостепенное значение имеет определение их задач и целей. По мере того, как мы отходим от абстрактных рассуждений, установление назначения системы становится более четким и рабочим. Формулирование конкретной цели является очень важным при решении задачи. Цель – это назначение системы с учетом условий и ограничений задачи. Большинство систем, являются многоцелевыми, так как для любой системы можно составить несколько

наборов ограничений. Формулирование цели позволяет сформировать исходное множество допустимых систем (решений) для достижения этой цели (рис. 2), при этом функция выбора уточняется.

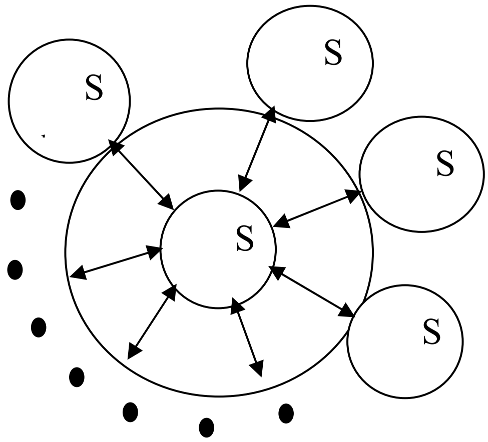


Рис. 1. Взаимодействие системы S с окружающей средой (системы S_{1}, S_2, … $S_к$)

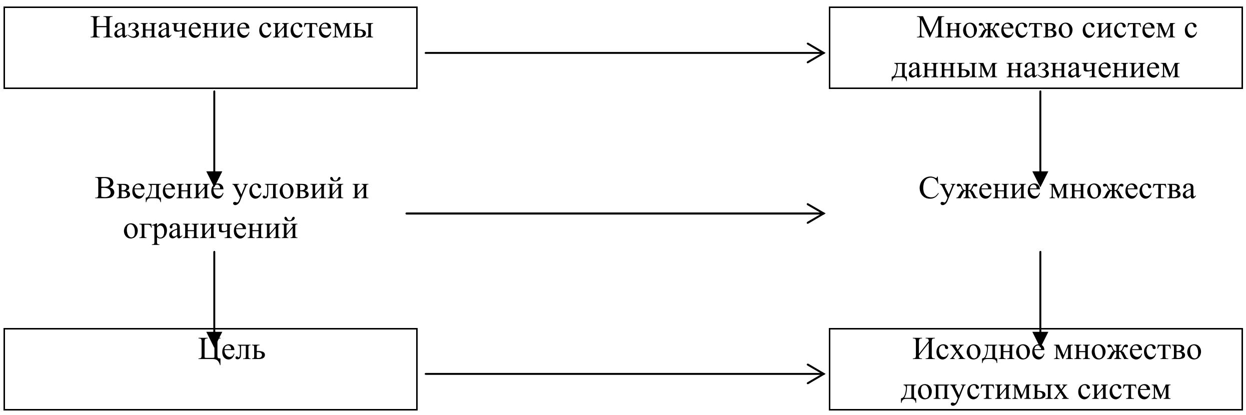


Рис.2а. Цель и системы для ее достижения.

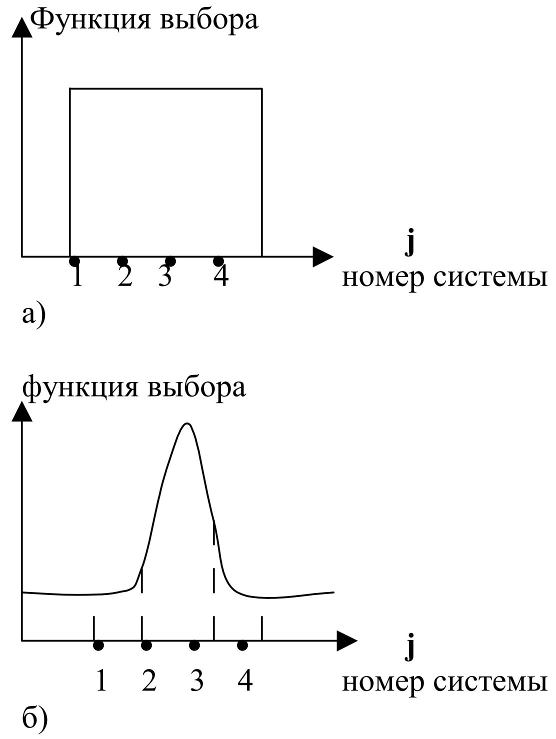


Рис. 2б Уточнение функции выбора (ф.в.): а) – цель не определена;

б) – цель определена

Поясним рис.2 примером. Пусть требуется перевести груз, выбрав для этого наиболее пригодный автомобиль. Пока мы находимся на уровне назначения – что-то куда-то перевести, функция выбора имеет вид прямоугольника, т.е. подходят все автомобили (полная неопределенность выбора). Сформулируем набор ограничений:

а) тип груза: твердые строительные материалы;

б) масса груза: 1 ÷ 1,5 тн;

в) расстояние: 60 ÷ 80 км;

г) время перевозки: 1 ÷ 1,5 час;

д) местность: город и ближайшие окрестности;

е) сохранность груза: потери не более 0,1% и т.д.

Предполагается также выполнение условий: наличие парка автомобилей, наличие инфраструктуры (дорог, терминалов и т.п.). Набор ограничений задает конкретную цель и сужает множество решений, т.е. систем, пригодных для ее достижения. Функция выбора теперь становится одномодальной с выраженным максимумом, вблизи которого и следует выбирать допустимые решения, т.е. в нашем примере – марки автомобилей.

Меры эффективности (критерии) показывают, в какой степени достигаются цели системы, и дают представление о количественной величине проявления признаков системы. Для этого строится так называемое дерево оценок, состоящее из трех уровней (рис.3). К критериям первого уровня относятся критерии полноты, качества и эффективности достижения цели. Например, для транспортной системы города – это полнота, качество и эффективность выполнения перевозок. К критериям второго уровня относятся показатели (факторы), к критериям третьего уровня – непосредственно измеряемые величины и параметры. Для больших систем используются все три уровня критериев, для технических систем, как правило, 2-ой, и 3-й. Для больших систем критерии 2-ого уровня включают политические, социальные, экономические, технологические факторы и т.п. Для технических, как правило, используются функциональные, технико-экономические, эргономические показатели. Например, для автомобиля к функциональным относятся вместимость (грузоподъемность), мощность двигателя, максимальная скорость и т.п. К технико-экономическим: надежность, экономичность, долговечность, стоимость и т.п. К эргономическим: безопасность, удобство, комфорт, простота ухода и обслуживания и т.п.

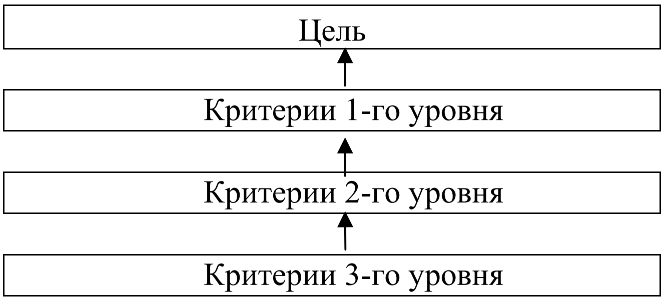


Рис. 3. Дерево оценок

Компоненты, программы, задания (работы). В целенаправленных системах процесс преобразования организуется с привлечением компонентов, программ и заданий (работ), которые состоят из совместимых элементов, объединенных для достижения определенной цели. В большинстве случаев границы компонентов не совпадают с границами организационной структуры, и это очень важно при системном подходе. Программа — это множество состояний переменных и характерных переходов между ними для достижения конкретной цели. Для больших систем используются три уровня: программы, подпрограммы, задания (работы); для технических систем – только уровень работ, связанных с различными режимами функционирования системы. Например, для автомобиля: движение по расписанию; доставка грузов за наименьшее время; перевозка грузов на дальнее расстояние и т.п.

Принятие решений. Действия и решения в системе являются прерогативой лица, принимающего решения (ЛПР). Каждое решение должно направлять систему на достижение поставленных целей (результатов), поддающихся измерениям.

Структура. Понятие структуры связано с упорядоченностью отношений, связывающих элементы системы. Структура может быть простой или сложной в зависимости от числа и типа взаимосвязей между частями системы. В сложных системах должна существовать иерархия, т е. упорядоченность уровней подсистемы, частей и элементов. От типа и упорядоченности взаимоотношений между компонентами системы в значительной степени зависят функции системы и эффективность их выполнения. Различают линейную структуру, циклическую, древовидную (иерархическую), матричную и сетевую. Линейную структуру имеют, например, простые измерительные устройства, измерительные каналы, производственные линии. Циклическую структуру имеют измерительные приборы и системы с обратной связью, биологические системы, технологические циклы, многие процессы в живой и неживой природе. Иерархическая структура характерна для высокоорганизованных систем: социальных и организационно-технических (политическая система, экономика, отрасль, фирма). Матричной структурой обладают кристаллические решетки, интегральные схемы, некоторые технологические системы (в металлургии, полиграфии и т.п.). Сетевую структуру имеют информационно-вычислительные системы (сети), телекоммуникационные системы и системы связи.

Состояния и потоки. Состояние характеризуется значениями признаков системы в данный момент времени. Переходы части элементов системы из одного состояния в другое вызывают потоки, определяемые как скорость изменения значений признаков системы. Поведением системы называется изменение состояний системы во времени. При теоретико-множественном подходе поведение определяется как некоторое множество инвариантных во времени отношений между величинами системы (в частности, между входами и выходами).

Уровень анализа: перечисление значений всех наблюдаемых или заданных величин вместе с перечислением интервалов времени, в течение которых они нас интересуют, либо точность, с которой мы хотим измерять эти величины и время (если величины изменяются непрерывно). Совокупность изменений всех рассматриваемых величин на данном уровне анализа называется деятельностью системы. Свойства системы (при определенном поведении) называют организацией системы. Организация меняется с поведением. Постоянная часть организации называется структурой, переменная - программой.

При изучении поведения систем часто пользуются понятиями алгоритм, алгоритмичность. Под алгоритмом при этом понимается конечная последовательность общепринятых предписаний, формальное исполнение которых (т. е. не требующее изобретательности) позволяет за конечное время получить решение некоторой задачи или класса задач. Поэтому с точки зрения моделирования поведения систем, важную роль играет класс систем, называемых автоматами[2]. К ним относятся системы, в которых входные и выходные величины заданы заранее, и поведение которых выступает как зависимость выходных величин от входных. Множество значений

[2] Слово «автомат» происходит от греческого «αυτοματος» - сам собою движущийся, сам собой случающийся, сам собой.

входных величин в данный момент времени называется стимулом, а выходных — реакцией. Различают несколько типов поведения автоматов:

1. Детерминированное поведение: реакция в данный момент однозначно определяется стимулом в данный момент, а в некоторых случаях и прошлыми стимулами и реакциями. Детерминированное поведение называется комбинаторным, если реакция в данный момент зависит лишь от стимула в данный момент, и последовательным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений некоторых величин.

2. Случайное поведение: реакция статистически зависит от действующего в данный момент стимула и от прошлых стимулов и реакций. Случайное поведение является простым, если реакция в данный момент зависит от стимула в данный момент, и сложным, если существуют реакции, зависящие от прошлых значений величин.

3. Нечеткое поведение: зависимость реакции от стимула выражается в форме нечетких высказываний. Например, "если изменение стимула существенное, то реакция значительная". По аналогии со случайным различают простое и сложное нечеткое поведение.

Основным признаком автомата является действие по заданному алгоритму, так что результат может быть определен заранее по известным входным воздействиям. К автоматам можно отнести все технические системы (станок, автомобиль и т.п.). К живым системам модель автомата применима с оговорками, так как эти системы характеризуются способностью варьировать поведение при воздействии окружающей среды, способностью накопления полезных признаков и изменчивостью, а также способностью к обучению. Интеллектуальные системы, прежде всего человек и его организации, не относятся к классу автоматов. Хотя человек и может вести себя как автомат в некоторых ситуациях, но в целом ему присуща способность к рассуждению, и его поведение определяется не только (или не столько) входными воздействиями, а, главным образом, системой ценностей и целями, к которым он стремится.

Системный подход с точки зрения управления. При использовании системного подхода особого внимания заслуживают четыре важные проблемы:

1) определение границ системы в целом, границ окружающей среды, или окружения;

2) установление целей системы;

3) определение структуры программы и построение матрицы "программы - элементы";

4) описание управления системой

Определение границ системы в целом и окружающей среды. Окружающая среда — системы, не контролируемые ЛПР. Границы, отделяющие систему от ее окружения, не совпадают с установленными организационными границами. Рассматриваемая система не завершается совокупностью всех элементов организации. Чтобы лучше уяснить это, напомним, что системный анализ применяется, когда нужно решить какую-то проблему. Система в целом включает все системы, которые, как полагают, будут влиять на рассматриваемую проблему или будут подвергаться ее влиянию, независимо от того, к какой организации они относятся. Методом исключения мы относим к окружающей среде все системы из системы в целом, не входящие в нее при решении данной проблемы. Если в систему в целом включить мало систем, то это приведет к упрощению и неверным решениям; если же много, то усложнится описание, не хватит ресурсов, и мы не сможем найти решение.

Таким образом, установление границ системы - вопрос целей анализа, требуемой точности результата и имеющихся в наличии ресурсов. Например, при рассмотрении движения тела вблизи поверхности Земли в первом приближении можно считать систему "тело - Земля" закрытой (так как все тела падают с ускорением свободного падения). Если мы хотим уточнить результат (например, при рассмотрении движения парашюта), то необходимо учесть сопротивление воздуха, т.е. включить в систему физическую среду. Наконец, при рассмотрении траектории движения космического корабля, нужно учесть влияние. Луны, других планет, т.е. включить их в систему.

В качестве примера, как определение границ влияет на принятие решений, рассмотрим деятельность фирмы.

Например, как определить систему, когда рассматриваются затруднения со сбытом продукции? Система может включать или одну данную фирму, или все аналогичные фирмы, или даже всю экономику, т.е. нужно учесть состояние дел на других фирмах, в экономике (возможно причина проблемы – в неправильной стратегии или в нестабильности финансовой ситуации).

Обсуждая вопрос об увеличении дивидендов, администрация должна учесть не только уровень доходов фирмы и ее финансовое положение, но и изучить, какое влияние окажут эти факторы на стоимость акций компании, возможности продажи ценных бумаг, получения займов и т.д. Увеличение дивидендов обеспечит выгоду держателям акций за счет компонентов системы (фирмы), таких, как служащие, поставщики или потребители. Выгода для одной группы лиц может означать ущерб для другой. Каждый участник системы оценивает работу фирмы по разным критериям. Для держателей акций таким критерием является стоимость ценных бумаг, для служащих - уровень зарплаты и гарантия рабочего места. Поставщик считает критерием своевременность оплаты поставок, а потребитель - качество продукции фирмы. Одно и то же решение не может быть выгодно для всех. Улучшение качества удовлетворит потребителя, но повысит себестоимость, что повлияет на прибыль (если не удается изменить цену). Уменьшение прибыли влияет на стоимость акций и может повредить интересам их держателей. Согласование всех требований к системе — обязанность администрации.

В качестве второго примера рассмотрим школу. В зависимости от проблемы директор по-разному определяет границы системы. Если речь идет о поведении одного ученика, директор может ограничиться рамками школы. Однако поведение может быть результатом факторов, действующих дома, в семье, со стороны соседей и т.д. - в этом случае надо рассматривать не только систему "школа", но и другие, влияющие на решение проблемы. Когда директор планирует бюджет школы, то он устанавливает совсем другие границы системы. Он должен удовлетворить требования, предъявляемые: учителями, служащими и т.п., чтобы достигнуть наилучших результатов для всей системы.

Таблица 3.

Критерии оценки работы системы ее участниками.

Участники	Критерии
Учителя	Компенсация за труд и условия, необходимые для обеспечения качества обучения
Обслуживающий	Уровень заработной платы

персонал	
Родители	Максимальное качество обучения при данных затратах
Учащиеся	Интерес к учебе, к тому или иному предмету
Общество	Образование, соразмерное умеренным налогам; Образование, удовлетворяющее сразу нескольким целям
Государство	Образование, соразмерное выделяемым ресурсам и затратам; Сумма, которую государство может выделить для этой цели.
ВУЗ	Наилучшее качество обучения, уровень знаний.

Приведенные примеры показывают, как установление целей связано с установлением границ системы и выбором критериев эффективности системы (см. табл.3). Если принимаются во внимание новые системы и их интересы, то цели меняются. Каждое решение влияет на другие системы.

Если рассматривать фирму, то администрация должна удовлетворить противоречивые требования: держателей акций, кредиторов, служащих, потребителей, поставщиков, правительства, профсоюзов, конкурентов, местного населения, общества в целом. Из-за этого работа Руководителя особенно сложна. Он обязан следить, чтобы подсистемы, работая независимо, не отклонялись от того, что считается оптимальным на уровне всей системы.

Определение структуры программы и построение матрицы "программы-элементы". После того, как установлены границы, сформулированы цели данной системы, выполнение связанных с ними функций можно организовать в программы. Структура программы — это представление отношений всех элементов системы в соответствии с теми функциями, которые они выполняют независимо от их территориальных, юридических и формально-организационных границ. Можно представить структуру программы как блок-схему, указывающую зависимости между различными формами деятельности организации в соответствии с их функциями и целями, или как возможные пути достижения некоторого множества целей.

Матрица "программы-элементы соотносит элементы с различными программами. Сгруппированные в соответствии с данной программой (функцией), они образуют то, что называется компонентом системы Компоненты характеризуются двумя свойствами:

а) направлены на достижение одной и той же цели (решения задачи);

б) для них не обязательно удовлетворять традиционным границам.

Описание управления системой Управление включает все действия и всех ЛПР, которые входят в процессы планирования, оценки, реализации проекта и контроля. Весьма трудно разделять роли планировщика системы и того, кто ею управляет. Принимая решения, планировщик влияет на работу системы, а ЛПР выполняет функции планировщика когда определяет цели, ресурсы и принимает решения, изменяющие структуру системы и результаты ее работы. Поэтому при системном подходе различия их ролей стремятся свести к минимуму, чтобы совместить оптимизацию системы и оперативные решения.

Рассмотрим в качестве примера применение системного подхода к системе уголовного делопроизводства. Представим ее взаимосвязи в виде схемы (рис 4, 5).

Определение границ системы. Подсистемы являются независимыми и имеют свои цели. Все другие выступают по отношению к каждой как окружающая среда.

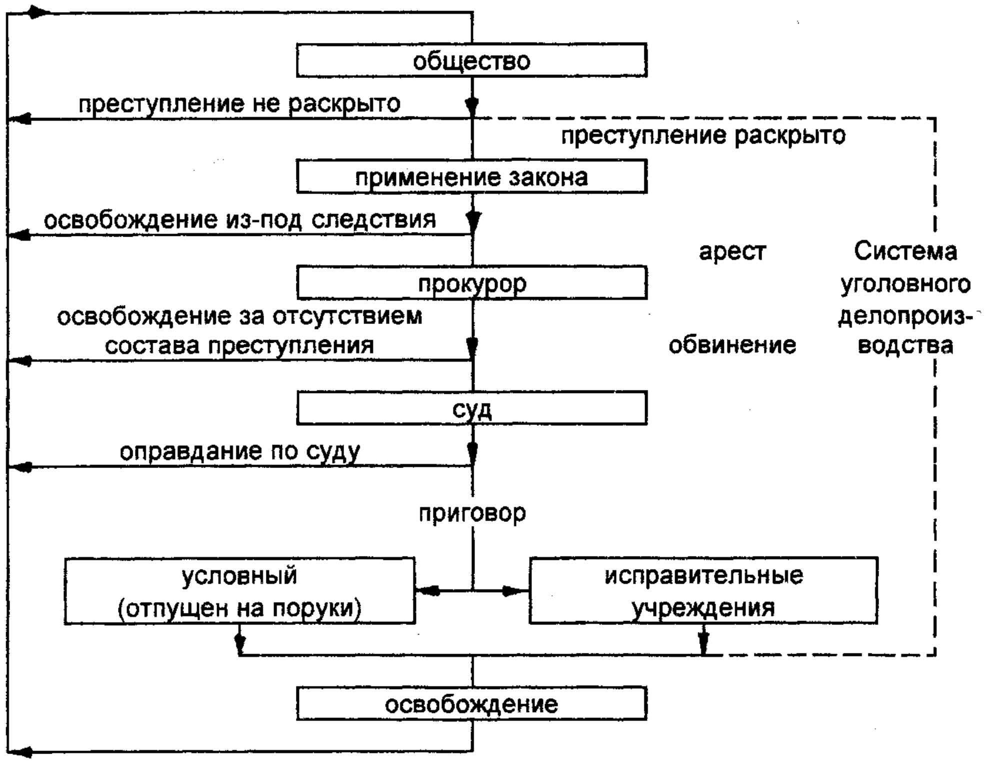
Руководитель одной не может повлиять на другие Такой подход препятствует достижению общей цепи.

Структура программы. Она показывает те органы, деятельность которых направлена на достижение целей системы. В общую программу могли бы войти следующие подпрограммы:

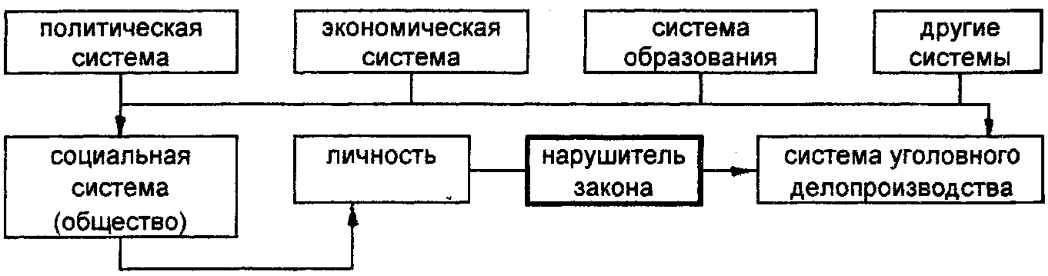
1. Предупреждение преступлений. Создание обстановки уважения к закону. Упреждение преступлений. Вскрытие и обнаружение преступных наклонностей.
2. Расследование. Поиск и сбор информации, ведущие к опознанию нарушителей закона.
3. Судебное разбирательство и вынесение приговора. Для этого требуется выполнение судебных процедур и формулирование приговора.
4. Надзор и арест для наблюдения за поведением личности или для ограничения ее действий являются средством защиты остальных членов общества.
5. Восстановление в правах является результатом мер воздействия, которые приводят к изменению поведения, и взглядов нарушителей и обеспечивают в будущем соблюдение закона.
6. Административная деятельность направлена на обеспечение органов необходимыми ресурсами для успешного выполнения их задач.
7. Проведение исследований. Выполнение НИР по проблемам в области уголовного делопроизводства.
8. Образование и специальная подготовка — для обеспечения всех систем информацией и для выработки соответствующих методов перевоспитания нарушителей.
9. Законодательная деятельность. Ведение содержательного диалога с законодателями, направленного на ознакомление их с реальными проблемами, требующими совершенствования законодательства.

Изучение целей и связей программ и органов. Отдельные органы могут оправдать свое существование только усилиями, направленными на достижение целей общей системы (Например, арест, тюрьма сами по себе как конечные цели не имеют смысла).

Взаимосвязанные системы



Взаимосвязанные системы



Нарушитель закона, рассматриваемый как выходной элемент общества и входной элемент системы уголовного делопроизводства.

Системы, оказывающие влияние на систему уголовного делопроизводства.

Рис.4. Представление системы уголовного делопроизводства и взаимодействующих систем.

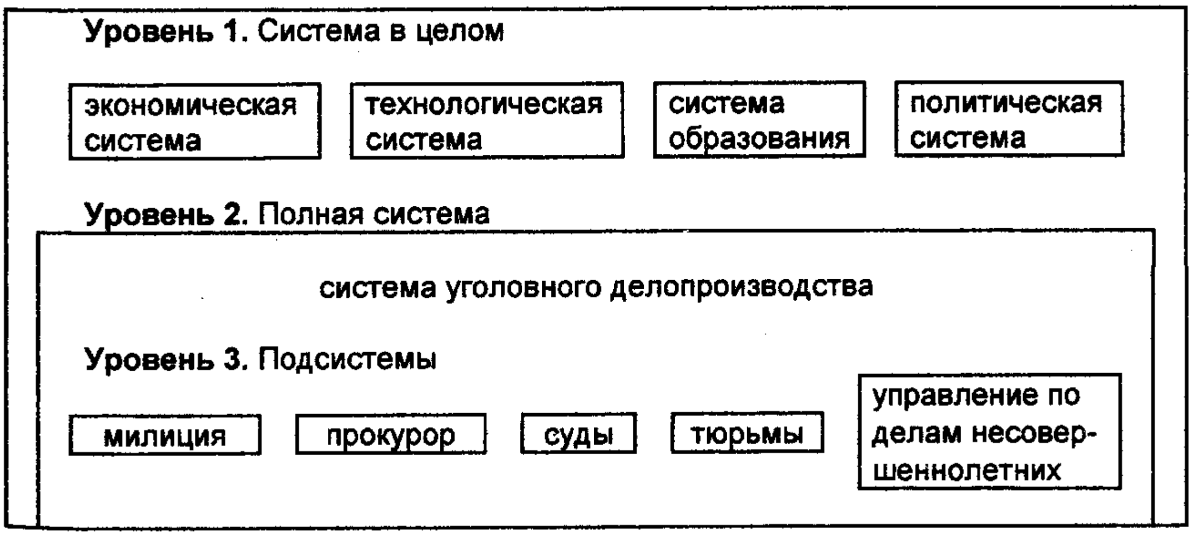


Рис.5. Уровни системы уголовного делопроизводства.

Таблица 4.

Матрица "программы - органы системы уголовного делопроизводства"

программы	Органы, входящие в систему					Внешние системы	
	милиция	прокурор	суды	Управление по делам несовершеннолетних	тюрьмы	система образования	деловая сфера и промышлен-ность
Предупреждение	X	X		X			
Расследование	X	X					
Суд и вынесение приговора		X	X				
Восстановление в правах		X	X		X		
Организация административной деятельности	X	X	X	X			
Исследование						X	X
Образование	X	X				X	
Законодательная деятельность			X				X

Примечание: X - системы, участвующие в выполнении программы

Управление системой. Цели и критерии для подсистем и системы в целом различаются. Например, для милиции мерами эффективности могут быть число арестов, число раскрытых преступлений и т.д. Для системы в целом эти критерии не годятся, и мерой эффективности может служить процент повторных правонарушений.

Системный подход применительно к изучаемой системе:

1) необходим при рассмотрении взаимозависимостей некоторой частной задачи с внешними условиями, а также при выделении факторов и переменных, которые оказывают воздействие на ситуацию при данных условиях;

2) позволяет выявлять непоследовательность и противоречивость целей отдельных исполнителей, принимающих участие в программе одной и той же системы;

3) обеспечивает определенную схему, с помощью которой могут быть оценены показатели работы различных систем, подсистем и системы в целом;

4) может быть использован для перестройки существующей системы и проверки относительных достоинств различных планов.

2.4. Свойства систем

Свойства систем можно условно разделить на общие свойства, характеризующие в целом тип системы: структурные, характеризующие особенности организации системы: динамические, характеризующие поведение системы и особенности взаимодействия с окружающей средой; отдельную группу составляют свойства, характеризующие описание и управление в системе. Перечисленные группы свойств для больших человеко-машинных систем представлены в табл.5. Общие свойства были рассмотрены в ξ2.2. К основным структурным свойствам относятся: иерархическая упорядоченность, централизация, а также вертикальная целостность и горизонтальная обособленность. К основным динамическим — систематизация, изоляция, стабильность, адаптивность, инерционность и т.п. *Иерархическая упорядоченность* заключается в возможности разделения системы на подсистемы и отражает тот факт, что поведение подсистемы не может быть полностью аналогичным поведению системы. Большинство систем иерархически упорядочены. Для технических систем это проявляется в модульном принципе построения. *Целостность* системы проявляется в том, что изменение в некоторой части ее вызывает изменения в других частях и в системе в целом. В этом случае говорят о связанном образовании. Обособленность проявляется в том, что система, может быть представлена в виде совокупности несвязных частей. Изменение в каждой части зависит только от самой этой части. Изменение в системе в целом есть физическая сумма изменений в ее отдельных частях. В этом случае говорят об обособлении или физически суммативном поведении. Следует отметить, что целостность и обособленность различаются по степени проявления некоторого свойства, и нет объективного метода их измерения.

Свойство *прогрессирующей изоляции.* Большинство неабстрактных систем изменяется во времени. Если эти изменения приводят к постепенному переходу от целостности к суммативности, то говорят, что такая система подвержена прогрессирующей изоляции. Изоляция может проявляться в виде распада, имеющего место при разрушении системы и роста, заключающегося в возрастании деления на подсистемы; при этом возрастает дифференциация функций (процесс творчества, эволюция, развитие).

Свойство *прогрессирующей систематизации* является обратным к предыдущему и заключается в усилении прежних отношений между частями и развитии отношений между частями, не связанными между собой (унификация системы в целом). Изоляция и систематизация могут происходить в одной системе одновременно и в течение длительного времени (говорят, что система находится в равновесном состоянии) или последовательно.

Таблица 5.

Основные свойства больших организационно-технических систем.

Общие свойства системы	Структура	Динамика	Описание и управление
Искусственная	Иерархическая упорядоченность	Систематизация и рост	Неполнота (нечеткость) информации
Сложная	Вертикальная Целостность	Стабильность	Многоцелевой характер описания
Открытая	Горизонтальная обособленность	Адаптивность	Неоднозначность оценок оптимальности
Дискретная (импульсная)	Централизация	Инерционность	Многовариантность управления
Динамическая		Совместимость	
		Оптимизация	

Централизация. Централизованная система — это такая, в которой один элемент или подсистема играет главную (доминирующую) роль в функционировании всей системы. Эта часть системы называется ведущей или центром системы. При этом малые изменения в ведущей части вызывают значительные изменения в системе. Существуют как централизованные, так и децентрализованные (распределенные) системы. При этом речь идет о функциональном влиянии центра, определяющем назначение системы. Например, в измерительном приборе центр – датчик, в автомобиле – двигатель, в компьютере центр отсутствует (одинаково важны и процессор и память). Высокоорганизованные системы, также могут не быть централизованными. Например, человек имеет осевую симметрию (одинаково важны сердце и мозг). Отметим, что центр не следует отождествлять с системой управления. Например, в вузе центром является преподавательский состав, в институте – специалисты, в интегрированных производствах – техника и т.п. Целостность и систематизация могут сопровождаться прогрессирующей централизацией.

Адаптивность системы заключается в способности системы сохранять свои функции при воздействии окружающей среды, т.е. реагировать на среду так, чтобы получить благоприятные последствия для деятельности системы (обучение, эволюция). Подчеркнем, что речь идет о функциональной адаптивности. Все системы в той или иной степени адаптивны: наименее адаптивны неживые системы; более адаптивны – биологические (живые системы) и технические системы; наиболее адаптивны социальные и организационно-технические системы. Свойство адаптивности тесно связано с живучестью систем, которая состоит в способности сохранять равновесие со средой.

О *стабильности* системы можно говорить относительно некоторых ее свойств (величин, переменных), если они стремятся сохраниться в определенных пределах. Система может быть стабильной в одном отношении и нестабильной в другом.

Инерционность системы состоит в конечном времени (не равном нулю) реагирования системы на возмущающее (входное) воздействие. Инерционность приводит к задержкам и искажениям входных воздействий. Все системы в той или иной степени инерционны. Наименее инерционны неживые системы (атомные и молекулярные), затем идут биосистемы и технические системы; наиболее инерционны социальные и организационно- технические системы.

В табл.6 приведены основные свойства систем и их особенности.

.

Таблица 6.

Характеристики свойств систем

Свойство	Характеристика (оценочный показатель)	Влияющий фактор
1	2	3
Размерность (размеры)	Число элементов и связей между ними, масштаб распространения	Ограничения со стороны взаимодействующих систем, ресурсные и другие ограничения
Сложность	Сложность структуры: многоуровневый характер системы, многообразие компонентов и связей, сложность поведения и неаддитивность свойств, сложность описания и управления, тип системы, число параметров модели, вид модели (моделей), объем информации, необходимой для управления, число объектов управления	Требования к надежности системы, возможность эффективного управления
Неполнота (нечеткость) информации	Нечеткое представление об "идеальной" системе, неоднозначность оценок оптимальности системы (число альтернативных оценок), нечеткое знание будущих условий функционирования, неоднозначность предсказания степени влияния объективных тенденций развития окружающей среды, многовариантность развития и управления (число альтернативных вариантов), многокритериальный характер описания системы (число альтернативных критериев),	Квалификация экспертов, степень изученности системы, степень структурированности знаний о предметной области, уровень организации работы по сбору информации; наличие баз данных и знаний, экспертных систем

	уровень информации, информационный индекс нечеткости системы, порядок и тип нечеткости системы.	
Иерархическая упорядоченность	Число соподчиненных уровней, число и сила связей между уровнями, связность системы, определимость свойств нижележащих уровней из вышележащих	Наличие объективных связей между частями и элементами системы, требования к инерционности системы, удобство (оперативность) управления
Вертикальная целостность	Число уровней, изменения в которых влияют на всю систему, степень взаимосвязи уровней	-“-
2Горизонтальная обособленность	Степень взаимосвязи подсистем одного уровня	-“-
Централизация	Степень влияния ведущей подсистемы на другие подсистемы (на всю систему), число ведущих подсистем, степень самостоятельности подсистем	Требования к инерционности системы, удобство (оперативность) управления, эффективность выполнения функций системой
Систематизация	Степень унификации (агрегирования) подсистем, уменьшение числа подсистем (уровней) за данный промежуток времени	Принятые формы распределения ресурсов, объективные тенденции (потребности) развития
Изоляция (рост)	Степень (скорость) возрастания деления на подсистемы, увеличение числа подсистем за данный промежуток времени	Степень изученности системы (уровень информации о системе)
Открытость	Интенсивность обмена информацией (ресурсами) с окружающей средой, число систем, взаимодействующих с данной системой, степень влияния на другие системы	Объективные потребности в функциях системы, общий уровень развития системы и окружения, ресурсные, экономические и другие ограничения, полнота информации о системе
Инерционность	Скорость изменения деятельности системы в ответ на воздействие, интервал времени с	Пороговое значение воздействия, степень централизации

	момента воздействия до изменения деятельности системы в нужном направлении, среднее время для получения значимого результата (темпы развития)	системы, уровень информации о системе
Стабильность	Сохранение структуры, свойств, функций в течение заданного промежутка времени (времени жизни системы), степень (уровень) стабильности	Степень инерционности, степень адаптивности, жесткость системы, объективные потребности в изменении функций системы, совместимость системы
Совместимость	Степень "пересечения" с другими системами, дублирование функ-ций, степень самостоятельности системы	Объективные потребности в функциях системы, требования к эффективности работы (управления) более общей системы
Оптимизация	Степень приспособления к среде, число (доля) показателей, по которым функционирование является наилучшим, эффективность системы, степень полноты, уровня и эффективности достижения целей (удовлетворения требований к системе)	Уровень удовлетворения потребностей взаимодействующих систем, ограничения на развитие (ресурсные, экономические, экологические и т.п.)
Жесткость	Изменение качества системы за данный промежуток времени (за время жизни), степень проявления объективных законов (предопределенность поведения), число степеней свободы системы, максимальная продукция (по внутренним и внешним функциям), которая может быть произведена системой за определенный промежуток времени (за время жизни)	Воздействие внешней среды, изменение условий функциони-рования

Так как наибольший практический интерес представляют организационно-технические системы, то остановимся на их особенностях. Организационно-технические системы являются динамическими и обладают свойствами адаптивности, стабильности, совместимости, а также обладают, в известной мере, свойством оптимизации, заключающейся в приспособлении к среде. В силу существующих ограничений на развитие таких систем имеется тенденция к усилению оптимизации, что проявляется в необходимости оптимизации структуры, функций, минимизации затрат на развитие, в возрастании эффективности систем и т.д.

Важным свойством больших, сложных систем, типа организационно-технических, является инерционность, связанная со скоростью изменения функций, которая определяется временем отклика системы в ответ на внешнее возмущение, т.е. промежутком времени от начала возмущающего воздействия до изменения деятельности системы в нужном направлении, и зависит также от возмущающего воздействия ($\tau = \tau_1 + \tau_2$, где τ_1 — время отклика управляющей подсистемы; τ_2 — время прохождения возмущения через все уровни системы). В связи с этим, системы такого типа следует рассматривать как обладающие относительными свойствами, т.е. как относительно открытые, относительно адаптивные и т.д.

Динамические свойства проявляются в полной мере, если промежуток времени, в течение которого изучается система, превышает время отклика, и если возмущающее воздействие превышает некоторый порог.

Свойство инерционности тесно связано с такими свойствами систем и их элементов как быстродействие, жесткость, адаптируемость, стабильность и другие. Изменение свойств организационно-технических систем обусловлено объективными изменениями, происходящими в процессе развития (эволюция), и субъективными, т.е. планируемыми людьми (директивными). В силу этого существенное значение имеет полнота информации о системах. Неполнота (нечеткость) информации о системе может привести к существенному изменению ее динамических свойств (например, увеличить инерционность, замедлить рост, снизить адаптивность и т. д). Решающим обстоятельством, оказывающим влияние на развитие таких систем, является установление оптимальных пропорций, в том числе временных, между эволюционными и директивными изменениями.

Относительные оценки системных свойств организационно-технических систем могут быть получены экспертным путем на основе сравнительного анализа динамических рядов, характеризующих изменения в результатах деятельности системы и ее структуре, на основе использования имитационного моделирования и аналогии с другими системами или путем расчета по оценкам свойств подсистем, что требует задания модели структуры системы.

2.5. Сложность систем

Сложность является определяющим свойством систем и поэтому заслуживает отдельного рассмотрения.

Сложность в применении к системам имеет разный смысл – структурная сложность, динамическая сложность, вычислительная. Обычно степень сложности оценивается количеством информации, необходимой для описания реальной системы. При таком подходе сложность ставится в зависимость от наблюдателя. Например, для нейрофизиолога мозг сложен и его адекватное описание требует много информации, для мясника мозг прост, так как ему нужно только отличить его от других сортов мяса, для чего он использует сравнительно мало информации ($\log_2 30 \approx 5$ бит). Мы будем различать сложность как свойство систем и сложность самих задач, соответственно, будем говорить о сложности систем и сложности задач, последнюю называют также вычислительной сложностью. Вне зависимости от типа сложности можно выделить два принципа оценки сложности систем.

Первый принцип состоит в том, что сложность системы должна быть пропорциональна объему информации, необходимой для описания этой системы (так называемая дескриптивная сложность). Одним из способов оценки дескриптивной (описательной) сложности является оценка числа элементов, входящих в систему (переменных, состояний, компонентов), и разнообразия взаимозависимостей между ними.

Второй принцип состоит в том, что сложность системы должна быть пропорциональна объему информации необходимому для разрешения нечеткости системы. Оба типа сложности не согласуются друг с другом Уменьшая одну сложность, мы, как правило, увеличиваем другую. Отметим, что с увеличением размерности (сложности системы) могут возрастать как первая, так и вторая сложность.

Структурная сложность включает такие составляющие, как схема связности, многообразие компонентов, число связей, сила взаимодействия. Динамическая сложность — это сложность предсказания поведения системы. Структурно сложная система имеет сложное поведение, но обратное, вообще говоря, неверно. Вычислительная сложность определяется сложностью алгоритма. Рассмотрим ее более подробно.

Предел Бреммерманна. Американский ученый Ханс Бреммерманн в 1962 г. получил следующий результат: "Не существует системы обработки данных, искусственной или естественной, которая могла бы обрабатывать более чем $2 \cdot 10^4$ бит в секунду на грамм своей массы". Под обработкой N бит понимается пересылка N бит по одному или нескольким каналам вычислительной системы. Поэтому информация должна быть каким-то образом закодирована (физически представлена). Предположим, что она закодирована в виде энергетических уровней определенного типа энергии в интервале [О, Е], где E — количество энергии, которым мы располагаем для этой цели. Предположим, что энергетические уровни измеряются с

точностью до dE. При этих условиях весь интервал можно разделить максимум на $N=E/dE$, равных подинтервалов, каждому из которых соответствует энергия dE. Если всегда будет занято не более одного уровня (задаваемого маркером подинтервала), то максимальное число бит, представимых с помощью энергии E, будет равно:

$\log_2(N+1)$, (1)

где $N + 1$ включает состояние, когда ни один уровень не занят. Если использовать K-маркеров одновременно, то можно представить

$K \log_2(1 + N / K)$, бит (2)

Оптимальное использование имеющейся энергии E получается при использовании N маркеров; в этом случае можно представить N бит информации. Чтобы представить больший объем информации при том же количестве энергии, надо сократить dE, но здесь ограничение накладывает точность измерительной процедуры для различения уровней. Предел по точности устанавливается неравенством Гейзенберга:

$\Delta E \Delta t \geq \hbar$, где Δt — длительность времени измерения; $\hbar$ — постоянная Планка = $6{,}625 \cdot 10^{27}$ эрг/с, ΔE - среднее отклонение от ожидаемого значения энергии. Отсюда получим, что

$$N \leq \Delta E \Delta t / \hbar \tag{3}$$

Так как по формуле Эйнштейна $E=mc^2$, где $c=3\cdot10^{10}$ - скорость света в вакууме, то верхняя граница для N:

$$N = mc^2 \Delta t / \hbar \tag{4}$$

Подставляя, c и $\hbar$ найдем:

$$N = 1{,}36 \text{ m } \Delta t \cdot 10^{47}. \tag{5}$$

Для массы m = 1 г и времени Δt = 1 с, получим значение:

$$N = 1{,}36\, m\, \Delta t\, 10^{47}. \tag{6}$$

Используя полученный предел для обработки информации граммом массы за 1 с процессорного времени, Бреммерманн вычислил число бит, которые могла бы обработать гипотетическая компьютерная система, имеющая массу, равную массе Земли, за период, равный примерному возрасту Земли (Это вся информация, которой располагает человечество). Так как $m_З \approx 6\cdot10^{27}$г, а возраст $\approx 10^{10}$ лет, т.е. 10^{10} $3{,}14\ 10^7$ с, то такой компьютер мог бы обработать $\approx 2{,}56\cdot10^{92}$ бит или 10^{93} бит. Это число называют пределом Бреммерманна, а задачи, требующие обработки более чем 10^{93} бит информации, называют трансвычислительными задачами.

Предел Бреммерманна является весьма строгим ограничением. Решение многих задач для систем даже небольшого размера требует большего объема информации. Например, если имеется система из n - переменных с k состояниями каждая, то задача классификации системы на множестве подмножеств систем может быть трансвычислительной. Действительно, для этого необходимо обработать k^n бит информации, т е. задача становится трансвычислительной при $k^n > 10^{93}$, что выполняется при $k = 2$ и $n = 308$; $k= 3$ и $n = 194$ т.д. (7)

Аналогичной является задача распознавания образов, решаемая на массиве qхq типа шахматной доски, причем каждая клетка может быть одного из k цветов. Всего может быть k^n шаблонов раскраски, где $n = q^2$. Тогда задача поиска наилучшей классификации шаблонов является трансвычислительной при $q = 18$, $k = 2$ или $q = 10$, $k = 9$. Сетчатка состоит примерно из миллиона светочувствительных колбочек. Если даже считать, что каждая имеет только два состояния, то исследование сетчатки потребует $2^{10} = 10^{300000}$ бит. Та же проблема возникает при решении задачи тестирования СБИС (сверхбольших интегральных схем), например, для схемы с 308 входами и 1 выходом (тестирующий сигнал имеет два состояния)

Если задача является трансвычислительной, то чтобы ее можно было решить, она должна быть переформулирована. Наиболее распространенный способ состоит в использовании эвристик, ослаблении условий. Например, поиск приближенного (а не точного) решения, агрегирование вариантов. Одно из наиболее важных следствий из существования предела Бреммерманна состоит в том, что прежде чем решать задачу (изучать систему), надо оценить информационные запросы. Если нужно $2 \cdot 10^3$ бит, то все в порядке, если же оценка дает 10^{300} бит, то следует применять эвристические методы, либо отказаться от решения такой задачи, если эффективный алгоритм отсутствуют.

Вычислительная сложность. Конкретные вычислительные средства накладывают, конечно, более строгие ограничения на сложность задач, чем предел Бреммерманна — 10^{93}. На рис.6. представлена схематичная классификация системных задач по сложности:

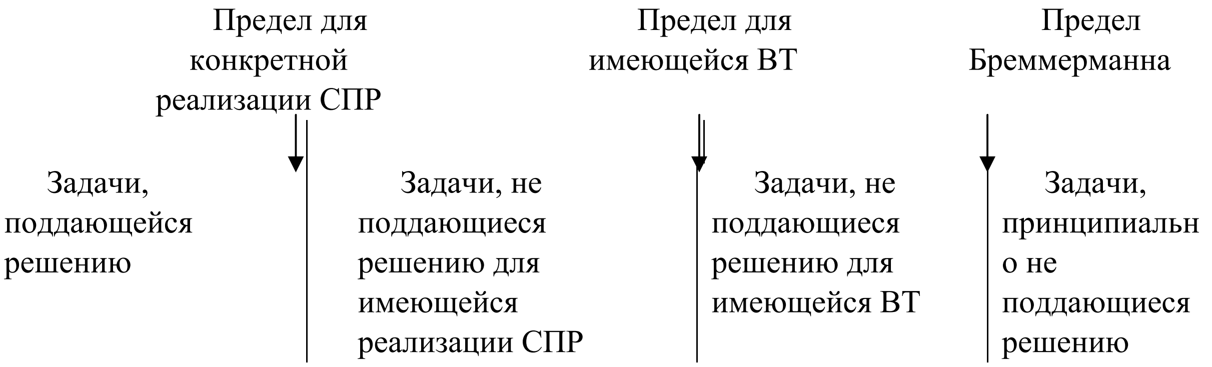


Рис.6 Классификация задач по сложности (СПР – система принятия решений)

Вычислительная сложность связана с поиском алгоритма, т. е. набора команд, описывающих план действий по решению задачи определенного типа за конечное число шагов. При рассмотрении алгоритмов используется понятие машины Тьюринга, которая представляет собой устройство состоящее из автомата (блока управления) с конечным числом состояний и ленты. Автомат обладает памятью что позволяет ему находиться в одном из состояний, принадлежащих конечному множеству состояний, например $Z = \{z_1, z_2, \dots z_n\}$. Потенциально бесконечная в обоих направлениях лента разбита на отрезки одинаковой длины ячейки. В каждой ячейке записана буква из конечного набора букв алфавита. Одна из букв, например, x_0 интерпретируется как пробел (пустая ячейка). Связь между автоматом и лентой осуществляется с помощью читающей-пишущей головки, которая может считать букву с ленты или записать ее на ленту. Одновременно головке доступна только одна ячейка. Машина Тьюринга реализует некоторый алгоритм, принимаемый за исходный при сравнении. Автомат на каждом шаге изменяет свое состояние и выполняет действие одного из следующих типов:

1) записывает на ленту вместо текущей буквы новую;
2) сдвигается по ленте на одну ячейку влево или вправо;
3) прекращает вычисление (операция остановки).

Новое состояние и выполняемое действие однозначно определяются текущим состоянием и считываемой с ленты буквой. Детерминированная машина Тьюринга (ДМТ) представляет по сути черный ящик, умеющий выполнять только заданное множество элементарных операций: +, -, *, /, или, и, читать, писать, если …, то …, повторять. Она находится в заданный момент в строго определенном состоянии, за один шаг она совершает единственное действие определяемое этим состоянием, а затем переходит в следующее состояние и все начинается сначала.

Обозначим z_c, z_n соответственно текущее и следующее состояния машины Тьюринга, x_r - буква, читаемая с ленты, y_p – выполняемая операция. Тогда при заданной на ленте начальной строке букв (строка не должна содержать пробелов) и определенном состоянии работа машины Тьюринга определяется упорядоченным множеством четверок:

$$\langle z_c, x_r, z_n, y_p \rangle \qquad (8)$$

Машина называется детерминированной, если запрещается, чтобы любые две четверки из этого множества начинались с одной и той же пары z_c, x_r, в противном случае машина Тьюринга называется недетерминированной. Общепринятая гипотеза известная как тезис Черча, утверждает, что если функцию можно вычислить на детерминированной машине Тьюринга то она считается вычислимой. Таким образом, машины Тьюринга дают аппарат позволяющий формально определить существование алгоритмов решения различных задач. Задача считается неразрешимой, если не существует алгоритма ее решения. Для доказательства неразрешимости задачи достаточно доказать, что ее нельзя решить на машине Тьюринга. Неразрешимые задачи образуют один из

трех классов задач. Во 2-й класс входят задачи, про которые не доказано, что они неразрешимы, но для которых не найдены решающие алгоритмы. Остальные задачи образуют класс разрешимых, т. е. они в принципе разрешимы. Однако их решение может потребовать больших затрат времени поэтому вычислительная сложность изучается с позиций этого ресурса. На практике разрешимость задачи зависит от применяемого алгоритма, конкретной системы, имеющихся вычислительных мощностей. При заданном алгоритме время ее решения удобно представлять как переменную, зависящую от размера рассматриваемых систем. Эта переменная, называемая размерностью варианта задачи задает объем входной информации, необходимой для описания этих систем. Так как любой метод (алгоритм) позволяет решать несколько однотипных задач с различными исходными данными, то критерием качества метода в целом является решение наихудшего возможного случая из всех, допускающих применение данного алгоритма. При этом определяющим является общее число элементарных операций (время), как функция размерности входных данных. Таким образом, сложностью алгоритма называется выраженная в виде функции от размерности входных данных верхняя граница числа операций (времени), необходимого для выполнения алгоритма, решающего вариант задачи. Функция называется временной функцией сложности *(f)*. Можно выделить три класса задач, отличающихся скоростью роста их функций сложности.

К первому классу (классу P) относятся полиномиальные алгоритмы Задача называется "хорошей", или принадлежащей классу P, если для нее известен алгоритм, сложность которого составляет полином заданной постоянной степени, не зависящей от размерности входной величины n. Функция f имеет сложность $0(n^k)$, $k > 0$ тогда и только тогда, когда существует константа $C > 0$ такая, что $f(n) = Cn^k$ для всех $n \geq n_0$,где n_0 — наименьшая размерность данной задачи. Например, функция $f(n)=25n^2+18n+31$ имеет сложность $0(n^2)$, т.к $f(n)= 74n^2$ при $n = n_0 = 1$ или $f(n)= 42n^2$ при $n = 2$. К задачам этого класса относятся деление, извлечение корня, решение квадратного уравнения и т.п.

Ко второму классу (классу E) относятся экспоненциальные алгоритмы. Экспоненциальной по природе считается задача, сложность которой не менее порядка f^n (где f — константа или полином от n), например, в случае, когда число ожидаемых ответов уже само по себе экспоненциально. Сложность соответствующих алгоритмов превосходит сложность $0(n^k)$ при любом k. Например, к этому классу относятся задачи, в которых требуется построить все подмножества некоторого множества, все клики (подграфы) некоторого графа, задача распознавания правильных выражений на языках с несложными алфавитами и правилами построения единиц (ее сложность $(2^2)^{\dots 2}$, где n — размерность входных данных).

При небольших n экспоненциальный алгоритм может быть более быстрым, чем полиномиальный, однако различие между этими классами задач всегда

велико и проявляется при больших n. Поэтому полиномиальные алгоритмы считаются эффективными, а экспоненциальные — неэффективными, а соответствующие задачи — поддающимися и неподдающимися решению. В табл. 7 приведены скорости роста некоторых временных функций сложности (Скорость вычислений принята 10^6 операций в секунду).

Таблица 7

Скорость роста некоторых функций сложности

Вид функции сложности	Размерность варианта задачи				
	1	10	20	50	100
1	2	3	4	5	6
n	10^{-6} с	10^{-5} с	$2{\cdot}10^{-5}$ с	$5{\cdot}10^{-5}$ с	10^{-4} с
n^2	10^{-6} с	10^{-4} с	$4{\cdot}10^{-4}$ с	0,0025 с	0,01с
n^5	10^{-6} с	0,1 с	3,2 с	5,2 мин	2,8 ч
n^{10}		2,8 ч	118,5 сут	31 в	$3{,}2{\cdot}10^4$ в
2^n	$2{\cdot}10^{-6}$ с	10^{-3} с	1 с	35,7 лет	$4{\cdot}10^{14}$ в
3^n	$3{\cdot}10^{-6}$ с	0,059 с	58 мин	$2{\cdot}10^8$ в	$4{\cdot}10^{16}$ в
10^n	10^{-5} с	2,8 ч	$3{,}2{\cdot}10^4$ в	$3{,}2{\cdot}10^{34}$ в	$3{,}2{\cdot}10^{84}$ в
2^{2^n}	$4{\cdot}10^{-6}$ с	$5{,}7{\cdot}10^{292}$ в	$10^{3\cdot10\text{^}5}$в	$10^{3\cdot10\text{^}14}$в	$10^{3\cdot10\text{^}29}$в
n^n	10^{-6} с	2,8 ч	$3{,}3{\cdot}10^{10}$ в	$2{,}8{\cdot}10^{69}$ в	$3{,}2{\cdot}10^{184}$ в
$n!$	10^{-6} с	3,6 с	771,5 в	$9{,}6{\cdot}10^{48}$ в	$2{,}9{\cdot}10^{142}$ в

Примечание: знак ^ означает возведение в степень.

Из табл. 7 видно, что практическая применимость алгоритмов зависит существенно от степени функции сложности. Однако полиномиальные алгоритмы лучше реагируют на увеличение мощности вычислительных средств (см. табл. 8).

Задачи, не попадающие ни в класс P. ни в класс E. К этому классу относятся задачи:

- решение систем уравнений с целочисленными переменными;
- существование среди заданных подмножеств покрытия;
- составление расписаний (раскрасок), учитывающих определенные условия (бинарные отношения);
- существование множества значений логических переменных, которые позволяют сделать значение произвольного заданного логического выражения истинным;
- оптимизация пути коммивояжера через сеть городов;
- отбор файлов при запросе в информационный банк данных для получения информации с наименьшей стоимостью;
- размещение обслуживающих центров (телефон и т.п.) для максимального числа клиентов при минимальном числе центров;
- оптимальная загрузка емкости (рюкзак, поезд, корабль, самолет) при наименьшей стоимости;
- оптимальный раскрой (бумага, картон, стальной прокат);
- оптимизация маршрутов в воздушном пространстве, инвестиций, станочного парка;
- диагностика (болезни, поломки, дефекты печатных схем).

Все эти задачи эквивалентны по сложности. Класс хороших задач мал, остальные задачи являются трудными и решаются методами искусственного интеллекта.

Класс NP: недетерминированные полиномиальные задачи. Для большинства практических задач неизвестно, существует ли полиномиальный алгоритм их решения, но и не доказано, что они не поддаются решению. Общим для них является то, что они могут быть решены за полиномиальное время на недетерминированных машинах Тьюринга **(НДМТ).** Такие задачи и называют *NP* –задачами. Под решением здесь понимается, что машина может проверить правильность предложенного решения за полиномиальное время. (Известно, что любая *NP*-задача решается с помощью детерминированного алгоритма сложности $0(2^{P(n)})$, где *P*— полином, т.е. является в принципе экспоненциальной).

НДМТ моделирует по сути механизм перебора. Помимо обычного набора инструкций в ней существует специальная инструкция "Выбор" *[E],* которая создает столько копий текущего состояния, сколько существует элементов во множестве *E.* Машина останавливается, когда одна из ее копий достигает инструкции "Конец". По сути, если мы не располагаем явной формулой или рекурсивным выражением приемлемой сложности, то остается два способа решения построение действенного алгоритма подсчета или метод перебора.

Таблица 8.

Влияние роста мощности ЭВМ на диапазон решаемых задач.

Временная функция сложности	Размерность задачи, решаемой за единицу времени	
	Имеющаяся ВТ	В *k* раз более производительная ВТ
n	n_1	kn_1
n^2	n_2	$\sqrt{k}n_2$
n^5	n_3	$k^{1/5}n_3$
n^{10}	n_4	$k^{1/10}n_4$
2^n	n_5	$n_5 + \log k / \log 2$
10^n	n_6	$n_6 + \log k$

Последний и реализуется на НДМТ. Класс *NP* - задач содержит класс *P* –задач; $P \subset NP$, так как любая полиномиальная задача, решаемая на ДМТ, решается (проверяется) за полиномиальное время на НДМТ. Для значительного числа *NP* – задач доказано, что любая другая *NP* - задача может быть сведена к такой задаче за полиномиальное время. Эти задачи называются *NP* – полными. Так как в класс *NP* входит много практически важных задач, то возникает вопрос, поддаются ли *NP* - задачи решению или нет, что формулируется в виде: "верно ли, что $NP = P$". Или: являются ли НДМТ более мощными, чем ДМТ, т. е. могут ли они решить больше задач. Ответа, на этот вопрос пока нет. Поскольку имеются сильные доводы в пользу того, что $NP \neq P$ при обычных правилах вывода, вопрос состоит в том, чтобы найти некоторые нетрадиционные правила вывода, при которых можно было бы доказать, что *NP* - полная задача поддается решению. Кроме времени важно бывает оценить также и необходимый объем памяти компьютера. Это можно сделать с помощью пространственной функции сложности. Любая задача, решаемая за полиномиальное время, решается в полиномиальном пространстве (так как за конечное время автомат использует конечное пространство (число ячеек), не большее числа шагов вычисления) Обратное неверно.

К *NP* - задачам относятся:

- разрешимость логического выражения;
- трехцветная раскраска графа;
- построение покрытия или разбиения множества, построение клики из *k* - вершин на неориентированном графе;
- задача о рюкзаке;
- разбиение числового множества на две непересекающиеся части, такие, что сумма чисел в одной равна сумме чисел в другой;
- существование на ориентированном графе такого циклического маршрута коммивояжера, общая стоимость которого меньше заданного числа k.

На рис. 7 дана классификация задач с позиций их сложности и разрешимости. Класс ко *NP*-задач содержит задачи дополнительные к *NP,* т.е. с ответом дополнительным к ответу *NP*–задач. Неизвестно, верно ли, что *NP* = ко *NP*. Однако известно что $NP \cap$ ко *NP* не пусто и содержит все *P*- задачи, а также некоторые другие.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [6, 10, 12, 16, 21, 23, 33, 36, 37, 38, 42, 43, 45, 52].

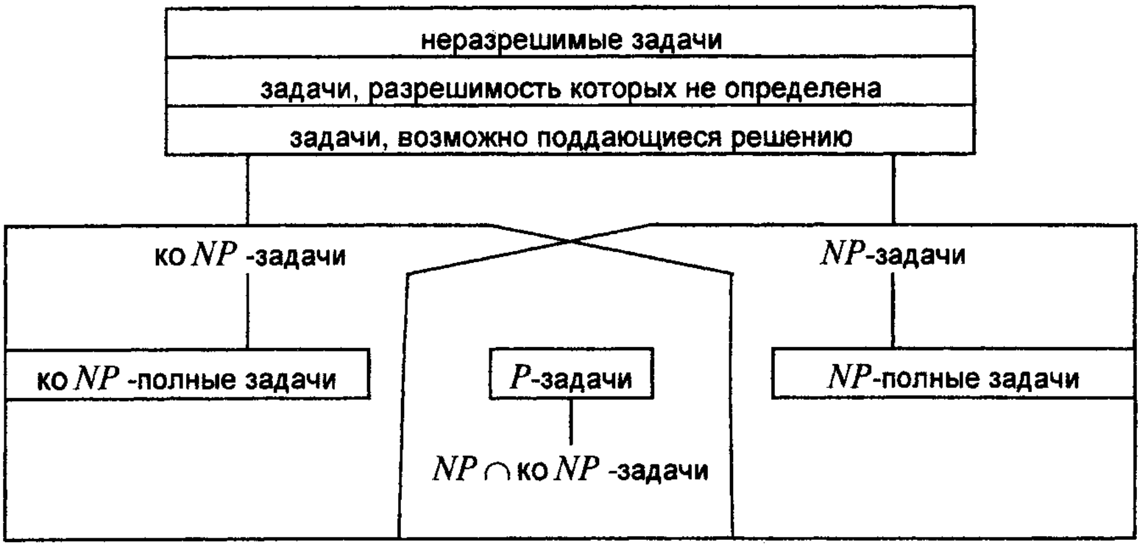


Рис. 7. Классификация разрешимости задач.

Глава 3. Системное моделирование

-Ты когда-нибудь видела, как рисуют множество?
-Множество чего? – спросила Алиса.
-Ничего, - отвечала Соня, - Просто множество!
Льюис Кэрролл (Алиса в Стране чудес)

Термин системное моделирование используется в связи с построением моделей систем, а также в связи с решением проблем и задач, относящихся к сложным объектам, на основе принципов теории систем.

3.1 . Основные проблемы теории систем

В зависимости от того, что является неизвестным, проблемы делятся на четыре класса: проблема анализа, проблема синтеза, проблема оценки внешней (окружающей) среды и проблема «черного ящика».

1. Проблема анализа. Заданы системы. Требуется определить, какие характеристики (неизвестные) они имеют в условиях заданной внешней среды. Эта задача допускает эквивалентную формулировку: какое поведение соответствует данной структуре. Как правило, задача разрешима, если ее можно решить однозначно. Схематично процесс анализа представлен на рисунке 8.

Рис.8. Проблема анализа

Алгоритм решения проблемы анализа включает следующие шаги:

- составление модели объекта, наиболее подходящей с позиций получения требуемых функций (характеристик);
- написание программы оценки характеристик модели;
- определение характеристик объекта из его модельного представления с помощью программы оценки.

Таким образом, процесс анализа состоит из двух стадий: составление и исполнение программы. Трудность анализа состоит в том, что не существует формального метода, который позволил бы строить наиболее подходящую для заданной проблемы модель. Отыскание подходящего метода оценки включает эвристические (интуитивные) элементы и относится к проблеме синтеза. Примером проблемы анализа является исследование характеристик двигателя (автомобиля, самолета) в различных режимах эксплуатации.

2. Проблема синтеза. Заданы требуемые характеристики и надо определить системы, которые в условиях заданной среды обеспечивают получение этих характеристик. Или в эквивалентной формулировке: дано поведение системы (иногда только ее деятельность) и множество типов ее элементов (тип-это совокупность элементов, у которых постоянное поведение одинаково). Надо найти такую структуру, которая реализует данное поведение (или вытекающее из данной деятельности) и включает лишь допустимые типы элементов.

Если данное множество типов недостаточно, то синтез системы неосуществим (на данном множестве). Множество решений может быть пустым и в случае, если число характеристик велико и они противоречат друг другу. Поэтому характеристики рекомендуется задавать в мягкой форме (в виде интервалов, словесных высказываний и т.п.) Во всех других случаях решение не однозначно, так как обычно в реальном мире существует большое количество объектов с одинаковыми функциями (характеристиками), и среди них надо выбрать такой, который бы обладал всей совокупностью заданных для него характеристик. Поэтому выдвигаются другие, дополнительные требования в отношении структуры, например: минимальные затраты, максимальная надежность системы и т. д. Проанализировав структуру, можно выяснить, правильно ли проведен синтез. Практически задача синтеза не может быть сформулирована без заданного разделения величин на входные и выходные, т. е. мы имеем дело с синтезом автоматов. Синтез более сложен, чем анализ. Последний может быть выполнен интуитивно, а синтез требует применения эффективных методических средств, т. е. совершенно другого подхода. Схематично процесс синтеза представлен на рис. 9.

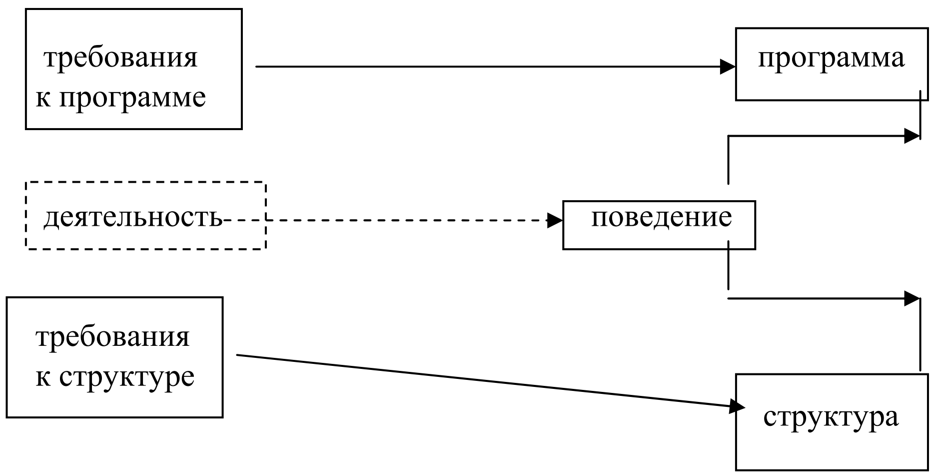


Рис.9. Проблема синтеза.

Алгоритм синтеза состоит из следующих шагов:

а) создание исследовательской модели;

б) анализ этой модели как решение проблемы анализа и определение ее функций;

в) сравнение полученных результатов с заданными требованиями и прекращение поиска решения (если результаты и требования совпадают) или же возврат к а), если совпадение не получено.

Этот процесс носит недетерминированный, итерационный характер и является более сложным, чем анализ, так как включает в себя саму проблему анализа. Особенностью процесса синтеза является необходимость поиска для достижения цели, причем результаты вычислений на стадии анализа влияют на весь последующий процесс; модель проблемы синтеза корректируется, и вновь изменяется получаемое при анализе решение.

В один и тот же цикл решения проблемы синтеза включается как стадия определения алгоритма, так и стадия его исполнения. Примером проблемы синтеза является проектирование двигателя (автомобиля, самолета), пригодного для заданных условий эксплуатации.

3. Проблема оценки внешней среды. Заданы системы и их характеристики, надо получить такую среду (неизвестную), в условиях которой системы проявляют заданные характеристики. Алгоритм решения проблемы такой же, как и в случае проблемы синтеза, где в качестве объекта исследования выступает окружающая (внешняя) среда.

4. Проблема «черного ящика». Исследуется система с неизвестной организацией и неизвестным поведением («черный ящик»), с которой можно проводить эксперименты и регистрировать ее деятельность. Таким образом, «черный ящик» определяется множеством величин и соответствующим уровнем анализа. Сложность проблемы в том, что пока не известна организация, мы можем определить только относительно постоянное

поведение, соответствующее деятельности системы, а затем гипотетическую структуру. Эксперимент с «черным ящиком» включает:

а) изоляцию его от других воздействий;

б) контролируемое воздействие на «черный ящик» в ходе эксперимента;

в) запись всех пар «стимул- реакция».

Затем проводится моделирование зависимости реакции от стимула и определяются модели поведения и программы. Совпадение с экспериментом проверяется по критериям согласия. По известному поведению решением задачи синтеза определяется структура системы.

На рис.10 показана схема решения проблемы «черного ящика».

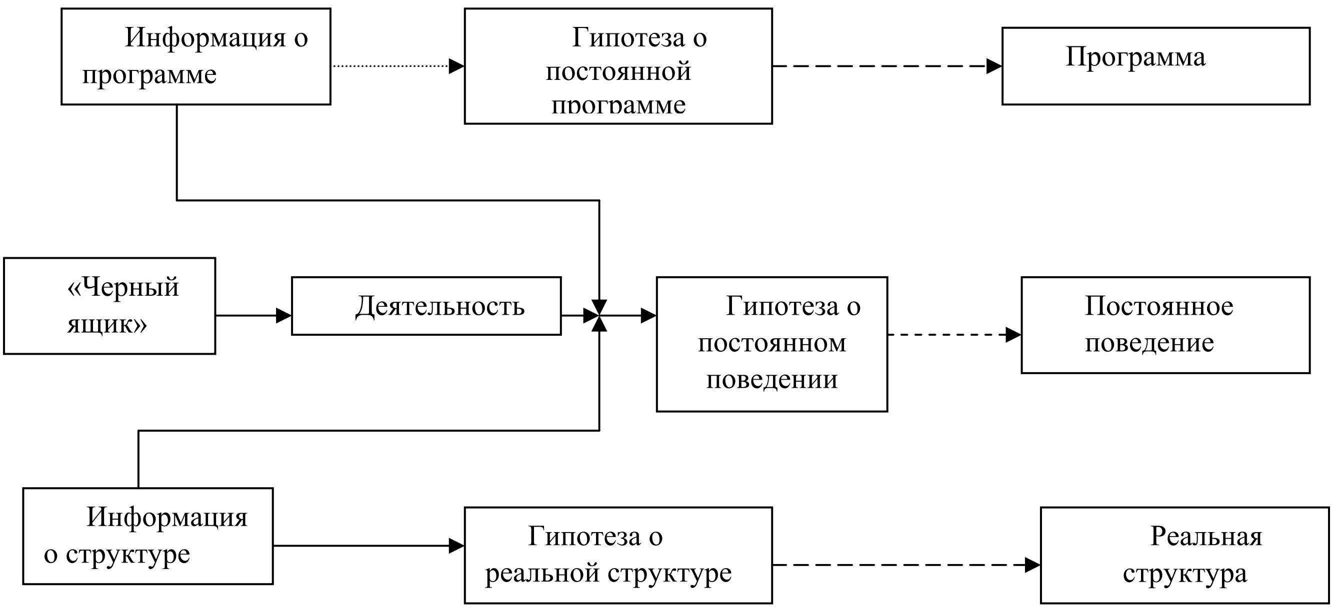


Рис. 10. Проблема «черного ящика»

3.2. Некоторые задачи исследования операций

Наряду с рассмотренными типами проблем при проектировании больших сложных систем и управлении ими приходиться решать несколько классов задач, традиционно относящихся к теории исследования операций.

1. Задача планирования производства. Некоторое предприятие производит n типов продукции, затрачивая при этом m типов ресурсов. Известны следующие параметры:

a_{ij} –количество i-го ресурса необходимого для производства единичного количества j-й продукции; $a_{ij} \geq 0$ (i=1,…,m; j=1,…,n); b_i-запас i-го ресурса на предприятии , $b_i>0$; c_j-цена единичного количества j-й продукции, $c_j>0$. Предполагается, что затраты ресурсов растут пропорционально объему производства. Пусть x_j-планируемый объем производства j-й продукции. Тогда допустимым является только такой набор производимой продукции $x=(x_1,x_2,\ldots,x_n)$, при котором суммарные затраты каждого (вида) i-го ресурса не превосходят его запаса.

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leq b;\; i=1,\ldots,m. \quad (9)$$

Кроме того, имеем следующее естественное ограничение:

$$x_j \geq 0;\; j=1,\ldots,n. \quad (10)$$

Стоимость набора продукции x выражается величиной

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j. \quad (11)$$

Задача планирования ставится следующим образом: среди всех векторов x удовлетворяющих ограничениям (9), (10), найти такой, при котором величина (11) принимает наибольшее значение, т.е.

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow max.$$

2. Транспортная задача. Некоторая продукция хранится на m складах и потребляется в n пунктах. Известны следующие величины:

a_i-запас продукции на i-складе, $a_i>0$ (i=1,…,m);

b_j- потребность в продукте на j-м пункте, $b_j>0$(j=1,…, n);

c_{ij}- стоимость перевозки единичного количества продукции с i-го склада в j-й пункт, $c_{ij}>0$.

При этом предполагается, что суммарные запасы равны суммарным потребностям:

m n

$$\sum_{i=1} a_i=\sum_{j=1} b_j \,. \qquad (12)$$

Транспортная задача сводится к задаче линейного программирования следующего вида:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \rightarrow min \text{ при условиях}: \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \text{ и } x_{ij}>0, \qquad (13)$$

где x_{ij}-количество продукции, перевозимой с i-го склада в j-й пункт.

Таким образом, надо организовать перевозки продукции со складов в пункты потребления, чтобы при полном удовлетворении потребностей минимизировать суммарные транспортные потери.

При этом условие (12) является необходимым и достаточным для существования по крайней мере одной матрицы перевозок $\{x_{ij}\}$, удовлетворяющей ограничениям задачи (13).

Задачи 1, 2 решаются методами линейного программирования, например симплекс- методом.

3.Задача составления расписаний. Такая задача возникает при планировании работ, составлении проектов сложных технических или экономических систем. Задача заключается в следующем: найти такое распределение ресурсов и такое назначение очередности работ, при которых совокупность работ, составляющих проект, будет выполнена за минимальное время. При этом предполагаются известными: а) перечень работ $p_1,p_2,\ldots,p_n$;

б) ресурс (люди, оборудование, сырье, деньги и т. п.), необходимый для выполнения работы p_i $(i=1,\ldots,n)$.

В указанной задаче следует учитывать два типа ограничений. Ограничения 1-го типа описывают взаимную зависимость работ. Это ограничения логического характера: выполнению работы p_i предшествует некоторая совокупность работ, без выполнения которых она начаться не может (например, при строительстве дома: сначала строится фундамент, потом стены и т. д.). Ограничения первого типа задаются в виде логических отношений (если …, то…). Их можно представить на языке графов, при этом вершины соответствуют работам, а ребра – последовательности работ. Ограничения могут иметь сложную форму (работы могут быть взаимозаменяемыми, вестись параллельно и т. п.).

На рис.11 представлен один из возможных примеров:

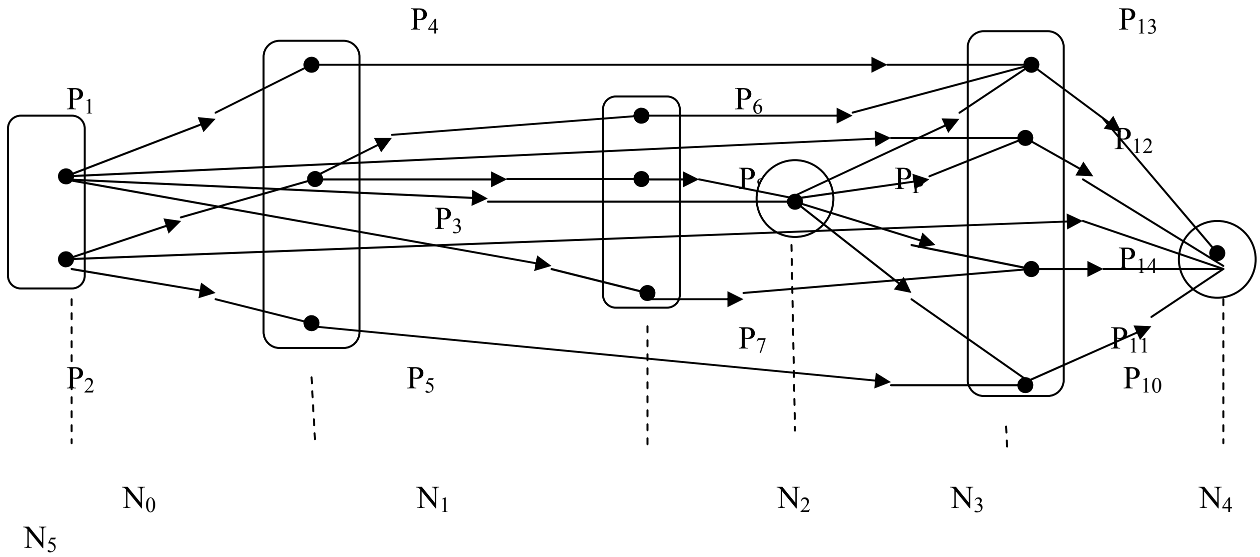


Рис.11. Граф без контуров. Построение уровней порядка.

Для выделения уровней порядка применяется следующий метод. Пусть X – конечное множество, на элементах $\{x_i\}$которого задано отношение порядка R, представленное графом без контуров $G \subset X \times X$:$G = (X, Г)$, где Г-отображение X в X. Граф является графическим представлением отношения R: «Существует путь из элемента x_i в элемент x_j, или x_i предшествует x_j» (на графе элементам X соответствуют вершины, а отображению Г-ребра). Отношение R задается матрицей инциденций (см. Приложение 1).

Определим подмножества N0,N1,…Nr такие, что: $N0=\{x_i \mid Г^{-1}\ \{x_i\}= \varnothing\}$,
$N_1= \{ x_i \mid Г^{-1}\ \{x_i\} \subset N_0 \}\setminus N_0$, $N_2 = \{x_i \mid Г^{-1}\ \{x_i\} \subset N_0 \cup N_1\}\setminus N_0 \cup N_1$, …,

$$N_r = \{x_i \mid Г^{-1}\ \{x_i\} \subset \bigcup_{k=0}^{r-1} N_k \} \setminus \bigcup_{k=0}^{r-1} N_k,$$

где r – наименьшее целое, такое, что $Г\ N_r = \varnothing$.

Подмножества N_k образуют разбиение X и строго упорядочены отношением $N_k < N_l \leftrightarrow k < l$. Функция $O(x_i)$, определяемая условием $x_i \in N_k \rightarrow O(x_i) = k$, называется порядковой функцией графа без контуров. Составляется булева матрица графа (матрица инциденций отношения R). Составляется строка λ_0, в которой подсчитаны суммы строк матрицы. Нули в λ_0 дают вершины, которым не предшествует ни одна другая вершина. Эти вершины образуют уровень N_0 (например, p_1, p_2 – на рис.11).

Далее из сумм строк λ_0 исключаются значения, записанные в строках p_1,

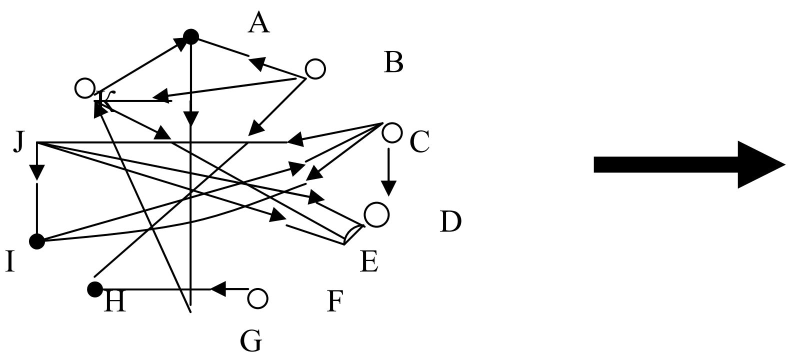
p_2 , и получаем строку λ_1, в которой нули из λ_0 заменены крестом. Появившиеся в строке λ_1 новые нули дают вершины, которым не предшествует ни одна другая вершина кроме удаленных (p_1, p_2). Эти вершины образуют уровень N_1 (p_3, p_4 ,p_5 – на рис.11) и т. д.

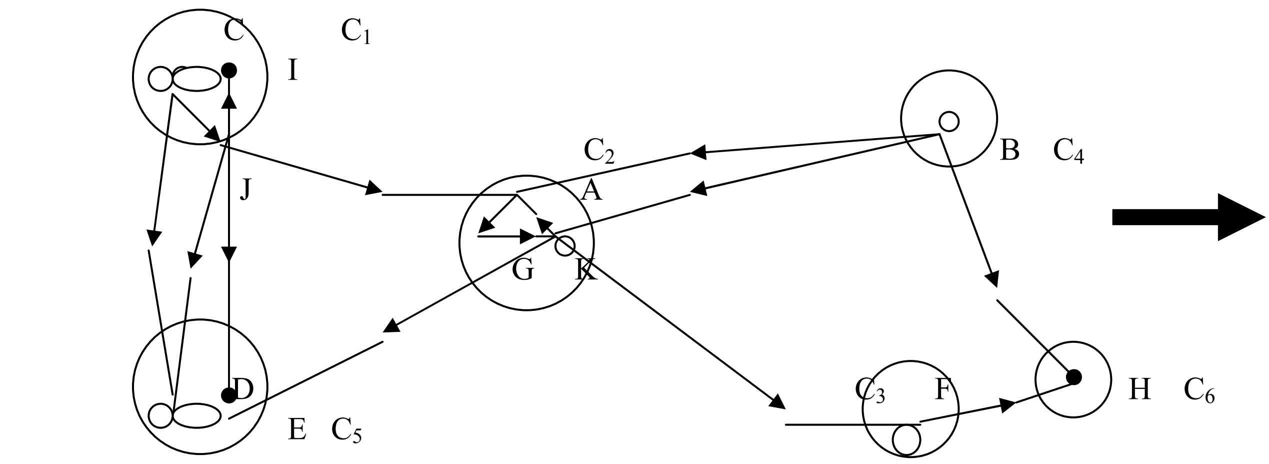
Когда граф содержит, по крайней мере, один контур, найдется строка λ_i , в которой невозможно добиться появления новых нулей. Этот факт дает средство для выявления контуров в графе.

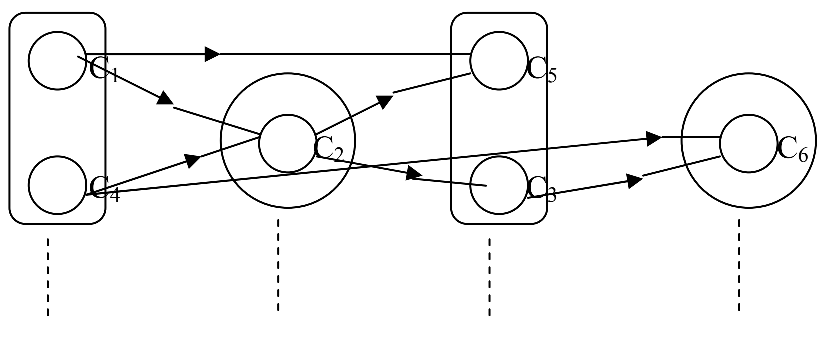
Чтобы получить порядковую функцию при обратном упорядочении уровней (справа налево), применяется та же процедура к транспонированной булевой матрице.

При этом выделяются наибольшие элементы порядка. Для графов с контурами строятся классы эквивалентности по отношению «существует путь из x_i в x_j и обратно» обычного графа (см. Приложение 2).

Эти классы являются максимальными обычными подмножествами для отношения эквивалентности. Они образуют порядок (полный или частичный). Если порядок полный, то имеем порядковую функцию, если частичный, то ищем порядковую функцию обычного графа без контуров, образующую эти классы (пример дан на рис.12).







N_0 N_1 N_2 N_3

Рис.12. Граф с контурами. Построение уровней порядка.

Ограничения 2-го типа связаны с объемом ресурса, который может быть выделен на реализацию проекта. Обозначим v(t) – вектор ресурса, который может быть выделен на выполнение проекта в год номера t; u^i (t) – доля работ номера i, которую планируется выполнить в год номера t (0≤ u^i (t) ≤ 1; q^i (u^i (t)) – вектор ресурса, который может быть выделен для выполнения работы u^i (t).

Тогда ограничения 2-го типа записываются в следующем виде:

$$\sum q^i(u^i(t)) \le v(t) \quad \forall(t) \qquad (15)$$

Если v (t) заданы, то задача формулируется в следующем виде: для каждого интервала t должны быть указаны перечень работ и доля u^i (t) этих работ (например , в десятичной шкале) , которую необходимо выполнить,

чтобы суммарное время осуществления проекта было минимальным.

Это задача дискретного программирования. Её решение методом полного перебора требует очень больших затрат времени (при большом числе работ), поэтому используют эвристические методы, например, устанавливают ранжировку работ. Применяют различные методы ранжирования (метод Черчмена - Акоффа, метод весовых коэффициентов и т.п.). Более подробно эти вопросы рассмотрены в разделе, посвященном проблеме принятия решений.

3.3.Модели и моделирование

Любые методы системного анализа опираются на математическое описание изучаемого объекта (процесса). Точность модели определяется требованиями, предъявляемыми к исследованию, соответствием получаемых результатов наблюдаемым. Построение модели – процесс неформальный, зависящий от опыта исследователя. Построение модели опирается на экспериментальный материал, т.е. имеет феноменологическую основу. Модель должна быть адекватна, т.е. правильно отражать изучаемое явление. Она должна быть удобной для исследования, поэтому степень детализации модели, форма ее представления определяются целями исследования и симпатиями исследователя. Обобщение опытного материала – не единственный способ построения математической модели. Важную роль играют теоретические модели, описывающие частные явления из общих. Новый экспериментальный материал может привести к уточнению модели или к качественно иной модели, при этом старая модель делается асимптотической, т. е. верной в пределе по некоторому новому параметру (пример со специальной теорией относительности: если $v^2 / c^2 \to 0$, то приходим к ньютоновской механике).

В настоящее время выработан ряд общих принципов и подходов, используемых при моделировании. Основная трудность при этом состоит в выделении реальных (существенных) изменений (взаимодействий, параметров) из множества допустимых, а также в том, чтобы сформулировать принципы отбора, что является предметом задачи идентификации. При математическом моделировании проводится описание принципов отбора в тех терминах и переменных, которые наиболее полно характеризуют предметную область. Принципы отбора сужают множество возможных траекторий движения (поведений) и делают прогноз на основе модели более точным. В разных областях знания принципы отбора разные. Обычно выделяют три уровня организации: неживые системы, биологические системы и социальные системы (общество, человек), что обусловлено качественно различными принципами отбора реальных движений (поведения) на этих уровнях. На нижнем уровне (неживые системы) основными принципами отбора являются законы сохранения вещества, импульса, энергии и т. д.

Любое моделирование должно начинаться с выбора основных (фазовых) переменных, с помощью которых записываются законы сохранения. Для дальнейшего сужения множества допустимых движений следует учитывать принципы минимума диссипации энергии, устойчивости, 2-й закон термодинамики, а также всякого рода условия и ограничения, определяемые типом задачи. Построение модели опирается на принципы отбора и, в свою очередь, формирует новые принципы. На этом уровне ограничения, определяемые принципами отбора, носят физический характер. Основным механизмом поддержания равновесия на уровне неживой материи является энтропийный механизм, а именно: система, взаимодействующая со средой, может сохранять равновесие только путем увеличения энтропии. Так как энтропия является мерой неопределенности в системе, то система сохраняет равновесие, разрушаясь.

На уровне живой материи законы сохранения также справедливы, однако основные переменные оказываются уже другими. Например, для биологической макросистемы ее поведение определяется в терминах существования сообществ биологических видов; законы сохранения вещества и энергии выражаются в терминах трофических связей (уровней) ,т.е. кто кого ест и в каком количестве. Для живой материи свойственны целесообразные действия, поэтому вводятся понятия обратной связи и информации. Наряду с энтропийным механизмом поддержания равновесия, появляются новые: гомеостатический и морфогенетический. Гомеостатический основан на поддержании стабильности (гомеостазиса), т. е. той области значений внешних параметров (параметров среды), внутри которой возможно существование организма. Достигается это или изменением функций в ответ на внешнее воздействие, или изменением окружающей среды. Любая живая система обладает рецепторами (датчиками, сенсорами), позволяющими ей оценивать свое положение относительно границы гомеостазиса (x) и способностью к определённым действиям (u). Получая информацию (сигнал) из окружающей среды, она формирует свои действия в зависимости от характера информации с помощью обратной связи так, чтобы остаться в области гомеостазиса:$u=f(x)$.Морфогенетический механизм связан с перестройкой структуры системы и новым ростом и проявляется, когда возможности гомеостатического механизма исчерпаны. Эти механизмы порождают новые принципы отбора поведения, не выводимые из принципов, определяющих движение в неживой природе.

Биологические системы относятся к классу управляемых систем рефлексивного типа. Управляемых – так как они содержат свободные функции, находящиеся в распоряжении этих систем, и используют их для достижения своих целей. При этом основной целью систем является выживание, которое возможно только при сохранении равновесия со средой. Рефлексивность означает рефлексивность функции поведения (зависимость рефлекса от возбуждения), описываемой простой зависимостью вида: реакция = f (сигнал).

При описании функционирования биологических форм организации материи важную роль играет понятие «организм» - система, обладающая собственными целями и способностью (ресурсом) для их достижения, т. е. целенаправленными действиями. Только организм способен индуцировать петли обратных связей. Введением принципа обратной связи и его исследованием мы обязаны трудам Н. Винера. Таким образом, описание биосистем основывается на законах сохранения и системе обратных связей, которые часто называют функциями поведения. Гомеостатический и морфогенетический механизмы компенсируют влияние энтропийного механизма, т. е. тенденцию к разрушению. Для этого используется управление и информация. Управление, т. е. петля обратной связи со средой, выбирается так, чтобы остаться в границах гомеостазиса, т. е. сохранения равновесия со средой. Информация используется следующим образом: из множества возможных ответов на воздействие среды система выбирает такой, которому соответствует максимум количества информации. Отметим, что количество информации является мерой уменьшения неопределенности в системе, т. е. система отвечает так, чтобы максимально уменьшить неопределенность, т.е. скомпенсировать энтропийный механизм. Конечно, компенсация является неполной, так как среда вносит возмущения в систему и постоянно сдвигает равновесие, так что вместо гемеостаза наблюдается гемеокинез и система разрушается (точка равновесия оказывается за порогом жизни системы). На уровне биосистем обнаруживается противоречивость целей нижних уровней целям более высокого уровня. Сказанное относится и к искусственным техническим системам. Наряду с физическими ограничениями особенно важными становятся критериальные ограничения, предъявляемые людьми (например, при проектировании). Если первые практически не поддаются изменению (возможно только изменение условий, в которых действует система), то вторые не являются жесткими и могут быть изменены.

На социальном уровне организации материи гомеостатический механизм проявляется в форме выработки, принятия и реализации решений, возникает новое явление - трудовая деятельность, поэтому при построении моделей в этой области мы должны пользоваться экономическими категориями (терминами). Рассмотрим простейшую экономическую модель Леонтьева, использующую законы сохранения (в виде балансовых соотношений):

$$x=Ax+y \qquad (16)$$

где x- вектор производимой продукции; $A=\{a_{ij}\}$- матрица прямых затрат (т. е. количество продукции вида j для производства единицы продукции вида i), y – вектор конечного продукта (который используется на инвестиции, потребление, накопление и т. п.).

Модели поведения социальных систем уже не описываются простыми функциями рефлексивного типа. При моделировании таких систем необходимо учитывать процедуры обработки информации из-за их сложности, длительности, запаздывания и т. п., но главное, из-за изменения характера поведения, которое описывается в терминах принятия решений на основе получаемой информации. Решение зависит от информации сложным образом, описывается сложным оператором, при этом зависимость не является однозначной. Кроме того сложность связана с тем, что любая группа, любой отдельный человек в рамках социальной системы имеют свои цели и средства их достижения. Основными целями таких систем являются сохранение (улучшение) условий функционирования, расширение системы, минимизация усилий на достижение целей. Обратные связи, возникающие в социальных системах, не могут быть описаны с помощью функций поведения рефлексивного типа. Когда возможности системы в рамках гомеостатического механизма исчерпаны, используется морфогенетический механизм (перестройка, реорганизация системы). Процессы функционирования таких систем не могут быть формализованы и для их описания используются поведенческие модели, полученные на основе экспертных оценок. При этом основное назначение моделей – качественное описание, позволяющее оценить допустимые границы действий, тенденции развития.

По характеру и способу использования параметров, а также их возможностям математические модели можно разделить на три группы:

а) модели без управления, предназначенные для описания поведения , которые не содержат свободных параметров или функций. К их числу относятся большинство прогностических моделей с заданными начальными условиями. Модели этого типа могут быть стохастическими, например, содержать случайные величины и функции; в простейшем случае они имеют вид дифференциальных уравнений 1-го порядка:

$$\dot{x} = f(x, t, \xi), \qquad (17)$$

где ξ- случайный вектор с неизвестным законом распределения. В этом случае определяются не отдельные траектории, а их статистики, например средние значения.

б) Оптимизационные модели:

$$\dot{x} = f(x, t, u), \qquad (18)$$

где u(t) – управление, выбор которого осуществляется субъектом из условия достижения заданной цели. Распространенный класс задач, описываемой данной моделью, формулируется в виде:

$$x_0 \to x_T \quad \int_0^T F(x, u, t)\, dt \to \min,$$

т. е. перевести систему за время T из состояния x_0 в состояние x_T так чтобы затраты были минимальными.

в) модели для анализа конфликтных ситуаций. Пусть поведение системы определяется действиями нескольких субъектов, в распоряжении которых имеются управления u, v, w…. Тогда модель имеет вид: $\dot{x} = f(x, t, u, v, w, \ldots),$

(19)

причём управления выбираются из условий:

$$\int_0^T F_1(x, u, v, w, \ldots, t)\, dt \to \min, \quad \int_0^T F_2(x, u, v, w, \ldots, t)\, dt \to \min, \qquad (20)$$

каждое из которых отражает определенные интересы того или иного субъекта.

Эти модели описывают класс систем, называемых кибернетическими, которые являются обобщением управляемых систем и имеют более сложное поведение. Если с управляемой системой ассоциирован один субъект, то с кибернетической – целая группа субъектов, обладающих собственными целями и способных оказывать влияние на систему в целом. Кибернетическая система описывается уравнением вида:

$$\dot{x} = f(x, t, u, v, w, \ldots, \xi), \tag{21}$$

где ξ (t) – случайная функция.

Перечисление модели не исчерпывают всех ситуаций. Системный анализ изучает ситуации, которые не могут быть формализованы и для изучения которых необходимо включение в модель эксперта, т. е. описание является субъективным, основывается на его целях и представлении о ситуации. Более подробно эти вопросы будут изложены в разделе, посвященном принятию решений (см.гл.5).

Рассмотренная классификация моделей учитывает лишь один аспект, а именно описательные (дескриптивные) возможности модели. С позиций исследования систем и выделенных в § 3.1 типов проблем целесообразно различать модели поведения, модели программы и модели структуры. При этом, говоря о модели, имеют в виду, что наблюдается подобие систем (оригинала и модели), т. е. одну можно при решении некоторых проблем использовать вместо другой.

В случае моделей поведения эквивалентно лишь поведение, программы и структуры могут быть различны. В случае моделей программ из подобия программ вытекает подобие поведения (так как программа задает поведение). В случае моделей структуры из подобия структур вытекает подобие поведения и подобие программ.

Основу для определения понятия модели образует отношение изофорфизма. Пусть имеются две системы S_1 и S_2 с различной деятельностью. Поведение S_2 является моделью поведения S_1, тогда и только тогда, если:

1) существует взаимно-однозначное соответствие между наблюдаемыми величинами S_1 и S_2 ;
2) можно установить взаимно - однозначное отображение между величинами S_1 и величинами S_2, в рамках которого все отношения между наблюдаемыми величинами S_1 эквивалентны отношениям между соответствующими величинами S_2 (по условию 1). Тогда говорят об изоморфизме между системами с точки зрения эквивалентного поведения. Отношение изоморфизма является рефлексивным, симметричным и транзитивным, т. е. представляет собой обобщенную эквивалентность (подобие).

Рассматривая модели поведения систем с точки зрения характера описания, можно выделить четыре типа моделей: структурно-параметрические, функционально-операторные, информационные и модели целевого управления. С каждым типом модели связан определенный «удобный» способ описания.

В моделях первого типа выход системы представляется в виде функции (функционала), зависящей от переменных, описывающих элементы системы и их взаимодействие:

$$y = f(x_i, R_{ik}) ; \quad i = 1,\ldots,m. \ k = 1,\ldots,n. \tag{22}$$

Этот тип модели соответствует микроописанию системы, когда детально рассматривается структура подсистем.

В моделях второго типа выход системы представляется как результат действия последовательности операторов.

$$y = R_n \circ \ldots \circ R_2 \circ R_1 x, \tag{23}$$

где x – входное воздействие; R_1, R_2,…, R_n –операторы, описывающие процесс преобразования входных элементов. Эта модель соответствует алгоритмическому описанию поведения системы.

Для моделей третьего типа:

$$I_1^{(n)} = F_1 (I_2^{(n-1)}, K^{(n-1)}); I_2^{(n)} = F_2 (I_1^{(n)}, K^{(n)}), \quad (24)$$

где I_1, I_2 – информация на входе и выходе систем, соответственно; F_1, F_2 – функции (функционалы); n – порядок итерации; K – критерии, характеризующие условия «останова» процедуры. Эта модель соответствует схеме имитационного моделирования для определения гипотетической структуры и поведения системы.

Для модели четвертого типа выход системы представляется в виде:

$$Y= F(C_i , Y_j, O_m) \quad (25)$$

где C_i – набор целей; Y_j – набор условий; O_m – набор ограничений. Этот тип модели соответствует макроописанию системы как целого, когда игнорируется детальная структура системы.

При необходимости может быть установлена аналогия между приведенными моделями, заключающаяся в установлении соответствия между множествами переменных (первая модель), операторов (вторая модель), информации (третья модель), векторов, описывающих внешние взаимосвязи системы (четвертая модель).

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [4, 6, 7, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 24, 27, 29, 37, 38, 40, 42, 43, 44, 45, 48, 51, 52, 53].

Глава 4. Декомпозиция и агрегирование систем

А она все падала и падала.
Неужели этому не будет конца?

Льюис Кэрролл
(Алиса в Стране чудес).

Разложение системы на части называется декомпозицией. Обратная ей процедура составления системы из отдельных частей называется агрегированием. Декомпозиция является необходимой процедурой при решении проблем связанных с системами, в частности при анализе и синтезе систем. Агрегирование используется при проектировании систем, а также в задачах принятия решений.

4.1 Декомпозиция систем

При декомпозиции совокупность составных частей образует так называемое дерево целей (дерево решений, иерархическое дерево).

Основная проблема, которая возникает при декомпозиции системы – полнота соответствующего дерева целей. С одной стороны дерево должно быть достаточно полным для достижения цели анализа, с другой – простым, обозримым, удобным для использования, Степень детализации определяется целями анализа. Например, при диагностировании системы (автомобиля) степень детализации должна быть выше, чем при решении задачи конструирования новой системы. Дерево должно быть по возможности компактным с точки зрения цели анализа. Размеры «вширь» определяются числом элементов на каждом уровне, а «вглубь» - числом уровней. Процесс декомпозиции основан на изучении системы и является неформальной процедурой, на которую оказывают влияние симпатии ЛПР, его уровень информированности, стиль мышления т. п.

При выделении элементов одного уровня следует использовать следующие принципы:

- принцип существенности, т. е. включаются элементы, существенные для данного уровня (цели анализа);
- принцип однородности, т. е. включаются элементы, имеющие одинаковую важность (степень общности) по отношению к цели анализа (данному уровню);
- принцип независимости, т. е. элементы одного уровня должны быть взаимно независимы.

Процесс разбиения является итеративным. Если у эксперта (ЛПР) знаний недостаточно, то вводится элемент «все остальное», который в дальнейшем детализируется. Проверка однородности элементов данного уровня может быть проведена на последующих (более низких) уровнях анализа: число элементов на более низком уровне, замыкающихся на элемент более высокого уровня, должно быть примерно одинаковым для всех элементов более высокого уровня.

При определении размеров дерева «вглубь» т. е. числа уровней, существенным является то, насколько возрастает полезная информация о системе, необходимая для достижения целей анализа и насколько она точна. Более высокий уровень обладает большей степенью общности по сравнению с более низким (по отношению включения, соответствия, согласования). В некоторых случаях при выделении уровней удается использовать главный критерий, например: эффективность, затраты, время и т. п. Декомпозиция обычно заканчивается при достижении так называемого элементарного уровня, т. е. уровня элементов, которые нет смысла подвергать дальнейшему разложению (декомпозиции). В математических задачах понятие элементарности может быть определено формально (в алгебраической теории систем имеются соответствующие теоремы). В неформализованных задачах «элементарность» проверяется экспертом. Следует отметить, что декомпозиционное дерево не является однозначным и зависит от целей анализа. Например, такая система, как человек может быть рассмотрена на различных уровнях: анатомическом, физиологическом, соматическом, психическом и т. п., при это будут получаться разные декомпозиционные схемы. Степень детализации дерева зависит от степени информированности эксперта (ЛПР), т. е. уровня знаний, которыми обладает конкретный эксперт, а также от общего уровня в данной предметной области. Алгоритм декомпозиции включает следующие шаги:

1. Определение объекта анализа и его изучение;
2. Определение целей анализа;
3. Построение модели системы в виде фрейма (семантической сети);
4. Проверка элементов уровня на однородность, существенность, взаимонезависимость;
5. Проверка числа уровней на достаточность;
6. Проверка схемы на пригодность для решения поставленной задачи.

Фрейм – это структура (модель), представляющая данный объект (ситуацию, понятие) и учитывающая его характерные особенности. Например, если произнести слово «лаборатория» или «библиотека», то в памяти возникает соответствующее представление, содержащее характерные детали этих понятий, это и есть фрейм. При его построении используются отношения: являться (быть) элементом класса; составлять часть, иметь свойство, иметь, являться следствием и т. п. с указанием оценки важности элементов одного уровня. Если схема очень детальная, то на нижних уровнях получим семантическую сеть из-за существующей в реальном мире многозначности взаимосвязей объектов.

Стоит ли дальше детализировать – это вопрос затрат и достижения целей анализа. Обычно дерево строится для выбора каких-то вариантов. Поэтому степень детализации должна быть такой, чтобы можно было выбрать требуемое (допустимое) решение при определенных ресурсных ограничениях (в смысле затрат, эффективности, времени и т. п.). Когда решение выбрано, оно может уточняться. Сильно детализированные решения годятся скорее для реализации, чем для поиска новых вариантов. Полезным приемом является морфологический анализ (морфология – учение о форме), который предложен швейцарским астрономом Фрицем Цвикки в 1942г. Он состоит в составлении подробной классификации вариантов по разным срезам, например, по объектам применения, по характеру используемых методов и т. п. Затем составляется морфологическая таблица, комбинирующая эти узловые моменты друг с другом. Далее таблица конкретизируеся и выясняется, имеются ли для каждой комбинации разумные варианты решений.

При оценке технико-экономических и организационных решений в промышленности и экономике применяются критерии эффективности, затрат, времени, чтобы из их сопоставления вывести решение. В общем случае учитываются и другие типы критериев, например, политические, экономические, технологические, организационные, экологические, эстетические и т. п., что зависит от характера изучаемой системы. В таблице 9 приведены некоторые из критериев.

Таблица 9

Типы критериев принятия решений

Тип критериев	Разновидности критериев	Примеры
Технические	Пригодность, надежность, прочность	Свариваемость, износостойкость
Технико-экономические	Мощность, производительность, экономичность, временные затраты и инвестиции, эксплуатационные расходы, энергоемкость, основные фонды, оборотные фонды	Потребляемая мощность, установленная мощность
Социальные	Юридические нормы, человеческий фактор, политические последствия, жизненный уровень, возможность повышения квалификации, государственная помощь, социальные условия труда	Секретность, отношение к человеческому достоинству, защита мира, чистый доход, помощь многодетным семьям, «климат» в трудовом коллективе
Психологические	Навыки руководства, персональные особенности, поведение в коллективе	Готовность к риску, порядочность, коммуникабельность
Эстетические	Привлекательность, узнаваемость, целесообразность, действенность рекламы	Дизайн изделия, цвет изделия

Может оказаться полезным также обозначение уровней более общими понятиями следующего вида: уровень А – стратегии решений; В – классы (группы) методов; D – методы; Е – варианты решений;

Таблица 10

Виды (типы) оценок

Тип оценки	Область применения	Примеры
Точные числа	Технические характеристики, физические величины	Плотность материалов, электрическая мощность, масса детали, продолжительность технологической операции, покупная цена, сбережения
Приближенные числа (интервалы)	Прогнозы, сметные стоимости, плановые показатели, технико-экономические оценки	Потребление энергии в мире в 2000г., ожидаемый объем иногородних перевозок (чел/год), ожидаемый эффект от внедрения рацпредложения (руб.), экономия

		потерь, связанных с предотвращенным пожаром (руб.)
Относительные числа	Части, доли, сравнение того, что должно быть, с тем, что получилось, отношение будущего к настоящему	Дорожно-транспортные происшествия в %, отношение количества рождающихся мальчиков к девочкам (1 к 0,99), заболеваемость в %, выполнение плана в %, соотношение голов в футболе
Очки, пункты	Спортивные соревнования, выставки, контроль успеваемости, соревнования по профессиям, общественная деятельность	Фигурное катание, бокс – выигрыш по очкам, соревнование между бригадами
Оценки, баллы	Школьная успеваемость, оценка качества, упорядочивание	Школьные оценки от 1 до 5, количество дефектов, обнаруженных при дефектоскопии изделия, показатели качества, категории цен в предприятиях общественного питания
Словесные (нечеткие) оценки	Погода, эстетические оценки, технические оценки, политические оценки, юридические оценки, гуманитарные оценки	Туманно, пасмурно, со вкусом, уравновешенный, примерный, сомнительный, опасный

Возможны и другие обозначения для уровней. Например, при декомпозиции системы: цели системы→ функциональные подсистемы→ задачи подсистем→ процессы→ операции. При построении дерева оценок используются следующие интеграторы: цели→ критерии их достижения→ группы свойств→ показатели→ измеряемые величины и параметры. Обобщенные названия уровней определяются характером решаемой задачи.

Для оценки критериев могут применяться различные типы оценок. В таблице 10 приведены виды используемых оценок.

4.2. Проектирование систем

В этом параграфе рассмотрен процесс проектирования больших систем. Процесс проектирования систем включает три фазы (рис.13).

1. Формирование стратегии, или предварительное планирование при котором:
   - достигается соглашение о том, как определить решаемую задачу;
   - определяется миропонимание ЛПР (исходные предпосылки, предположения, система ценностей и познавательный стиль);
   - достигается соглашение об основных методах, используемых для интерпретации реальных фактов;
   - достигается соглашение о том, каких результатов ожидают заказчики и сами проектировщики;
   - начинается поиск и разработка вариантов.
2. Оценивание различных вариантов для определения того, в какой степени они удовлетворяют целям и стремлениям, сформированным на предыдущей фазе. Фаза включает:

- идентификацию результатов и следствий, свойственных каждому варианту;
- соглашение о том, что выбранные свойства и критерии для оценивания результатов отвечают поставленным целям;
- выбор моделей измерений и решений, которые будут использоваться для оценивания и сравнения вариантов;
- соглашение о методе выбора конкретного варианта;

3. Реализация. На этой фазе реализуется выбранный вариант (проект) системы. Фаза включает:
   - оптимизацию (определение наилучшего решения);
   - субоптимизацию (попытку оптимизации с объяснением того, почему наилучшее решение не может быть получено);
   - сложность, которая связана с тем фактом, что для разрешения задачи должно быть проведено упрощение реальности, но требование адекватности решения реальной ситуации предопределяет достаточную сложность решения;
   - конфликты, их разумное урегулирование, управление ими;
   - критическую оценку результатов, полученных от внедренного проекта системы;
   - возврат к началу цикла независимо от успеха или неудачи в получении ожидаемых результатов.

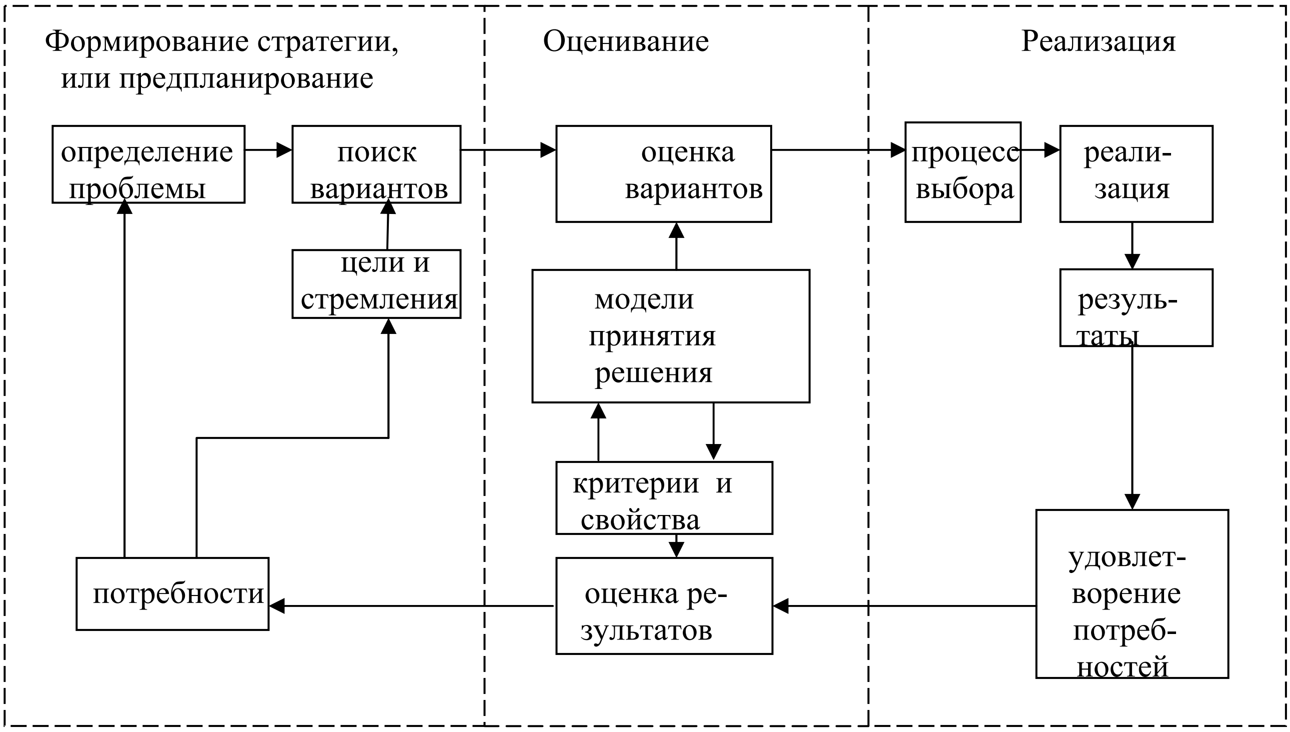


Рис. 13. Три фазы процесса проектирования систем.

Фаза 1. Формирование стратегии

Шаг 1. Определение проблемы. Определение проблемы тесно связано с другими функциями процесса проектирования. На него влияет миропонимание ЛПР, т. е. как

ЛПР интерпретирует реальные факты в рамках системы: «реальность – миропонимание – система познания – истина». На этапе определения проблемы определяется следующее: потребители, нужды которые должны быть удовлетворены; непосредственно потребности, подлежащие удовлетворению; способ определения степени удовлетворения потребностей; круг участников проекта: проектировщиков, планировщиков, ЛПР – всех тех, кто может влиять на проект или испытывать на себе влияние последнего (специальное внимание должно быть уделено рассмотрению интересов каждого участника); границы системы – любые предложения или ограничения, которые будут влиять на решение или его реализацию; объем имеющихся ресурсов по сравнению с требуемыми; разумные надежды на систему, а не безосновательный оптимизм тех, кто считает, что данный проект даст исчерпывающее решение проблемы.

Шаг 2. Исследование миропонимания потребителей и проектировщиков. Миропонимание ЛПР – это способ, которым воспринимаются и организуются разрозненные факты реальности. Соответственно, ЛПР должны быть осведомлены о миропонимании потребителей, чтобы предложить план, согласующийся с их потребностями и ожиданиями. Чрезвычайно важно также описать и понять миропонимание проектировщиков. При этом необходимо априорное согласование перед началом проектирования системы и согласования на каждом шаге процесса проектирования.

Шаг 3. Назначение целей. В процессе назначения целей и определения стремлений учитываются: потребности и желания; ожидания и стремления; взаимозамены, компромиссы и приоритеты; этические аспекты систем. Этот процесс затрагивает всех. Надо путем учета относительной важности интересов прийти к формированию целей, устраивающих всех. Процесс назначения целей включает рассмотрение поведения уже спроектированной системы, т. е. оценку ее влияния на потребителей, для которых она предназначена. Этические аспекты проектирования связаны с социальной ответственностью участников за результаты проекта. Этические вопросы возникают в связи с оцениванием выгод и вредных последствий. Важно сравнить эти противоречивые результаты с целью увеличения пользы, выгод и минимизации вреда. Критерии оценки должны быть такими, чтобы выгоды достигались не за счет ущемления чьих-то интересов. Этические аспекты предполагают выполнение следующих предписаний: использовать ресурсы в целях общественного благополучия; выяснить, согласованы ли задачи, выдвигаемые заказчиками, с интересами последних; оценить последствия работы системы; определить оптимальный проект как всей системы в целом, так и всех подсистем; представлять, что оценки могут быть не только экономические. В процессе принятия решений интересы человека должны играть не меньшую роль, чем технические и экономические критерии.

При оценке последствий решения полезно ответить на следующие вопросы:

1) что выигрывает ЛПР при этом варианте решения (деньги, время, усилия, удовольствие, престиж и т. д.);
2) что теряет ЛПР при таком решении (деньги, время и т. д.);
3) какие новые задачи возникнут у ЛПР;
4) какие обязанности возникнут у ЛПР;
5) какая новая ситуация ожидает ЛПР;
6) каких побочных действий ЛПР должен ожидать (положительных и отрицательных);
7) принесет ли это решение пользу обществу, другим участникам;
8) принесет ли это решение вред;
9) возникнут ли новые проблемы;

10)потребуются ли новые решения.

Шаг 4. Поиск и разработка вариантов зависят от имеющихся ограничений на ресурсы и затраты (в том числе временные). Кроме того, он ограничен уровнем знаний проектировщика системы и тем фактом, что для выбора наилучшего варианта можно сравнить лишь небольшое число вариантов.

4.1. Варианты программы и взаимосвязи участников. Должны быть рассмотрены все участники, связанные с системой. Создаются матрицы «программы – участники (органы)», которые дают возможность проследить связи между программами и ЛПР, программами и потребителями, программами и затратами, затратами и их эффективностью и т. д.

4.2. Определение результатов. Выявляются результаты и следствия всех допустимых вариантов; желательно учитывать при этом вероятность (возможность) их появления;

4.3. Достижение согласия. Заказчики должны участвовать в определении стремлений так же как и в формировании вариантов.

Фаза 2. Оценивание.

Шаг 5. Определение результатов свойств, критериев, измерительной шкалы и модели измерений.

5.1.Определение результатов. Варианты приводят к выходам и результатам. Это наиболее трудный аспект процесса проектирования систем. Любой результат, который может быть обнаружен, подлежит измерению.

5.2. Определение свойств и критериев. Определение результатов не может быть оторвано от тех свойств, на основании которых эти результаты в дальнейшем смогут быть измерены. Количественные меры используются для оценки степени, в которой программы и варианты отвечают предварительно установленным целям, меры эффективности связывают фазу формирования стратегии и фазу оценивания в цикле проектирования. Задача проектировщика состоит в выборе подходящих мер эффективности для каждого результата. Свойства могут быть измерены путем измерения результатов того процесса, который они характеризуют. К выбору каждого свойства следует подходить критически в смысле соответствия используемой меры поставленным целям.

5.3. Определение измерительной шкалы. После определения свойств их надо измерить. Понятие «сила шкалы» относится к числу степеней свободы, которое присутствует в методе измерений. Простая классификация подразумевает использование простейшей шкалы – наименований. Если же свойства могут быть ранжированы, то переходят к порядковой шкале. В таблице 11 приведены используемые типы шкал.

5.4. Определение модели измерений. Модели используются для перехода от наблюдений к числовым функциям, описывающим изучаемые свойства. Эти модели включают средства объяснения событий и позволяют обосновать стратегию формирования решений.

5.5. Определение пригодности данных. Надо оценить источники информации, их соответствие целям проекта и достоверность.

Таблица 11

Типы измерительных шкал

Шкала	Действие	Математическое соотношение	Допустимое преобразование	Примеры
Наименований	Установление	x = z	Замена типа	Присвоение

	равенства или эквивалентности номеров	$x \neq z$	$y = z$	номеров для опознавания; классификация и таксономия (схема расчета, нумерация гоночных автомобилей)
Порядковая	Построение упорядоченного класса или установление соотношений неравенства между числами	$X < Z$ $X > Z$	$Y=f(X)$, где f-монотонно возрастающая функция	Определение качества материалов; твердость; установление соотношений предпочтения
Интервальная	Установление равенства интервалов	$X\text{-}V = W–Z$ $X\text{-}V \neq W\text{-}Z$	$Y= a + cX$ (две степени свободы)	Энергия, энтропия, потенциал
Оношений	Установление равенства отношений	$X/V=W/Z$ $X/V\neq W/Z$	$Y= bX$ (одна степень свободы; существует абсолютный нуль)	Числа, длина, вес и другие физические величины

Примечание: строчные буквы в табл. 11 обозначают номера; прописные – числа.

Шаг 6. Оценивание вариантов. На этом шаге основное внимание уделяется используемой модели, которая зависит от имеющейся информации. Она может состоять из списка рекомендаций или быть достаточно формализованной. С использованием формализованных моделей возрастает опасность отклониться от реальности. Имеется несколько типов моделей: модели измерений; модели принятия решений (одно или многоцелевые), дающие стандартную процедуру сравнения ресурсов и результатов, входов и выходов системы; модели достижения компромиссов, позволяющие оценить сравнительные достоинства конфликтных целей и результатов; многомерные модели для оценивания сложных вариантов по нескольким характеристикам; оптимизационные модели, для построения которых требуется описание системы в целом, однако они дают возможность получить лишь локальный экстремум; модели оценок и достижения согласия, используемые при количественном измерении мнений и переходе к обобщенным оценкам; модели диагностирования для описания поиска сбоев в работе систем; модели таксономии, позволяющие ранжировать системы по классам.

Шаг 7. Процесс выбора. Различные варианты ведут к одному проекту. Результат достигается путем объединения технических, экономических, социальных и политических аспектов в одном проекте для того, чтобы сделать его практичным, осуществимым и приемлемым для потребителей.

Фаза 3. Фаза реализации

Шаг 8. Реализация выбранных вариантов.

8.1. Реализация решения – самый трудный этап. Противоположные цели, невозможность четко определить модели открытых систем – все это не позволяет

достичь оптимума, теоретически соответствующего такой модели. В лучшем случае можно достичь локального экстремума, который не отвечает всем критериям оптимальности. Неизбежен переход к субоптимизации.
8.2. Узаконивание и согласование. Одобрение и реализация проекта системы начинается с одобрения целей и возможных вариантов заказчиком системы и формирования стратегий решения. Предложения проектировщиков и заказчиков совместно анализируются и таким образом разрешаются конфликты.
8.3. Эксперты и экспертиза. Эксперты играют центральную роль в проектировании и реализации систем при согласовании мнений участников.
Шаг 9. Управление системами. Оно предполагает сравнение выходных сигналов и результатов с имеющимися на них стандартами. Кроме того, необходимо располагать возможностью регулирования и подстройки системы – приведения ее к расчетному режиму так, чтобы обеспечивать стабильность и движение системы к поставленным целям.
Шаг 10. Проверка и переоценка. Проверка результатов приводит к реализации проекта системы, т. е. включает обратную связь от фазы реализации к фазе формирования стратегии, которая оказывает воздействие после проведения оценки полученных результатов.

4.3 .Информационный аспект изучения систем

Функционирующей системой необходимо управлять, т. е. регулировать ее работу так чтобы параметры системы приближались к намеченным. Физические системы можно изучать в стационарных условиях, к высокоорганизованным системам такой подход неприемлем. В этом случае мы стремимся к определенной цели и ищем возможность саморегулировать системы, что зависит от характеристик компонентов системы и их взаимосвязей. В сложных системах поведение определяется двумя факторами: эволюцией системы под влиянием общих закономерностей и директивными действиями (решениями) людей. Отсюда ясно, что степень информированности, или, как говорят, уровень информации о системе, играет очень важную роль. Недостаточная или неправильная информация может привести (как отмечалось в § 2.4.) к изменению свойств системы, нарушить ее функционирование. «Связь – это управление» - идея Н. Винера, отца кибернетики, или «науки об управлении». Винер осуществил математическую разработку теории, которая показала, что управление в системе зависит от имеющейся информации.

Замкнутые (закрытые) системы при своем функционировании стремится к состоянию равновесия, в котором энтропия максимальна, т. е. в конечном счете, энтропийный механизм равновесия приводит к разрушению и дезорганизации работы системы. В открытых системах эта тенденция может быть устранена путем придания системе «негэнтропии», или количества информации, а именно, из множества возможных ответов на воздействие среды система выбирает тот, которому соответствует максимум количества информации. Таким образом, в данном случае система переводится в состояния, которые характеризуются большей степенью организации и сложности. В сложных системах наряду с энтропийным механизмом равновесия действуют другие механизмы: гомеостатическое равновесие и морфогенетическое, которые способствуют сохранению системы как целого и ее функций.

Информационный аспект при исследовании систем и принятии решений характеризуются понятием информационной среды и опредеделяется четырьмя основными ситуациями: 1)определенность; 2)риск; 3)неопределенность; 4)нечеткость (неясность). Значение перечисленных понятий в данном случае определяется тем, какие данные имеет в своем распоряжении ЛПР и тем, как он понимает «истину».

В условиях определенности ЛПР имеет полную информацию о результатах (решениях), т.е. о множестве альтернатив, и о состояниях окружающей среды.

В условиях риска известны результаты и относительная вероятность возможных состояний среды.

В условиях неопределенности результаты также известны, но нет сведений о вероятности состояний среды. Мы имеем дело с четко определенным явлением, но не знаем, произойдет оно или нет.

В условиях неясности событие определено нечетко, и его трудно классифицировать.

Рассмотрим первые три ситуации на примере. Возьмем простой случай, когда ЛПР делает выбор между А 1 (брать зонт) и А2 (не брать зонт), если известны два состояния среды (природы), например, S1 и S2 - дождь или без осадков соответственно. Допустим, что ЛПР может приписать значения полезности каждому результату. Могут возникнуть четыре ситуации:

A1S1 – дождь и зонт (оценка 5);
A1S2 – без осадков и зонт (оценка 2);
A2S1 – дождь и без зонта (оценка 0);
A2S2 – без осадков и без зонта (оценка 8).

Этим ситуациям приписаны относительные значения полезности:5, 2, 0 и 8, где 0 – означает худший результат.

В условиях определенности состояния среды (природы) известны, т. е. ЛПР знает, идет дождь или нет, и действует соответствующим образом. В условиях риска известна вероятность того или иного состояния. Допустим, что вероятность дождя – 0,70, а того, что его не будет – 0,30. В этом случае ЛПР стремится выбрать решение, которое максимизирует «ожидаемую выгоду» (или выигрыш). Как показывает простое вычисление, ожидаемая полезность А1 больше, чем А2;

Ожидаемая выгода в условиях риска:

A1: 0,70*5+0,30*2=4,1;
A2: 0,70*0+0,30*8=2,4

В условиях неопределенности вероятности состояний неизвестны, и ЛПР вынужден использовать различные правила или критерии. Причем выбор связан во многом со стилем мышления ЛПР. К таким критериям относятся:

1) критерий равного правдоподобия (т. е. всем событиям приписывается одинаковая вероятность);
2) критерий минимакса (ЛПР минимизирует свои максимальные потери);
3) среднее взвешенное всех выигрышей;
4) критерий Гурвица (приписывает субъективные веса «оптимизм» и «пессимизм» максимальному и минимальному результатам каждого выбора) и т. п. Например, для критерия равного правдоподобия каждому состоянию приписываются значения вероятности 0,5. Ожидаемая выгода от выбора А1 – 3,5 и А2 – 4, т.е. выбор А2 более предпочтителен.

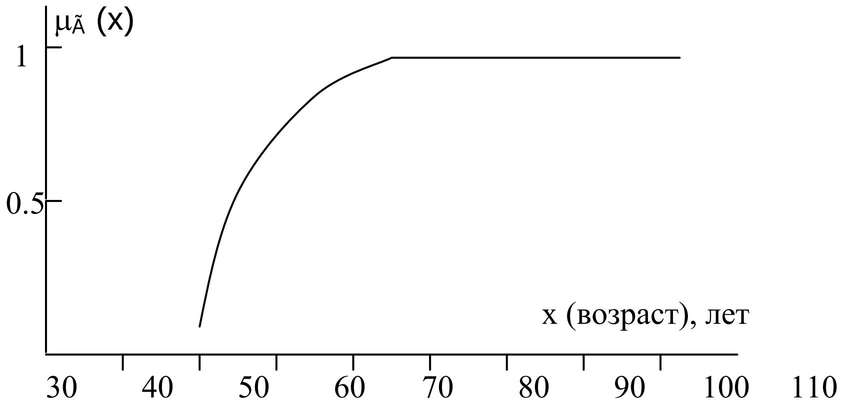


Рис. 14. Представление нечеткого понятия “старый”

Рассмотрим теперь отдельно четвертую ситуацию – неясности (нечеткости). Во всех предыдущих случаях мы допустили, что множество исходов четко разделено на два непересекающихся множества, объединение которых обеспечивает замыкание. Могут существовать лишь две возможности: есть дождь или нет. Другие промежуточные состояния исключаются, т. е. действует принцип исключенного третьего. Иными словами, мы заменили неопределенные высказывания точными. Предположим, что прогноз сформулирован менее определенно: «Утром кратковременный дождь» или « В течение дня временами слабый дождь» и т. д. Такое высказывание содержит неясные (нечеткие) понятия: «утром», «кратковременный», «в течение дня», «слабый», « временами». Отметим, что нечеткость может относиться и к оценке вероятности состояния среды; например, «есть дождь с довольно высокой вероятностью» или « с вероятностью немногим более 0,5» и т. д. Примерами нечетких понятий могут служить также понятия «молодой», «высокий», «богатый» и т. д. В реальных ситуациях мы очень часто пользуемся такими понятиями, которые имеют смысл нечетких словесных оценок (высказываний). Для их формализованного представления американский математик Л.Заде разработал теорию нечетких множеств. Пусть имеется исходное множество элементов Е. Нечеткое множество $\hat{A}$ задается парой $\{x, \mu_{\hat{A}}(x)$, где x – элемент из Е; $\mu_{\hat{A}}(x)$ – оценка степени его принадлежности нечеткому множеству $\hat{A}$, называемая функцией принадлежности. Если в обычном множестве для элементов имеется только две возможности: принадлежать или нет данному множеству, то в нечетком множестве имеется бесконечное число возможностей, задаваемых функцией принадлежности $\mu \in \{0. 1\}$. Проясним это на примере. Пусть надо представить в виде нечеткого множества понятие «старый». Множество элементов – это множество возрастов, измеряемых годами. Функция принадлежности нечеткого множества «старый» представлена на рис. 14.

Следовательно, если имеется множество объектов, и оно оценивается с точки зрения какого-то свойства, то функция принадлежности имеет смысл степени нормы, степени отклонения от нормы, степени истинности, степени важности объекта с точки зрения изучаемого свойства. В нашем примере ЛПР должен оценить значение функции принадлежности нечеткой ситуации (см. Приложение 3).

Таким образом, уровень информации о системе и окружающей среде весьма важен при исследовании системы, управлении и принятии обоснованных решений.

Информацию принято характеризировать с количественной и качественной стороны. Количество информации определяется как мера уменьшения неопределенности некоторой ситуации вследствие того, что становится известным исход другой ситуации. Качество информации характеризуется такими свойствами, как точность, полнота, достоверность (надежность), однозначность, согласованность и т. п.

К сожалению, в сложных больших системах приходится сталкиваться с ситуацией, когда имеющаяся информация недостаточна либо неточна (недостоверна).

В этом случае говорят о ее неполноте или нечеткости. Таким образом, понятие информации оказывается тесно связанным с понятиями энтропия, разнообразие, ограничения.

Дуальность «энтропия-информация». Энтропия определяется как мера неопределенности случайной ситуации, т. е. энтропия и количество информации являются взаимодополнительными понятиями. Винер выразил это следующими словами: «Как количество информации в системе есть мера организованности системы, точно так же энтропия – мера дезорганизованности системы. Одно равно другому, взятому с обратным знаком». Двойственность этих понятий можно проиллюстрировать рис.15.

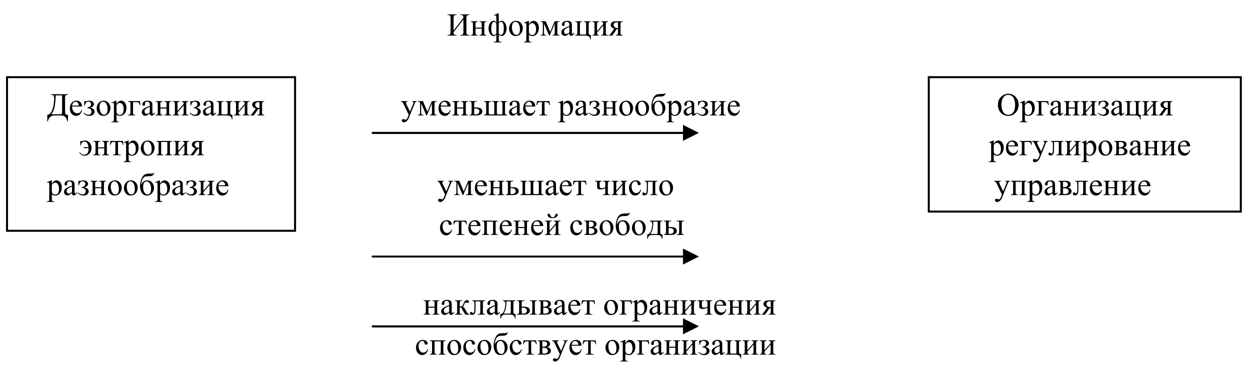


Рис. 15. Информация противодействует тенденциям системы к дезорганизации и возрастанию энтропии.

Разнообразие можно определить как количество различных возможностей или элементов в некотором множестве. Очевидно, чем больше разнообразие, тем шире выбор элементов, и тем меньше вероятность (возможность) выбора каждого из них. Энтропия, неопределенность и дезорганизованность увеличиваются с ростом разнообразия, но с увеличением степени организации разнообразие уменьшается.

Ограничения. Мир без ограничений был бы всеобщим хаосом. Хаос и обилие разнообразия уменьшаются с организацией, или наложением ограничений. Использование информации выполняет «избирательную функцию» среди допустимых вариантов системы путем уменьшения числа ее степеней свободы. На рис. 15 показано, как информация противостоит тенденциям системы к дезорганизации и способствует регулированию и управлению путем: уменьшения разнообразия, наложения ограничений, уменьшения числа степеней свободы системы, увеличения степени организации.

Часто наряду с термином «ограничение» используют» термин «условие». Условие обычно относят к наличию объектов и их атрибутов, необходимых для достижения цели, а ограничение связывают с количественной оценкой числа атрибутов и их значений.

Количество информации. Под информацией понимают сведения любого рода. Информация состоит из сообщений, а сообщения из - сигналов. Сообщение – форма представления информации (текст, речь, изображение, цифровые данные, электрические колебания и т. п.). Сигнал – форма представления информации, для передачи по каналу. Обычно на множестве сигналов задано распределение информации, которое можно использовать для передачи сообщений. Каждый сигнал может содержаться в сообщении с определенной вероятностью, которая зависит от структуры используемого языка. Неопределенность в этом случае характеризуется энтропией распределения вероятностей, которая определяется как мера неопределенности распределения вероятностей дискретной случайной величины.Ее выражение имеет вид:

$$H(X^n) = -\overline{\log\ P(X^n)} = -\sum P(x^n) \log P(x^n), \qquad (26)$$

где $X^n = (x_1,\ldots, x_n)$ – n-мерная случайная величина; $P\ (X^n)$ – вероятность того, что эта величина примет значение $X^n = (x_{1,\ldots,}\ x_n)$; суммирование ведется по всему множеству значений X^n. В частном случае одномерного распределения (n=1) энтропия имеет вид:

$$H(X)= \overline{-\log P(X)} = -\sum P(x) \log P(x). \qquad (27)$$

Пусть для i-го сигнала вероятность быть переданным равна p_i

1.Количество информации в i-м сигнале:

$$H_i = -\log_2 p_i,\ \text{бит}, \qquad (28)$$

где H_i – мера неопределенности того, что передается i-й сигнал.

2. «Ожидаемое» количество информации в сообщении по (27) равно:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i,\ \text{бит}, \qquad (29)$$

т.е. сумме произведений количества информации, содержащейся в сигнале, и вероятности присутствия последнего в сообщении. В результате получаем среднюю меру неопределенности сообщения в целом. Эти определения легко расширить на случай источника в целом и составляющих его сообщений. В этом случае распределение вероятностей определено на множестве сообщений. Таким образом, можно определить количество информации, передаваемое источником сообщений. В ответ на поступающие внешние воздействия канал связи должен выработать отклик – один из многих возможных вариантов отклика, каждый из которых соответствует заранее установленным целям системы, хранимым в ее памяти. Система действует как регулятор, выбирая из множества возможных выходных сигналов тот, который наилучшим образом совместим с целью системы. Рассмотрим случай, когда имеется восемь возможных вариантов. Начнем процесс выбора оптимального варианта, соответствующего целям системы, с разделения множества из 8 вариантов на два непересекающихся множества по четыре варианта в каждом. Это уменьшает меру неопределенности ситуации с величины H_4 до величины H_3, т.е. на 1 бит:

$$H_4 = -\log_2 1/8 = 3\ \text{бит}, \qquad (30)$$

H_3= -log $_2$1/4=2 бит. (31)

Продолжим процесс выбора, переходя от множества их 4-х вариантов к множеству из 2-х вариантов; при этом мера неопределенности ситуации уменьшиться с H_3 до H_2:

H_2= -log $_2$1/2=1 бит. (32)

Процесс выбора будет закончен и будет достигнута полная определенность, когда будет сделан выбор между двумя оставшимися вариантами. Итак, в результате реализации процесса выбора от множества из 8 вариантов к единственному варианту мера неопределенности была уменьшена на 3 бит, иначе говоря, было получено 3 бит информации. Сообщение, несущее 3 бит информации, уменьшило бы число степеней свободы до 0. Ожидаемое количество информации в сообщении (или передаваемое источником), есть сумма:

$$\mathrm{H} = -\sum_{i=1}^{8} 1/8 \log_2 1/8 = -8 \cdot 1/8 \log_2 1/8 = 3 \quad \textit{бит}.$$

(3

Стадия 1 Стадия 2 Стадия 3 Стадия 4

(8 вариантов) (4 варианта) (2 варианта) (1 вариант)

Н=3 бит Н=2 бит Н=1 бит Н=0 бит

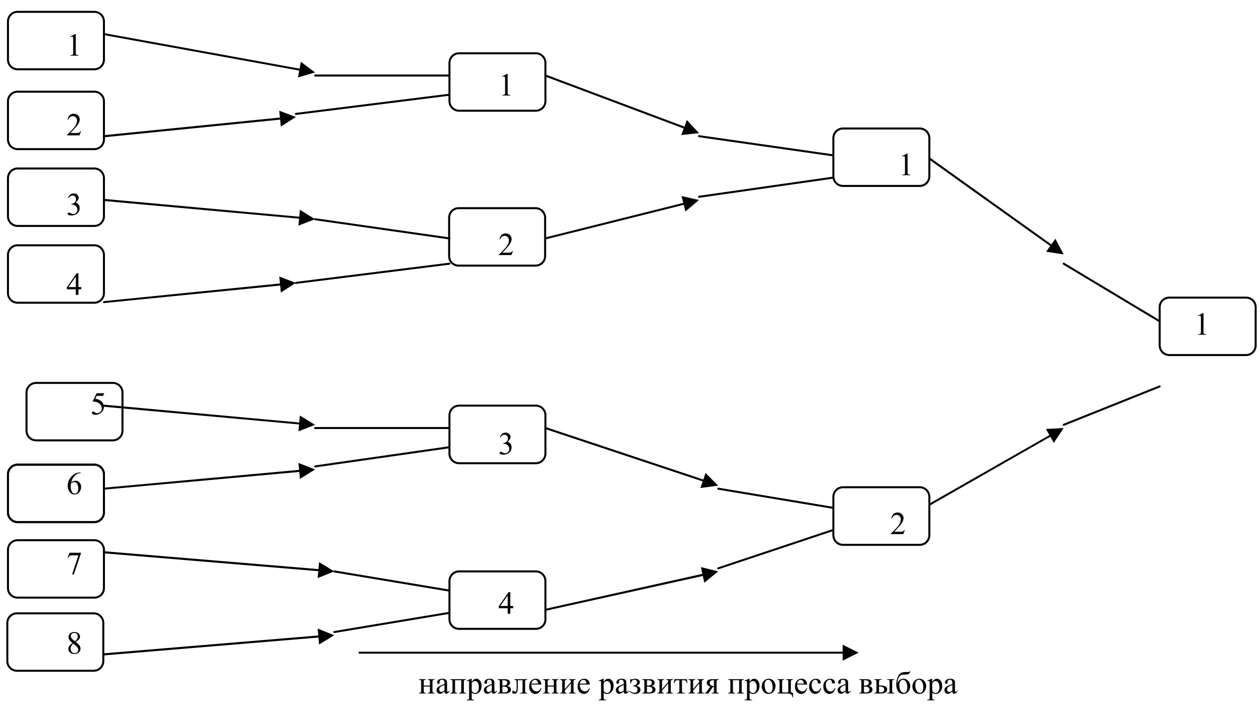


Рис. 16. Уменьшение неопределенности путем последовательного принятия решений по выбору вариантов

Обратные связи. Любая система (организм, техническая конструкция, социальный объект) может входить в систему более общей природы – экосистему (экологическую систему). Общие принципы управления можно познать, исследуя поведение экосистем. Экосистемы имеют следующие характерные свойства:

а) наличие обратных связей;

б) содержат “предысторию”, т.е. реагируют не только на текущие, но и прошлые события. В отличие от технических систем, создаваемых на основе уже существующих неизменяемых частей, экосистемы развиваются во времени. Происходящие при этом эволюционные изменения и приводят к зависимости настоящего экосистемы от ее прошлого;

в) нелинейности, возникающие из-за различного рода запаздываний, порогов, ограничений.

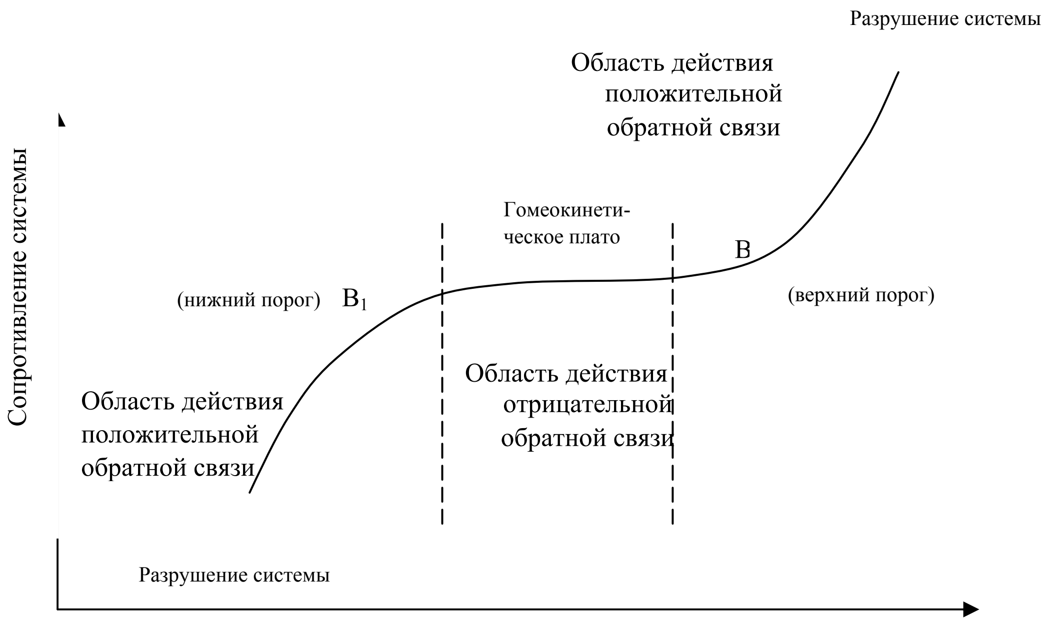
Поведение экосистем определяется их свойствами. Живые системы являются динамическими, т.е. изменяются с течением времени. В этих системах могут присутствовать два типа обратной связи – отрицательная и положительная. Отрицательная связь уменьшает выходной сигнал при увеличении сигнала на выходе. Положительная – увеличивает. Отрицательная связь является механизмом автокоррекции системы и способствует ее адаптации к внешним возмущениям. Однако поведение сложных систем нельзя описать простыми моделями, так как имеют место временные запаздывания и задержки, т.е. смещение во времени момента проявления изменений. Когда они действуют совместно, то это ведет к серьезным последствиям и к потери устойчивости.

Для описания динамического равновесия в сложных системах используется понятие гомеостаза (термин из биологии) и гомеостатического равновесия (набор правил поведения для поддержания системы в устойчивом состоянии). Строго говоря, системы находятся в состоянии развития (гомеокинеза), поэтому живые системы постепенно вырождаются и умирают. Для каждой системы существует устойчивое состояние динамического равновесия, к которому она стремиться, но никогда не может достичь. Процесс ввода энергии в систему и обработка информации имеют целью остановить тенденцию перехода в состояние с большей энтропией. Способность системы оставаться в области устойчивости называют живучестью системы. Адаптивными являются системы, которые изменяют свое поведение так, чтобы оставаться в области устойчивости даже при наличии внешних воздействий. Производя изменения в сложных системах, надо действовать очень осмотрительно и учитывать следующие факторы:

1. Принципиальную взаимосвязь между природой самой системы и природой пагубных для нее влияний и часто весьма тонкий их баланс;
2. “Пространственную” и “временную” память системы, которые увеличивают риск вызвать непредвиденные последствия в пространстве и времени (часто весьма отдаленные от места и времени производимых изменений);
3. Непостоянный характер границ области устойчивости системы, что не позволяет точно предсказать последствия воздействий на область устойчивости и живучесть системы.

Совет, даваемый экологией и рекомендуемый проектировщикам систем: стремиться в первую очередь к избежанию неудачи, а не к достижению успеха. Т.е. прежде всего надо стремиться минимизировать неожиданные и пагубные последствия от возможных действий. Это смещает акцент от увеличения эффективности к достижению живучести системы.

Оптимальное дозирование управляющих воздействий. С понятием гомеокинетического плато (см. рис.17) тесно связана идея о том, что для каждой системы существует оптимальное дозирование управляющих воздействий. Надо избегать двух крайностей: недостаточное либо чрезмерное управления, которые могут вывести систему из состояния равновесия в нестабильное состояние. В случае недостаточного управления мы находимся в области положительной обратной связи, ведущей к полному разрушению системы. Введение же в систему чрезмерных управляющих воздействий подавляет инициативу.



Управляющее воздействие на систему

Рис. 17. К назначению функции управления – удержание системы на гомеокинетическом плато

С точки зрения общественных и экономических систем управление следует отождествить с поддержанием общества (экономики) в приемлемых рамках. Управление можно также определить как регулирующую деятельность, направленную на удержание системы в области устойчивого равновесия, т.е. между порогами B_1 и B_2 на рис.17.

Требуемый уровень управления включен в закон необходимого разнообразия Эшби, который основан на математической теории связи К. Шеннона. Данный закон постулирует необходимость соответствия возможностей подсистемы управления (или ЛПР) по обработке информации и той информации, которая предоставляется ему системой для выработки управляющих воздействий. Формально закон может быть записан в виде неравенства:

$$\frac{\text{\textit{Общее многообразие в поведении системы}}}{} \geq \frac{\text{\textit{Многообразие возмущений}}}{\text{\textit{Многообразие управлений}}},$$

т.е. ограничить многообразие в поведении системы вне зависимости от внешних помех можно, только увеличив многообразие управлений.

Методы и модели представления информации в системах. В больших системах объем информации, поступающий в систему и требующийся для выработки управленческих решений, настолько велик, что необходимо ее упорядочение. Для этого используются компьютерные банки и базы данных и знаний. Наиболее известные модели представления данных – реляционная модель, иерархическая и сетевая. Представление знаний основано на следующих методах: продукции (правила), фреймы, семантические сети, логика предикатов 1-го порядка. Перечисленные методы относятся к области инженерии знаний и используются при создании и функционировании экспертных (советующих) систем различного назначения. Обзор этих методов можно найти в [38].

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [4,6,10,13,15,24,27,37,38,40,42,43,49,50].

Глава 5. Принятие решений в сложных системах

- Если бы это было так, это бы еще ничего, а если бы ничего, оно бы так и было, но так как это не так, так оно и не этак! Такова логика вещей! – воскликнул Траляля.

Льюис Кэрролл (Алиса и Зазеркалье)

5.1.Классификация задач принятия решений. Структура системы принятия решений.

Под принятием решения понимается выбор одного или нескольких вариантов решения проблемы из некоторого исходного множества вариантов (альтернатив), Это множество будем называть множеством альтернатив X, а любое решение из него – альтернативой x: $x \in X$. Поэтому часто говорят о задаче выбора. Последствием принятия решения назовем событие (исход), на возможность появления которого влияет данное решение. Система предпочтений – совокупность правил, устанавливающих приоритеты при выборе из множества альтернатив. Решение – подмножество множества альтернатив, образованное на основе системы предпочтений. Лицо, принимающее решение (ЛПР) – субъект, задающий приоритеты, в интересах которого принимается решение. Как правило, ЛПР стремится получить наилучшее (оптимальное, удовлетворительное) с его точки зрения решение. Выбор решения зависит от информации, имеющейся у ЛПР о данной предметной области, а также от того, как он устанавливает приоритеты, т.е. от его стиля мышления, стратегии поведения. Например, один любит рисковать, другой чрезмерно осторожничает, третий предпочитает “золотую середину” и т.п. Таким образом, ЛПР обладает некоторой свободой выбора. Однако, если он не будет учитывать особенности решаемой проблемы, то полученное решение может сильно расходиться с реальностью и привести к отрицательным последствиям.

Процесс принятия решений целесообразно рассматривать как систему, состоящую из некоторого набора типовых подсистем (этапов) и их элементов (процедур, действий, операций), взаимодействующих

Таблица 12

Подходы к структуризации процесса принятия решения

1. Теория полезности	Предварительный анализ: изучение проблемы и возможных вариантов действий; структурный анализ: осуществление качественной структуризации проблемы, построение дерева решений; анализ неопределенности: оценка значений вероятности для ветвей, составляющих дерево решений, анализ ценности (полезности), установление численных значений полезности последствий, связанных с реализацией того или иного пути на дереве решений; процедура оптимизации: нахождение оптимальной стратегии действий (оптимальной альтернативы) путем вычислений (максимизация ожидаемой полезности).
2. Принятие решений в организационных системах	Определение целей; формулирование задачи; собственно принятие решения (выбор альтернатив)
3. Системная парадигма при проектировании систем	Формирование стратегии: определение проблемы, назначение целей, поиск и разработка вариантов; оценивание: определение результатов, свойств, критериев, измерительной шкалы и моделей измерений, оценивание вариантов, процесс выбора; реализация: реализация выбранных вариантов, управление системами, проверка и переоценка
4. Информационный подход при проектировании систем	Информационная система: система сбора фактов (отвечает на вопрос, как получить знание); рабочая система: определяет цели, для реализации которых отыскивается информация (отвечает на вопрос, как оценивать знания); система оценки: определяет, для чего будут использованы знания
5. Системный подход к планированию и управлению	Исследование проблемы; уяснение исходной ситуации; формирование возможных решений; описание последствий этих решений; оценка возможных вариантов решения; оценка последствий этих решений; выбор решения (вариантов решений); обобщение опыта принятия решения

между собой, число и состав которых может варьироваться в зависимости от условий и типа решаемой задачи (класса задач). Входным элементов системы принятия решений (СПР) является информация о проблемной области (исходная информация), выходным – множество допустимых (оптимальных) решений (их реализаций).

В табл. 12 приведены различные подходы к структуризации процесса принятия решения. Варьирование элементов СПР в приведенных подходах обусловлено их ориентацией на разные области применения: например, первый подход характерен для теории полезности, второй – для принятия решений в организационных системах, третий и четвертый используются при проектировании систем, пятый – при управлении и планировании.

Табл. 13 содержит детализированную структуру процесса принятия решения, суммирующую имеющиеся подходы к его описанию.

Таблица 13

Структура процесса принятия решения

Этап	Действие
Уяснение задачи	Сбор и анализ информации; оценка уровня информации; классификация ситуации (проблемы); поиск прямых аналогов; выявление возможных вариантов действий; формирование идеальной модели (стереотипа решения)
Системный анализ задачи	Структуризация проблемы; учет влияющих факторов и ограничений; формирование “субидеальной” модели (решения); построение дерева решений; определение возможных последствий на каждом уровне дерева решений; формирование набора оценочных критериев (признакового пространства); выделение наиболее существенных признаков (критериев); формирование рабочих вариантов решения; оценка последствий решений по набору критериев
Оптимизация	Выбор метода (модели) оптимизации; агрегирование оценочных критериев; нахождение подмножества оптимальных решений
Выбор и анализ решения	Выбор допустимых решений (решения); оценка качества решения и возможности его улучшения; прогноз последующих действий

Основными неформальными элементами СПР являются: формирование множества альтернатив, оценивание альтернатив и выбор оптимальных (в определенном смысле) вариантов решения.

Задачи принятия решений могут различаться типом исхода, структурой предпочтений, количеством оценочных критериев, моделью оптимизации и т.п. В табл. 14 дана классификация задач принятия решений по ряду признаков.

Таблица 14

Классификация задач принятия решения

Классификационный признак	Разновидность задачи принятия решений
Новизна задачи (алгоритм решения,	Задача имеется в базе знаний (есть алгоритм решения); задачи нет в базе знаний, но есть аналоги; задача не имеет аналогов

наличие аналога)	
Тип исхода (информационная среда задачи, уровень информации)	Детерминированный исход (в условиях определенности); случайный исход (в условиях риска, в условиях неопределенности); нечеткий исход (в условиях нечеткости)
Вид проблемной ситуации	Необходимость решения новой задачи; изменение условий функционирования системы; появление новой информации; сбой в работе (отказ) системы или ее элементов
Метод описания и представления информации	Декларативный; процедурный; комбинированный (сочетание нескольких методов)
Метод поиска решений	Полный перебор; имплицитный перебор; эвристический поиск
Число критериев	Однокритериальная; многокритериальная
Тип критериальной оценки решения	Точечная; интервальная; нечеткая; статистическая
Область применения решения	Управление; прогнозирование; измерение; контроль; диагностирование; проектирование; классификация

В общем случае задача принятия решения представима кортежем следующего вида:

$$\Sigma=\{X,I,S,K\},$$

где X – множество альтернатив; I – уровень информации; S – метод поиска (вывода) решения; K – множество критериев оценки альтернатив.

Множество альтернатив зависит от имеющейся базы знаний, новизны задачи, типа проблемной ситуации. Стратегия поиска (вывода) решения зависит от имеющейся информации о задаче и включает способ выбора альтернатив, определяемый структурой предпочтений ЛПР, и метод (модель) оптимизации, обусловливающий способ агрегирования критериев. В частности, способ выбора альтернатив может предусматривать поиск наилучшего решения, удовлетворительного решения, наиболее предпочтительной альтернативы, эффективной (недоминируемой) альтернативы, возможной альтернативы, наиболее типичной альтернативы и т.п. Метод (модель) оптимизации включает такие подходы, как векторная оптимизация, использование функции полезности, интерактивное программирование. Множество критериев определяется степенью детализации задачи и требуемым качеством ее решения.

Наиболее существенным компонентом является информационная среда задачи. В табл. 15 дано сравнение мер информации при различных типах исходов.

Таблица 15

Меры информации в различной информационной среде

Среда решения	Измеряемая характеристика	Мера информации
Детерминированная	Степень отличия поведения системы от заданного	Точность достижения заданного состояния
Случайная	Энтропия, ожидаемая полезность	Количество, ценность
Нечеткая	Степень разделения возможностных распределений	Индекс (показатель) нечеткости, нечеткая разделяющая функция

В зависимости от уровня исходной информации в теории принятия решений применяются традиционно два подхода: классический и поведенческий. *При классическом подходе* каждый вариант решения *x* оценивается некоторой неотрицательной действительнозначной функцией выигрыша g(x). Оптимальный вариант выбирается по максимуму функции g(x). Этот подход хорошо работает в детерминированной среде и условиях риска. В условиях неопределенности и нечеткости более предпочтителен *поведенческий подход*, при котором множество последствий каждого варианта p(x) сравнивается с множеством допустимых последствий при решении данной проблемы $p_Д(x)$: выбираются такие решения, для которых множество их последствий принадлежит множеству допустимых последствий. Последнее формируется ЛПР, исходя из условий и ограничений задачи.

5.2 Модели принятия решений

Под моделью принятия решений понимается процедура оценивания, помогающая делать выбор между вариантами. Основная трудность при этом возникает из-за наличия большого числа противоречивых критериев, а также их несоизмеримости. Классификация моделей может быть проведена по ряду признаков. По числу целей (способу описания объекта) различают одно- и многоцелевые модели, в зависимости от проблемной ситуации (области применения) возможны следующие типы моделей: модели компромиссов, оптимизационные модели, диагностические модели и т.п.

К одноцелевым (однокритериальным) моделям относятся модели “прибыль - издержки” и “эффективность - затраты”, к многоцелевым (многокритериальным) – многомерные функции полезности и априорные модели сравнения вариантов, основанные на обработке экспертной информации, различающиеся схемами агрегирования локальных (частных) целей и критериев.

Модели компромиссов описывают способы взвешивания и оценки замен в средствах и целях и особенно существенны для сложных систем, содержащих взаимозависимые подсистемы. Обычно выделяется два типа моделей: модели, описывающие компромиссы между взаимно замещающими системами, когда одна система может быть замещена другой с точки зрения достижения целей общей системы; модели, относящиеся к компромиссам между взаимно дополнительными системами, когда одна из них дополняет (усиливает) другую. Оптимизационные модели в зависимости от постановки задачи включают дифференциальное исчисление, метод множителей Лагранжа, методы линейного программирования, целевое программирование, динамическое программирование, квадратичное и нелинейное программирование и т.п. Диагностические модели устанавливают способы систематического поиска неисправностей при нарушении нормальной работы системы и базируются на использовании методов распознования образов, таксономии и классификации.

Рассмотрим более подробно одноцелевые (однокритериальные) модели, т.е. такие, в которых каждая альтернатива оценивается одним критерием. Из одноцелевых моделей наиболее часто используются модели двух типов: “прибыль-издержки” и “эффективность-затраты”. Применение модели ”прибыль - издержки” связано с расчетом одного экономического критерия, так называемого коэффициента стоимости **с**, выражающего разность или отношение между прибылью и издержками, эффективностью и затратами, входом и выходом системы и т.д. В общем случае модель “прибыль - издержки” имеет вид:

$$c(x) = \sum_{j=1}^{n} a_j(x) - \sum_{k=1}^{m} b_k(x), \qquad (35)$$

где с(х) –коэффициент стоимости варианта (альтернативы) x; первая сумма учитывает общую прибыль для данного варианта по всем элементам положительного воздействия; вторая сумма учитывает общие издержки по всем элементам отрицательного воздействия на достижение заданной цели. В (35) коэффициент стоимости равен разности прибыли и издержек; в некоторых случаях удобно определять его как отношение прибыли к издержкам, при этом первая сумма делится на вторую. Наилучшее решение равно:

$$\overset{*}{x} = \arg\max_{x \in X} c(x) \qquad (35а)$$

т.е. наилучшим считается решение, для которого коэффициент стоимости максимален на множестве альтернатив (читается: x^* равно аргмаксимум по x из X $c(x)$).

При использовании модели “эффективность - затраты” сравнение проводится между степенью достижения целей и затратами. Эта модель может быть представлена в виде:

$$I(x) = (a(x) - a_0)/b(x),$$

(36)

где $I(x)$ - индекс эффективности затрат для альтернативы (варианта решения) x, $(a(x) - a_0)$ - разность между результатами (степенью достижения целей) после и до осуществления варианта х; $b(x)$ - суммарные затраты на вариант x. Наилучшее решение равно:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} I(x) \cdot \qquad (36а)$$

Рассмотренные модели хотя и являются упрощенными, обладают большой степенью общности и применимы к решению разнотипных задач. Проиллюстрируем их применение на двух примерах (рис. 18).

Пример 1. Пусть имеется производственное предприятие (фирма, завод, фабрика и т.п.), выпускающее продукцию. Требуется определить оптимальный уровень затрат на контроль продукции. Выберем в качестве меры эффективности – точность (качество) контроля (ось абсцисс на рис.18). По оси ординат будем откладывать затраты. Тогда, если точность контроля сделать очень высокой, то возрастут прямые издержки, связанные с затратами на контроль (кривая 1); если же точность контроля сделать чересчур низкой, то возрастут косвенные издержки, связанные с рекламациями, гарантийным ремонтом, потерей престижа и т.п. (кривая 2). Сложение 1 и 2 дает кривую 3, и наилучшее решение находится в области минимума этой кривой ($Э_0$).

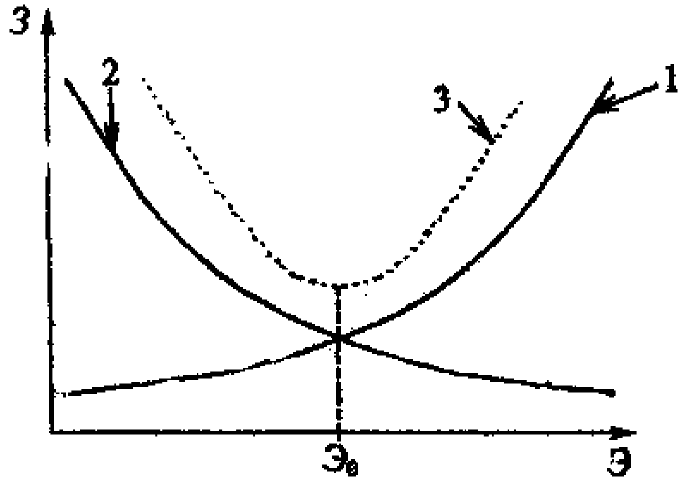


Рис. 18. Применение одноцелевых моделей

Пример 2. Пусть имеется предприятие сферы массового обслуживания (мастерская, комбинат бытового обслуживания, таможня и т.п.) Требуется определить оптимальный уровень качества обслуживания. Отложим по оси ординат затраты, а по оси абсцисс - критерий качества обслуживания. Рассуждения проводятся аналогично: если качество сделать очень высоким, то сильно увеличатся затраты на обслуживание (кривая 1), если же сделать его слишком низким, то возрастут затраты, связанные с рекламациями, потерей времени клиентами (кривая 2), наилучшее решение – в области минимума кривой 3.

Таким образом, если учитывать только прямые издержки или только косвенные, то обоснованного решения получить не удается, и лишь учет обоих типов издержек приводит к правильному решению.

Рассмотрим теперь многоцелевые (многокритериальные) модели т.е. такие, в которых каждая альтернатива оценивается множеством критериев. К наиболее известным многокритериальным моделям относятся многомерные функции полезности, модели многомерного шкалирования, модель (метод) анализа иерархий.

Из многомерных моделей наиболее часто используются аддитивные и мультипликативные многомерные функции полезности. Функцией полезности (ценности) называется скалярная функция U, устанавливающая отношение порядка на множестве вариантов:

$$U(K_1,\dots,K_n)\geq U(K_1,\dots,K_n)\Leftrightarrow(K_1,\dots,K_n) \geq (K_1,\dots,K_n), \qquad (37)$$

где $\geq$ - символ “не менее предпочтителен, чем”; (K_1, … , K_n) – точка пространства последствий (критериального пространства). Обобщенная форма аддитивной модели полезности:

n

$$U^a(x)=\sum_{i=1} p_i \cdot \hat{U}_i(x), \quad (38)$$

где U – функция полезности варианта x; p_i – вес фактора (критерия) i; $\hat{U}_i(x)$ – оценка полезности варианта x по критерию i.

Обобщенная форма мультипликативной функции полезности:

$$U^M(x)=\prod_{i=1}^{n} p_i \cdot \hat{U}_i(x), \quad (39)$$

Оценки $\hat{U}(x)$, как правило, получаются экспертным путем, но могут задаваться и аналитически, применением подходящей аппроксимирующей функции.

Аддитивная функция слабо чувствительна к изменению свойств с малыми весами (малыми оценками полезности); мультипликативная, наоборот, сильно зависит от изменения свойств с малыми значениями оценок полезности. В теории принятия решений доказывается, что функция полезности имеет аддитивный вид, если факторы, входящие в модель, аддитивно независимы. Функция полезности имеет мультипликативную форму, если факторы взаимно независимы по полезности. Первое требование означает фактически уверенность эксперта в том, что модель является линейной по факторам, а второе – что модель содержит взаимодействия факторов различных порядков. На практике обычно веса p_i нормализуют так, что обе формы представления оказываются эквивалентными (могут быть преобразованы друг в друга).

Стандартная процедура сравнения вариантов по многим факторам содержит следующие шаги: формулирование задачи, выбор факторов и подфакторов; построение дерева решений, назначение весов факторам и их нормализация; назначение весов подфакторам и нормализация весов, подсчет показателей (баллов) по всем факторам для каждого варианта; получение взвешенных оценок и суммарного числового выражения полезности для каждого варианта. Основные неформальные шаги в приведенном алгоритме – выбор факторов и подфакторов, построение дерева решений и назначение весов факторам и подфакторам.

Рассмотрим процедуру сравнения многомерных вариантов в формализованном виде. Пусть некоторая цель структурирована и построено дерево решений, содержащее на первом уровне анализа k_1 – факторов $a_1, \ldots, a_{k1}$ с нормализованными относительными весами

$$p_{a_1}, \ldots, p_{a_{k1}} : \sum_i (p_{a_i}) = 1.$$

На втором уровне анализа факторы разбиваются на подфакторы

$$a_1: \quad b_1^{a_1}, \ldots, b_{l_1}^{a_1}; \ldots; a_{k1}: b_1^{a_{k1}}, \ldots, b_{l_{k1}}^{a_{k1}}$$

с относительными весами $p(b_1^{a_1}), \ldots, p(b_{l_{k1}}^{a_{k1}})$, причем

$$\sum_j p(b_j^{a_1}) = 1; \ldots; \sum_j p(b_j^{a_{k1}}) = 1.$$

Нормализация весов подфакторов определяется выражениями:

$$b_{1H}^{a_1} = p_{a_1}\, p(b_1^{a_1}); \ldots; b_{l_{k1}H}^{a_{k1}} = p_{a_{k1}}\, p(b_{l_{k1}}^{a_{k1}})$$

причем:

$$\sum_j b_{jH}^{a_1} = p_{a_1}; \ldots; \sum_j b_{jH}^{a_{k1}} = p_{a_{k1}}.$$

Пусть требуется сравнить m вариантов. Назначаются оценочные баллы для каждого варианта по каждому из подфакторов, например, в 10-и бальной шкале для варианта V: B_1^V , … , $B_{l_{k1}}^V$. Взвешенные баллы получаются по формулам вида:

$$B_1^{V*} = B_1^V \cdot b_{1H}^{a_1}, ..., B_{l_{k1}}^{V*} = B_{l_{k1}}^V \cdot b_{l_{k1}H}^{a_{k1}} .$$

(40)

Взвешенные баллы суммируются по каждому фактору;

для a_1: $\sum_{j=1}^{l_1} B_j^{V*}(a_1)$, …; для a_{k1}: $\sum_{j=1}^{l_{k1}} B_j^{V*}(a_{k1})$.

Суммарные взвешенные баллы (оценка полезности) по каждому варианту решения находятся из соотношений:

$$U_V = \sum_{i=1}^{k1} \sum_{j=1}^{l_i} B_j^{V*}(a_i) .$$

(41)

Сравнение полученных значений для каждого варианта позволяет провести ранжирование вариантов и выбрать предпочтительный, имеющий наибольшую оценку полезности.

Многомерные модели сравнения вариантов различаются подходами к установлению весов факторов и подфакторов и схемами их агрегирования.

В методе А. Кли назначаются отношения важности для факторов и определяются множители k_i и нормализованные веса w_i: r_i = важность фактора a_i / важность фактора a_{i+1};

i =1, … , n –1.

$k_i=k_{i+1}\ r_i$; $i =n-1, \dots, 1$; $k_n=1$; $w_i=k_i/S$; $S=\sum_{i=1}^{n}(k_i)$,

(42)

где n – число факторов.

Затем веса факторов проверяются на непротиворечивость по соотношению: $w_i < c_i$; i =1, … , n-1, где $c_{n-1} = w_n$, $c_{n-2} = c_{n-1} + w_{n-1}$, … , $c_1 = c_2 + w_2$; c_i - кумулятивный вес i–го фактора.

В методе анализа иерархий сравнение экспертами факторов по важности проводится по 9-и балльной шкале для лучшего учета их предпочтений. Значения полученных весов используются в аддитивной модели для получения относительных весов, сравниваемых вариантов (см. Приложение 2).

С процедурой сравнения многомерных вариантов тесно связана задача многомерного шкалирования, которая заключается в разделении пространства для каждой категории факторов пропорционально весу подфакторов. В многомерном шкалировании существует два подхода: метрический и неметрический. При метрическом подходе мерой различия в факторном (критериальном) пространстве служит расстояние между точками. Используется два типа моделей: скалярные и векторные. Скалярные модели основаны на введении метрики, например метрики Минковского, когда в качестве меры расстояния используется величина:

$$d(x_j, x_k) = \left\{ \sum_{l=1}^{n} \left| K_l(x_j) - K_l(x_k) \right|^p \right\}^{1/p},$$

(43)

где $d(x_j, x_k)$ - расстояние между альтернативами x_j, x_k; $K_l(x_j)$ - значение l - го критерия (l-я координата) для альтернативы x_j; $K_l(x_k)$ - значение l-го критерия для альтернативы x_k; p – константа Минковского. Для евклидова расстояния: p=2; для расстояния Хемминга: p=1; для отношения доминирования p= ∞, что соответствует выделению признака с максимальным различием:

$$d(x_j, x_k) = \max_l \left| K_l(x_j) - K_l(x_k) \right|,$$

(44а)

при p= -∞ имеем оценку по минимальному различию:

$$d(x_j, x_k) = \min_l \left| K_l(x_j) - K_l(x_k) \right|.$$

(44б)

В векторных моделях мера близости аппроксимируется скалярным произведением векторов, соединяющих точки, соответствующие объектам, с началом координат:

$$d(x_j, x_k) = \sum_{l=1}^{n} (K_l(x_j) \cdot K_l(x_k))$$

(45)

При построении и выборе вариантов решения используется аппарат линейной и нелинейной оптимизации.

В противоположность метрической процедуре неметрическое многомерное шкалирование использует лишь ранговую информацию и дает решение в шкале порядка, причем вид меры ищется в процессе решения. Предложено несколько методов решения этой задачи: анализ размерностей, Черчмена – Акоффа, ранговых корреляций, попарных сравнений и др.

В методе анализа размерностей для двух сравниваемых вариантов подсчитывается величина:

$$W = \prod_{i=1}^{m} (n_i^I / n_i^{II})^{p_i},$$

(46)

где n_i^I, n_i^{II} - оценки одноименных факторов для 1-го и 2-го вариантов; p_i – значение относительного веса для фактора i. Если W>1, то предпочтителен 1-й вариант; если W<1 – второй.

В методе Черчмена – Акоффа ранжирование оценок проводится путем проверки условия непротиворечивости, основанного на отношении строгого предпочтения. Если оценки, соответствующие разным вариантам ранжированы по предпочтительности $n_1>n_2>\ldots>n_k$, то должны выполняться неравенства:

$$n_1 > \sum_{i=2}^{k} n_l ;\ldots; n_i > \sum_{l=i+1}^{k} n_l ; \quad \ldots \quad ; n_{k-2} > n_{k-1} + n_k .$$

(47)

5.3.Модели оптимизации

При решении многокритериальных задач выбора основная трудность состоит в неоднозначности выбора наилучшего решения. Для ее преодоления используется две группы методов. В методах первой группы стремятся сократить число критериев, для чего вводят дополнительные предположения, относящиеся к процедуре сопоставления критериев и построению моделей оптимизации. В методах второй группы стремятся сократить число альтернатив в исходном множестве, исключив заведомо плохие альтернативы.

К методам первой группы относятся метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев и метод расстояния.

1. Метод свертки состоит в замене локальных (частных) критериев K_j одним общим критерием K. Эта операция называется сверткой или агрегированием частных критериев.

Метод целесообразно применять, если по условиям задачи частные критерии можно расположить по убыванию важности так, что важность каждой пары соседних критериев различается не сильно, либо, если альтернативы имеют существенно различные оценки по разным критериям.

Наиболее часто используются аддитивная, мультипликативная и максминная свертки.

а) Аддитивная свертка (от англ. addition - сложение):

$$K(x) = \sum_{j=1}^{n} a_j K_j(x), \tag{48}$$

где $K(x)$ - общий критерий для альтернативы $x \in X$; $\{K_j(x)\}_1^n$ - набор частных критериев; n – число частных критериев; a_j - относительный вес (важность) частного критерия K_j. Для весов выполняется условие нормировки: $\sum_{j=1}^{n} a_j = 1$.

Наилучшее решение дается выражением:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K(x), \tag{49}$$

т.е. наилучшим считается решение, которому соответствует максимум общего критерия на множестве альтернатив.

б) Мультипликативная свертка (от англ. multiplication - умножение)

$$K(x) = \prod_{j=1}^{n} a_j K_j(x) \tag{50}$$

или

$$K(x) = \prod_{j=1}^{n} K_j^{a_j}(x) \quad , \tag{51}$$

где П – знак произведения. Наилучшее решение равно:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K(x). \tag{52}$$

в) Максминная свертка (выбор по наихудшему критерию):

$$K(x) = \min_j a_j K_j(x) \tag{53}$$

Эта свертка учитывает критерий, имеющий наименьшее значение. Часто при ее применении полагают, что веса критериев близки друг к другу, либо все критерии имеют одинаковую важность, т.е. $a_j = const(j) = 1/n$. В этом случае:

$$K(x) = \min_j K_j(x), \tag{53а}$$

$$x^* = \arg\max_{x \in X} K(x) \tag{54}$$

Подставив в (54) выражение (53), получим:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} \min_j a_j K_j(x), \tag{54а}$$

поэтому эту свертку называют также максминной.

Использование того или иного типа свертки отражает представление ЛПР о стратегии (способе достижения целей). Наряду с рассмотренными имеются и другие типы сверток, некоторые из которых приведены в табл. 16.

Таблица 16

Схемы агрегирования локальных критериев и определение наилучшего решения

Разновидность схемы агрегирования	Особенности схемы
1. $\max\limits_{x \in X} \min\limits_j K_j(x)$	Решение принимается по "наихудшему" критерию. Стратегия пессимизма (наименьшего риска)
2. $\max\limits_{x \in X} \max\limits_j K_j(x)$	Решение принимается по "наилучшему" критерию. Стратегия оптимизма (наибольшего риска)
3. $\max\limits_{x \in X} \left[\sum\limits_{j=1}^{n} a_j K_j(x) \right]$; p_j - вероятность (вес критерия)	Стратегия является промежуточной между 1 и 2. Предпочтение отдается критериям, наибольшим по модулю
4. $\max\limits_{x \in X} \left[p \min\limits_j K_j(x) + (1-p) \max\limits_j K_j(x) \right]$; p – константа, регулирующая тип стратегии, $p \in [0,1]$	Стратегия, имеющая промежуточный характер между 1 и 2
5. $\max\limits_{x \in X} \left[C \sum\limits_{j=1}^{n} p_j K_j(x) + (1-C) \min\limits_j K_j(x) \right]$ C – константа, регулирующая тип стратегии, $C \in [0,1]$	Стратегия, сочетающая особенности схем 1 и 3.

6. $\max\limits_{x\in X}\ \min\limits_{j}\ a_j\ K_{ij}$	Стратегия типа 1 с учетом вероятности (веса) “наихудшего” критерия, позволяющая получить более реалистическое решение, но требующая большей исходной информации
7. $\max\limits_{x\in X}\ \prod\limits_{j=1}^{n} K_j^{a_j}(x)$	Стратегия относительного пессимизма. Предпочтение отдается критериям, наименьшим по модулю

Примечание: $\{K_j(x)\}_1^n$ - множество частных критериев; j - нумерует критерии; x - произвольная альтернатива из множества альтернатив *X*.

2. Метод пороговых критериев часто применяется в задачах обеспечения (удовлетворения), например, при планировании и проектировании, когда ограничения задаются в виде:

$$K_j(x) \ge K_{j0};\ j = 1,\dots,n, \qquad (55)$$

где $\{K_{j0}(x)\}_1^n$ - пороговые значения критериев. Их набор обычно характеризует некоторый аналог (базовый уровень).

Образуем свертку: $K(x) = \min\limits_{j}\ (K_j(x)/K_{j0})$, тогда наилучшее решение записывается в виде:

$$x^* = \arg\max_{x\in X} K(x) \qquad (56)$$

3.Метод главного критерия. Если исходной информации достаточно, чтобы из множества критериев $\{K_j(x)\}^n$ выделить главный (основной) $K_0(x)$, т.е. такой, который значительно превосходит по важности все другие критерии (на практике в три и более раз), то наилучшее решение определяется в виде:

$$x^* = \arg\max_{x\in X} K_0(x),$$

(57)

при дополнительных условиях $K_j(x) \ge K_{jпред}$ для всех остальных критериев, т.е. их значения должны быть не меньше некоторых предельных значений.

4.Метод расстояния состоит во введении метрики (расстояния) в пространстве критериев. Пусть исходной информации достаточно, чтобы определить “идеальное” (предельное) решение, соответствующее точке абсолютного максимума в пространстве критериев. Обозначим ее как ($K_{10}, K_{20}, \dots, K_{n0}$). Отметим, что идеальное решение на практике не достижимо и определяется лишь теоретически. Введем для каждой альтернативы $x \in X$ расстояние до точки абсолютного максимума $d(x)$. Наилучшее решение определяется как наиболее близкое к идеальному:

$$x^* = \arg\min_{x\in X} d(x). \qquad (58)$$

В качестве меры расстояния используются различные функции, например, Махалобиса, Минковского. В последнем случае:

$$\mathbf{d}(\mathbf{x}) = \left\{ \sum_{\mathbf{j}=1}^{\mathbf{n}} \left| \mathbf{K}_{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}_{\mathbf{j}0} \right|^{\mathbf{p}} \right\}^{1/\mathbf{p}} .$$

При $p = 2$ получаем Евклидово расстояние, при $p = 1$ - расстояние Хемминга и т.д. (см. §5.2). Выбор параметра p зависит от условий задачи и предпочтений ЛПР. Отметим, что если в качестве точки отсчета использовать не абсолютный максимум, а абсолютный минимум, то в выражении (58) операция min изменится на max.

Обзор методов многокритериальной оптимизации можно найти в [14,24,52].

Выделение множества Парето. Наряду с рассмотренными методами, использующими свертку в пространстве критериев, применяются и другие подходы, относящиеся к методам второй группы, основанные на свертке в множестве альтернатив, при которых пытаются уменьшить число возможных вариантов решений, исключив заведомо плохие. Один из подходов, обладающий большой общностью, был предложен итальянским экономистом В.Парето в 1904 г. и называется методом, основанным на принципе Парето. Для уменьшения числа альтернатив исходного множества выделяют множество Парето, являющееся подмножеством исходного. Определим множество Парето в виде:

$$x_\pi = \left\{ x_\pi \in X : \forall x \in X, \forall i K_i(x_\pi) \geq K_i(x), \exists j K_j(x_\pi) > K_j(x) \right\}, \tag{59}$$

т.е. альтернатива принадлежит множеству Парето, если она не хуже других по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше. Альтернативы из множества Парето называются парето-решениями, эффективными, или недоминируемыми (непревосходимыми) решениями. При решении многокритериальных задач используется принцип Парето, заключающийся в том, что наилучшее решение следует выбирать среди альтернатив, принадлежащих множеству Парето. Этот принцип выполняется в большинстве практических ситуаций, когда альтернативы оцениваются по противоречивым критериям. Он позволяет сузить исходное множество альтернатив, причем окончательный выбор остается за ЛПР. Альтернативы, входящие в множество Парето, попарно не сравнимы друг с другом, т.е. по одним критериям лучше одна альтернатива, по другим другая и т.д., и их невозможно улучшить одновременно по всем критериям. Поэтому изучение множества Парето позволяет найти компромисс между различными противоречивыми требованиями, что весьма важно при разработке САПР. При этом ЛПР может судить о том, какова “цена” увеличения одного из критериев, и как это скажется на ухудшении остальных. Построение множества Парето является необходимым при решении многокритериальных задач выбора в больших системах (управление, проектирование промышленных и транспортных объектов и т.п.). Отметим еще одну важную особенность альтернатив из множества Парето: каждая из них представляет целый класс (группу) решений, превосходящих остальные по одному или нескольким критериям. Поясним это примером. Пусть имеется учебная группа (множество альтернатив), требуется выбрать наилучшего студента (альтернативу) по ряду критериев, например, умение решать задачи, успеваемость, манера поведения, внешний вид, умение говорить и т.п. Предположим, что Андрей лучше всех решает задачи, а по остальным критериям не выделяется. Зато Вера, Галя, Ира, Катя, Лариса имеют высокие значения остальных критериев, так что они в среднем превосходят Андрея, причем Вера лучше всех по успеваемости, а по остальным критериям не хуже других студенток. Тогда Андрей обязательно попадает в множество Парето, так как он уникальный (единственный) по первому критерию, а от группы студенток в Парето попадает один представитель – Вера, хотя остальные студентки превосходят Андрея по нескольким критериям (число критериев здесь не имеет значения). После того как построено множество Парето, для определения наилучшего решения (из оставшихся) применяются методы первой группы: метод свертки, метод главного критерия и т.п. либо графические методы, например, метод диаграмм (см. Приложение 2). Схема поиска наилучшего решения представлена на рис. 19.

Рис. 19. Схема поиска наилучшего решения.

Поиск решения многокритериальных задач выбора еще более усложняется , если изучаемая система взаимодействует с окружающей средой. В этом случае решение зависит от так называемых неконтролируемых параметров. Например, для измерительных систем это могут быть влияющие величины (температура, влажность, давление и т.п.),для транспортных – погода, состояние дороги и т.п. Неконтролируемое изменение состояния окружающей среды являются дополнительным источником неоднозначности выбора наилучшего решения. Рассмотрим два подхода, позволяющих получить обоснованные решения.

1. *Подход, основанный на принципе наихудшей реакции окружающей среды (метод гарантированного результата).* Подход применяется, когда среда ведет себя

непредсказуемо или враждебно (природная среда, противник). В этом случае определить наилучшее решение не представляется возможным, так как неизвестно поведение среды, но можно определить так называемое гарантированное решение, которое справедливо при любом состоянии среды.

Обозначим α - неконтролируемый параметр, характеризующий состояние окружающей среды (он может быть векторным): $\alpha \in G_\alpha$, где G_α - некоторое множество. Тогда, частные критерии K_j и общий критерий K зависят от α: $K_j = K_j(x,\alpha)$; $K = K(x,\alpha)$. Принцип наихудшей реакции среды распространяет схему выбора по наихудшему критерию (максминную свертку) на случай влияния окружающей среды. Альтернатива выбирается из условия:

$$x^* = \arg\max_{x\in X}\min_{\alpha\in G_\alpha} K(x,\alpha), \tag{60}$$

где $K(x,\alpha)$ - общий критерий, получаемый сверткой по частным критериям так же как и ранее. Решение, даваемое (60), является гарантированным результатом, так как при любом значении параметра α гарантируется получение критерия не меньшее, чем $\min\limits_{\alpha\in G_\alpha} K(x,\alpha)$, поэтому оно является безрисковым.

Полученный результат может быть улучшен, если исходная информация позволяет сделать предположение о значении параметра α (состоянии среды), что связано с определенным риском, так как предположение может не оправдываться.

2. Подход, основанный на принципе Нэша.

Часто действия окружающей среды являются целенаправленными, например, при участии многих систем (субъектов), причем каждая из них стремится достичь своей цели. Случай несогласованности целей субъектов называется конфликтом. Такая ситуация характерна для теории игр. При анализе конфликтов со многими субъектами одна из важных проблем – это проблема коллективных решений, или компромисса. Для принятия решений в таких системах сохраняет свое значение принцип Парето. Эффективные альтернативы, принадлежащие множеству Парето, обладают тем свойством, что улучшить значение целевой функции (критерия) какого-либо субъекта можно только за счет других субъектов. Наряду с принципом Парето широко используется также принцип устойчивости, или принцип равновесия, называемый принципом Нэша (по имени автора). Принцип Нэша позволяет сузить множество альтернатив, когда речь идет о коллективном решении, принимаемом всеми взаимодействующими субъектами по договоренности, при этом каждый поступается частью своих интересов. Определим равновесное решение как такое, которое принимается всеми субъектами одновременно, по договоренности. Пусть имеется N субъектов, каждый из которых может выбирать свое решение (стратегию) $x^{(l)} \in X^{(l)}$ так, чтобы максимизировать свой критерий $K^{(l)}$. Значение критерия при этом зависит от выбора других субъектов, т.е.

$$K^{(l)} = K^{(l)}(x^{(1)},\ldots,x^{(l)},\ldots,x^{(N)}). \tag{61}$$

Решение $x_0 = \left\{x_0^{(1)},\ldots,x_0^{(l)},\ldots,x_0^{(N)}\right\}$ называется равновесным, если для любого l выполняется условие:

$$K^{(l)}(x_0) = \max_{x^{(l)}} K^{(l)}(x_0^{(1)},\ \ldots,\ x_0^{(l-1)},\ x^{(l)},\ x_0^{(l+1)},\ \ldots,\ x_0^{(N)}). \tag{62}$$

Равновесное решение можно назвать устойчивым, так как если субъект l отступит от своего равновесного решения, т.е. выберет стратегию $x^{(l)} \neq x_0{}^{(l)}$, то при условии, что остальные субъекты сохранят свой выбор, он проиграет. Принцип Нэша как раз и заключается в том, что наилучшие решения принадлежат множеству равновесных решений. Однако, следует отметить, что равновесные решения в общем случае не являются оптимальными и наоборот. Например, если решение принимается всеми субъектами независимо, то их выбор вряд ли будет устойчивым. Кроме того и при одновременном решении часть субъектов может выбрать иное решение (например, эффективное), что даст им преимущество перед остальными. Таким образом, принцип Нэша эффективен при сужении множества, альтернатив в закрытых системах, когда равновесные решения одновременно принадлежат множеству Парето. К сожалению, это бывает весьма редко, чаще встречаются системы, в которых эффективные альтернативы являются неустойчивыми, а устойчивые – неэффективными.

Помимо критериального описания оптимизационной задачи используется также *теоретико-множественное описание*, оперирующее понятиями функции выбора и бинарного отношения. Функцией выбора на множестве альтернатив X называется оператор C из X в множество всех подмножеств 2^X, удовлетворяющий соотношению $C(X) \subseteq X$, т.е. функция выбора не расширяет множество альтернатив.

Рассмотрим примеры функций выбора, у которых $X \subset R^n$, где R^n - n- мерное критериальное пространство; предполагается, что множеству альтернатив соответствует эквивалентное описание в критериальном (факторном) пространстве.

Функция выбора по Парето определяется в виде:

$$C^{\pi}(X) = \{x \in X : \forall y \in X : x \neq y \ \exists i \ K_i(x) > K_i(y)\}, \tag{63}$$

т.е. альтернатива x выбирается, если любая другая альтернатива y из X имеется хотя бы по одному критерию значение меньше, чем x.

Функция локально-экстремального выбора:

$$C^{ЛЭ}(X) = \{x \in X : \exists i \ \forall y \in X : K_i(x) \geq K_i(y)\}, \tag{64}$$

т.е. x выбирается, если она имеет максимальное значение хотя бы по одному критерию. Очевидно, что $C^{ЛЭ}(X) \subseteq C^{\pi}(X)$.

Функция оптимального выбора:

$$C^{O}(X) = \left\{x \in X : x^* = \arg \max_{x \in X} \ u(x)\right\}, \tag{65}$$

где $u : x \to R^1$ интерпретируется как функция полезности. Если $X \in R^n$; $u(x)$ - выпуклая функция, то $C^O(X) \subseteq C^{\pi}(X)$.

Обычно выбор осуществляется на основании информации о попарных сравнениях объектов (вариантов решения), формализуемой введением понятия бинарного отношения. Пусть X – исходное множество. Подмножество $R \in X \times X$ называется бинарным отношением и записывается в виде $(x, y) \in R$ или xRy, где $x, y \in X$.

При решении задачи выбора используется аппроксимация отношения на исходном множестве альтернатив другим, основанным на ряде предложений о характере предпочтений. При этом аппроксимирующее отношение может быть как менее сильным (когда исходное множество недостаточно представительно), так и более сильным (когда исходное множество слишком велико). В первом случае ряд ограничений снимается, во втором случае – вводятся дополнительные. Наиболее типичный случай сильной аппроксимации, когда отношение задается изотонной функцией. В этом случае задача выбора сводится к задаче поиска максимума функции.

Таким образом, решение многокритериальной задачи включает два этапа: поиск подходящего отношения и нахождение оптимума по нему. Существенное значение при этом имеет обеспечение желаемых свойств аппроксимирующего отношения, что обусловливает выбор меры различия в факторном пространстве.

Обычно рассматриваются такие свойства бинарных отношений как транзитивность, рефлексивность, симметричность, что позволяет ввести меру расстояния. Бинарное отношение транзитивно, если из xRy и yRz следует, что xRz. Примерами транзитивных отношений являются отношения строгого порядка (больше, меньше, хуже и т.п.); примером нетранзитивного отношения является отношение сходства. Отношение R рефлексивно, если для всякого $x \in X$: xRx. Если же ни для одного x это не выполняется, то отношение называется антирефлексивным. Примерами рефлексивного отношения являются отношения нестрогого порядка (не больше, чем; не меньше, чем; не лучше, чем и т.п.), подобия, сходства, а примером антирефлексивного отношения –строгий порядок. Если для $\forall x, y \in X : xRy \Rightarrow yRx$, то бинарное отношение называется симметричным. Если условие не выполняется ни для какой пары $(x, y), x \neq y$, то отношение антисимметрично. Примерами симметричного отношения являются отношения подобия, сходства, а несимметричного – строгий порядок. Отношение Парето, определенное выше, транзитивное, антирефлексивное и антисимметричное.

Полезным свойством отношения является цикличность, облегчающая построение транзитивного замыкания отношения и введение подходящей меры расстояния. Отношение R называется k-циклическим, если $R^k = R$.

Понятие отношения обобщается на нечеткий случай, при этом нечеткое отношение характеризуется функцией принадлежности $\mu_R(x, y)$.

В табл. 17 приведены свойства нечетких бинарных отношений.

Таблица17.

Свойства нечетких бинарных отношений

Отношение	Свойство

	рефлексивность	антирефлексивность	(max-min)-транзитивность	симметричность	антисимметричность	(min-max)-транзитивность
Полупредпорядок			×			
Предпорядок	×		×			
Подобие	×		×	×		
Различие		×		×		×
Сходство	×			×		
Несходство		×		×		
Порядковое	×				×	
Нестрогий порядок	×		×		×	
Строгий порядок		×	×		×	

Примечание: для четких отношений используется обычная транзитивность.

Наряду с рассмотренными подходами к сужению множества альтернатив отдельную группу составляют интерактивные ЧМ-процедуры многокритериальной оптимизации, применяемые для поиска оптимального решения, когда важно сохранить всю имеющуюся информацию (неизвестно явное выражение для функции полезности, большое число критериев и т.п.). ЧМ-алгоритмы основаны на методе направленного перебора и различаются способами последовательной свертки (сужения) информации в процессе получения удовлетворительного (оптимального) решения. Выделяют следующие типы процедур: использование методов сужения пространства допустимых решений, сужение в пространстве весовых векторов, сужение в пространстве критериев и методы одномерного поиска.

Большинство ЧМ-процедур применяется для решения задачи линейного программирования, хотя нет препятствий (при наличии математического обеспечения) для использования их в задачах целочисленного и нелинейного программирования. Имеется несколько постановок этой задачи:

1. Найти вектор $x = (x_1, \ ... \ , x_n)^T$, принадлежащий области

$$D = \{Ax = b; \ x_i \geq 0, \ i = 1, \ ... \ , n\}, \tag{66}$$

где A - $(p \times n)$- матрица; $b - p$-вектор, оптимизирующий совокупность целевых функций:

$C_k(x) = \sum_{i=1}^{n} C_{ik} x_i; \ k = 1, \ ..., \ N$, при наиболее предпочтительном соотношении между их значениями в точке решения. Это требование означает: в множестве X парето-решений следует отыскать x^*, соответствующее экстремуму априори неизвестной функции полезности $U(Z)$:

$$x^* = \arg \max U(Z(x)), \tag{67}$$

где $Z(x) = \{C_1(x), \ ... \ , C_N(x)\}$. Обычно удовлетворяются ε-окрестностью: $U(x) \ge \max \ U(x) - \varepsilon$.

2. Ищется удовлетворительное решение $C_k(x) \ge l_k$. (68)

Значения порогов l_k могут быть заранее неизвестны и зависят от достигнутых по другим критериям значений $C_j(x)$, поэтому условия могут корректироваться по мере анализа новых альтернатив.

3. Многие ситуации принятия решений формализуются в виде задачи целевого программирования. В этом случае требуется найти вектор x^*, удовлетворяющий (66) и обеспечивающий для целевых функций (68) наилучшее возможное приближение к множеству одновременно недостижимых значений (целей) $\alpha_1, \ ... \ , \alpha_N$, т.е.

$$x^* = \arg \min_{X \in D} d(Z(x), \alpha), \qquad (69)$$

где $\alpha = (\alpha_1, \ ... \ , \alpha_N)$; d - мера расстояния.

Обычно d выбирается в виде:

$$d = \sum_{k=1}^{N} \lambda_k \left| \Delta_k(x) \right|^p , \qquad (70)$$

где $\Delta_k = (\ C_k(x) - \alpha_k \ )$ – отклонения от целей, $\lambda_k \ge 0$ - коэффициенты, характеризующие важность тех или иных отклонений.

Существует значительное число модификаций ЧМ-процедур. Основными аргументами при выборе той или иной процедуры являются имеющаяся у ЛПР информация о задаче и требования к точности решения. Подробный обзор этих методов можно найти в [18].

5.4. Методы поиска решения

Если решение задачи неизвестно (отсутствуют аналоги) или неоднозначно, то на первый план выступает проблема определения метода вывода (поиска) решения. Большинство этих методов основано на стратегиях полного перебора, имплицитного (неявного) перебора или сокращенного (направленного) перебора на основе эвристик (эвристический поиск). Стратегия полного перебора используется при отсутствии достаточной априорной информации о задаче и сравнительно небольшой мощности множества альтернатив (до 10^3 элементов при ручном счете и до 10^9 – для ЭВМ). Имплицитный перебор включает большую группу градиентных методов: симплекс-метод, метод минимальной стоимости (так называемые “жадные” алгоритмы), динамическое программирование, $(\alpha - \beta)$-метод, метод ветвей и границ и т.д. Все они основаны на рассмотрении на каждом шаге поиска не всего пространства задачи, а некоторого его фрагмента. Эвристические методы основаны на моделировании эвристик – качественно-ситуационных способов решения задач. Эвристики – это пошаговые процедуры, которые за конечное число шагов обеспечивают удовлетворительное решение задачи путем сокращения возможных вариантов при поиске решения и использования направленного перебора. Эвристические методы применяются для решения слабо структурированных, плохо формализуемых задач, которые не могут быть описаны числовой моделью и характеризуются неточностью, неполнотой, неоднозначностью информации. Их применение также целесообразно при жестких ресурсных ограничениях (действия в экстремальных или неизвестных ситуациях). Их применение предполагает системный анализ задачи; выявление ограничений, влияющих на результат (как внешних, так и внутренних); анализ возможности получения результата простыми средствами; определение особенностей, ограничений и “узких мест”, требующих использования дополнительных средств, и путей их уменьшения; моделирование задачи и возможных ситуаций для получения наилучшего решения. Эвристический поиск базируется на использовании ряда общих подходов, применяемых человеком в процессе решения задач при генерировании вариантов решения, их сравнении и выборе оптимального. Метод аналогии (прецедента) является наиболее общим и может предусматривать аналогию в целях и критериях, структуре и функциях, условиях функционирования, в результатах и их оценке, способах описания и моделях. Метод упрощения применяется, когда прямая аналогия затруднена из-за сложности проблемы, и заключается в снятии ряда условий и ограничений, повышении “симметрии” задачи. Метод агрегирования (ассоциации, погружения) дополняет предыдущий и предусматривает применение концептуального аппарата более высокого уровня, что позволяет рассматривать решаемую задачу как часть более общей (такой подход характерен для решения так называемых некорректных задач).

Основные методы поиска решения можно разделить на три группы. Первую группу составляют стратегии поиска по состояниям. Исходная информация представляется в виде пространства ситуаций, описываемого как состояние системы и окружающей среды. Алгоритм поиска состоит в поиске пути $\{l\}$, ведущего из начального состояния в одно из конечных (целевых состояний): $S_0 \xrightarrow[\{l\}]{} \{S_k\}$. К этой группе относятся методы поиска “в ширину”, поиска “в глубину”, $(\alpha - \beta)$-метод, метод ветвей и границ, метод кратчайших путей, методы прямого и обратного поиска, а также градиентные методы, например, метод минимальной стоимости, метод динамического программирования, метод векторной оптимизации, интерактивные ЧМ-методы.

Вторую группу составляют стратегии поиска по задачам. Исходная информация представляется как задача Σ и множество элементов решения (подзадач) $\sum_{ij}$, где j – число уровней решения; i – число элементов на j-м уровне. Алгоритм поиска состоит в сведении исходной задачи к более простым, пока не будут получены элементарные задачи: $\sum \to \bigcap_i \bigcup_j \sum_{ij}$. К этой группе относятся метод ключевых операторов, метод общего решателя задач и др.

Третью группу составляют методы, использующие логический вывод. Исходная информация представляется в виде описания состояний в рамках некоторой формальной системы, включающей алфавит, аксиомы и правила вывода. К этой группе относятся дедуктивный метод, метод продукций и др.

Разработаны различные модификации методов поиска с целью повышения их эффективности, а также комплексные целевые стратегии поиска общего характера, моделирующие процесс рассуждения человека. Рассмотренные схемы допускают обобщение на нечеткий случай путем объединения стратегий поиска по состояниям и по задачам, что повышает гибкость стратегии поиска, устраняет ее детерминированность, а также однозначность формы представления исходной информации, не имеющие места в реальных условиях. Обзор этих методов дан, например, в [19, 39].

5.5. Применение нечетких множеств при решении задачи оптимального выбора

В работе Беллмана и Заде впервые было предложено использовать теорию нечетких множеств в качестве аппарата для решения задачи оптимального выбора. Обычно при ее решении делаются следующие упрощения: независимость выбора от состояний среды (закрытые системы), одинаковая важность критериев, каждая целевая функция определяет отношение полного порядка на множестве объектов.

Пусть E – множество объектов, оцениваемых по множеству критериев K; X_i – область, в которой оцениваются объекты по критерию $K_i \in K$. Целевая функция, связываемая с критерием K_i , описывается нечетким множеством G_i, определенным на X_i с функцией принадлежности $\mu_{G_i}(x)$. Значение $\mu_{G_i}(x)=1$ (ядро множества) соответствует полной совместимости оценки x с множеством целей G_i , а $\mu_{G_i}(x)=0$ - полной несовместимости. Значения $\mu>0$ (носитель нечеткого множества G_i) соответствует частичной совместимости значений оценки и целей, задаваемых предпочтениями ЛПР. Определение величин μ_{G_i} может осуществляться различными методами, например: использование градаций уровня совместимости (т.е. дискретизация множества X), их сопоставление с оценками ЛПР по лингвистической шкале с последующим сглаживанием дискретных значений; представление нечеткой цели в виде нечеткого числа, причем ЛПР непосредственно задает параметры модели, исходя из имеющейся информации и своих предпочтений.

После того, как функции μ_{G_i} построены для всех целей, решается задача их свертки, которая формулируется в следующем виде: имеется m частных целей, связываемых с m критериями K_i , по которым оцениваются объекты из множества E. Нечеткое множество объектов, совместимых с общей целью, получается свертыванием нечетких множеств с функциями принадлежности $\mu_{\tilde{G}_i}$. Иными словами ищется отображение f из $[0, 1]^m$ в [0, 1] такое, что

$$\mu_{\sum} = f(\mu_1, \ \dots \ , \mu_m) \qquad (71)$$

Обычно требуют, чтобы операция свертки удовлетворяла ряду аксиом:

1. Граничные условия: $f \in [0,\ 1]$, причем $f(0,\ 0,\ \dots\ ,0)=0$, $f(1,\ 1,\ \dots\ ,1)=1$;
2. Монотонность: если для $\forall\ i\ \mu_i \ge \mu_i'$, то $f(\mu_1,\ \dots\ ,\mu_m) \ge f(\mu_1',\ \dots\ ,\mu_m')$;

3. Симметричность: $f(\mu_1, \ \dots \ , \mu_m) = f(P(\mu_1 \ , \ \dots \ , \mu_m \ ))$, где P – перестановка. Это условие предполагает, что цели имеют одинаковую важность;

4. Непрерывность (данное свойство не является обязательным).

Перечисленные аксиомы определяют широкий класс операций пересечения **i** и объединения **u** нечетких множеств, так называемых треугольных норм и конорм. Выделяют несколько групп операций свертки, характеризуемых сохранением некоторых полезных свойств операций пересечения (конъюнкция целей) и объединения (дизъюнкция целей) для обычных множеств (законы исключенного третьего и непротиворечивости или идемпотентность и взаимная дистрибутивность).

1. Идемпотентные операции, наиболее характерные представители которых $i = \min\ (\mu,\ \mu')$, $u = \max\ (\mu,\ \mu')$. Следует отметить, что операция min – самая большая из операций, пересечения, а операция max – самая малая из операций объединения.

2. Архимедовы операции, обладающие строгой монотонностью, например:

$i = \mu \cdot \mu'$, $u = \mu + \mu' - \mu \cdot \mu'$.

3. Нильпотентные операции, например:

$i = \max\ (0,\ \mu + \mu' - 1)$, $u = \min\ (1,\ \mu + \mu')$.

Для случаев двух аргументов промежуточные стратегии между конъюнкцией и дизъюнкцией могут быть описаны в виде параметрического семейства:

$$f(\mu,\ \mu') = i(\mu,\ \mu')^{\gamma} \cdot u(\mu,\ \mu')^{\gamma-1},$$

где γ - степень компенсации целей; i, u – выбранные операции пересечения и объединения.

Кроме операций пересечения и объединения исследовались также операции осреднения и симметрического суммирования. Операции осреднения включают медианную оценку, а также различные типы средних. Симметрические операторы свертки определяются равенством: $1 - f(\mu,\ \mu') = f(1-\mu,\ 1-\mu')$.

При обобщении задачи на случай многих критериев в качестве операции свертки используются симметрические суммы вида:

$$f(\mu_1,\ \dots\ ,\mu_m) = g(\mu_1,\ \dots\ ,\mu_m) / \{g(\mu_1,\ \dots\ ,\mu_m) + g(1-\mu_1,\ \dots\ ,1-\mu_m)\},$$

где g - произвольная неубывающая, неотрицательная, непрерывная функция. Учет важности критериев может быть проведен обобщением подходов, используемых в классическом случае, например, заданием нечетких порогов удовлетворения целей, взвешиванием критериев и подцелей и т.п.

Рассмотренные группы операций свертки не исчерпывают всего возможного спектра стратегий; особенно наглядно это проявляется, когда цели взаимозависимы. Наряду с ними могут применяться другие операции, например, получаемые комбинированием перечисленных. Следует отметить, что выбор подходящей операции свертки зависит от характера предпочтений ЛПР, имеющихся ограничений (наличие пороговой системы, аналогов и т.п.), а также характеристик точности информации о целях и критериях. Обзор нечетких операций свертки можно найти, например в [9, 39].

Построение и оценка достоверности решений.

При принятии решений в нечетких условиях центральной проблемой является оценка достоверности результата. Для нахождения решений и оценки их достоверности автором данной книги предложен следующий подход. Обозначим X – нечеткое множество альтернатив; x, y – произвольные альтернативы из X; d(x,y) – мера различения альтернатив, ν-индекс нечеткости множества, являющийся оценкой качества представляемой им информации. Тогда выбор наилучшего решения определяется одним из условий:

$$\mu(x^*) = \max_x \min_{y \neq x} d(x, y) \qquad (72a)$$

а) Выбор по наиболее специфичному элементу

$$\mu(x^*) = \min_x \min_{y \neq x} d(x, y) \qquad (72б)$$

б) Выбор по наименее специфичному элементу

В качестве d(x, y) используется различные функции, в частности, оно может определяться через функцию принадлежности отношения различения альтернатив, через степень их согласования (например, при оценке достоверности факта) и т.п. [38]. Достоверность определяется сравнением с индексом нечеткости множества решений. Меру (степень) достоверности определим как неотрицательную действительно-значную функцию, изменяющуюся в интервале [0,1]:

$$c(x) = (k \min_{y \neq x} d(x, y) - l\nu)m \vee \quad 0 \vee 1, \qquad (73)$$

где k,l,m - рациональные числа.

Рассмотрим случай, когда d(x, y) определяется через функцию принадлежности, и выбор проводится по наибольшему различию. Пусть в критериальном пространстве на основе ограничений на множество допустимых альтернатив задан набор нечетких условий и ограничений и соответствующие матрицы различий (сравнительных оценок) альтернатив по каждому критерию λ^j(x,y) , где j –номер критерия.

Мера различения (метрика) d(x, y), соответствующая отношению R на множестве альтернатив, определяется по исходным матрицам различий альтернатив с точностью до монотонного преобразования. Если отношение на множестве альтернатив транзитивно (например, имеется информация об аналогах), мера d (x, y) определяется как функция принадлежности соответствующего порядкового отношения. Если отношение нетранзитивно, то мера определяется как степень несходства элементов рассматриваемого множества, получаемая транзитивным замыканием исходных отношений [38]. В последнем случае наибольший интерес представляют специфические элементы (альтернативы), соответствующие максимальному значению меры, при котором альтернативы еще различимы. Формальное выражение для меры в обоих случаях дается выражением:

где f – операция свертки по j, зависящая от стратегии и типа отношения.

$$d(x, y) = \mu_R(x, y) = f(\lambda^j(x, y)), \qquad (74)$$

Расстояние альтернативы x до ее дополнения X/x дается выражением (X – множество типа решетки):

$$\mu(x) \equiv d_{x,X/x} = \inf_{y \neq x} \mu_R(x,y) \qquad (75)$$

Значения μ(x) упорядочивают альтернативы по степени выполнения отношения R. Оптимальные решения x* определяются как решения, для которых μ(x) максимально:

$$\mu(x^*) = \sup_x \inf_y \mu_R(x,y) \qquad (76)$$

или как решения, удовлетворяющие пороговым условиям:

$$\mu(x^*) \geq \varepsilon, \qquad (77)$$

где ε –пороговое значение, а μ(x*) дается выражением (75) или (76).

Достоверность решения проверяется сравнением μ(x) с индексом нечеткости множества альтернатив. Выражение (73) для степени достоверности принимает вид:

$$c(x) = (k\mu(x) - l\nu)m \vee 0 \vee 1. \qquad (78)$$

$$c^{(1)}(x) = (\mu(x) - \nu) \vee 0. \qquad (78a)$$

В частности, при k=1, l=1, m=1 имеем:

При k=2, l=1, m=1:

$$c^{(2)}(x) = (2\mu(x) - \nu) \vee 1. \qquad (78б)$$

При k=1, l=1/2, m=1:

$$c^{(3)}(x) = \mu(x) - \nu/2. \qquad (78в)$$

При k=1, l=1/2, m=2:

$$c^{(4)}(x) = (\mu(x) - \nu)2 \vee 1. \qquad (78г)$$

Функции (78а), (78б), (78г)- кусочно гладкие, (78в)- непрерывная.

Изменяя параметры k, l, m, можно изменять значения μ(x), при которых степень достоверности принимает значения 0 и 1.Например, для функций (78а): c(x)>0 при μ(x)> 2/3, для функции (78б): c(x)>0 при μ(x)>0,5 и c(x)=1 при μ(x)≥3/4; для функции (78в): c(x)>0 при μ(x)>0,5; для функции (78г): c(x)>0 при μ(x)>0,5 и c(x)=1 при μ(x)≥0,834.

Будем считать решение x достоверным, если для него:

$$\mu(x) > \nu, \tag{79}$$

т.е. c(x)>0.

Проведем количественные оценки. Определим индекс нечеткости как [38]:

$$\nu = 2\inf_{\alpha}(X_{\alpha} R\overline{X} \;= \varnothing), \tag{80}$$

где R – отношение X; X_α – α-срез множества X; $\overline{X_\alpha}$ – α- срез множества ˥X.

Если отношение задано операцией пересечения со сверткой типа min, то из (80) мы получим:

$$\nu = 2\sup_{x}\min(\inf_{y}\mu_R(x,y), 1-\inf_{y}\mu_R(x,y)). \tag{80а}$$

Пусть для определенности $\mu_R > 1-\mu_R$, тогда имеем:

$$\nu = 2\sup_{x}(1-\inf_{y}\mu_R(x,y)). \tag{80б}$$

Подставляя (76) и (80б) в (79), найдем:

$$\inf_{x}\mu_R(x^*, y) > 2/3, \tag{81}$$

т.е. достоверными считаются решения, для которых μ(x)>2/3, что соответствует функции (78а) для степени достоверности c(x). При использовании в (79) более мягкой границы достоверности ν/2 соотношение (81) принимает вид:

$$\mu(x^*) > 0{,}5, \tag{81а}$$

что соответствует функциям (78в) или (78г), причем мера (78в) слабее, чем (78г).

Таким образом, выбор меры достоверности определяется соображениями целесообразности. Если нужно гарантировать высокую достоверность, следует использовать функцию $c^{(1)}$, при средних требованиях - $c^{(3)}$, при слабых - $c^{(2)}$ или $c^{(4)}$.

Если $\mu_R(x) \le 1 - \mu_R$, то полученные соотношения не применимы. Для получения оценок определим отношение порядка на множестве альтернатив X: {x, μ(x)}, где μ(x) дается выражением (75), т.е. применим монотонное преобразование к μ(x). Конкретный вид преобразования зависит от информационного множества задачи, характера предпочтений ЛПР и определяется из условия максимального различения альтернатив. В частности, преобразование вида:

$$\mu'(x) = \inf_y (1 - (\mu(y) - \mu(x))) \qquad (82)$$

сохраняет разности, т.е. μ'(y) - μ'(x)= μ(y) - μ(x). В преобразованном множестве {x, μ'(x)} достоверность решения определяется полученными выше соотношениями, т.е. μ'(x *) > 2/3 или μ'(x *) > 0,5. Преобразование вида:

$$\mu''(x) = 1, \quad если \quad \forall y \in X \quad \mu(y) - \mu(x) \le 0, \qquad (83a)$$

иначе

$$\mu''(x) = 2 \inf \mu(y), \qquad (83б)$$

позволяет выбрать эффективные (наиболее специфичные) решения по степени выполнения отношения R. В преобразованном множестве гарантируется существования хотя бы одного решения с μ"(x)=1. Для него и остальных решений достоверность определяется как и выше, если μ"(x)> 1 - μ"(x). Если для всех остальных решений μ"(x)≤1 - μ"(x), то эффективными являются только альтернативы, для которых μ"(x)=1. В этом случае можно говорить только о предпочтении одних решений перед другими. Формально такой подход эквивалентен выбору параметра l в выражении (78) для уменьшения нижнего предела μ(x), при котором c(x)>0.

Таким образом, мера (степень) достоверности решения определяется с точностью до монотонного преобразования.

Изменение достоверности при преобразовании исходной информации. Одним из важных вопросов при оценке достоверности решений является определение допустимых преобразований, т.е. таких, которые не ухудшают достоверности. Рассмотрим три класса операций объединения и пересечения, наиболее часто применяемых к функции принадлежности (см. выше).

1. Идемпотентные операции. Примером таких операций являются операции **min** для пересечения и **max** для объединения.
2. Строго монотонные архимедовы операции. Примером операций этого типа являются «произведение» для пересечения и **sum** для объединения (**sum**(a, b)=a+b-ab).
3. Нильпотентные операции. Примером таких операций является **max** (0, a+b-1) для пересечения и **min** (1, a+b) для объединения.

Проанализируем, как для каждого класса операций изменяются значения истинности. Обозначим μ(x)≡a; μ(y)≡b и положим для определенности (что не принципиально) a≤b. Имеем для операций 1-го класса:

min(a,b)=a≤a≤b; max(a,b)=b≥b≥a.

Для операций 2-го класса, учитывая что a,b∈[0,1], получим:

$ab \le a \le b$; $sum(a,b)=a+b-ab=b+a(1-b) \ge b \ge a$, так как $(1-b) \ge 0$.

Для операций 3-го класса:

$\max(0, a+b-1) \le \max(0, a-(1-b)) \le a \le b$, так как $(1-b) \ge 0$; $\min(1, a+b) \ge b \ge a$, так как $a+b \ge b \ge 0$.

Таким образом, применение операции пересечения не увеличивает, а операции объединения не уменьшает значение истинности. Этот вывод является оправданным, так как операция пересечения соответствует противоречивой информации, а операция объединения – взаимодополнительной.

Установим, как соотносятся между собой операции рассмотренных классов. Имеем (в тех же обозначениях):

$\min(a,b)=a \ge ab \ge \max(0,a-(1-b)=\max(0,a+b-1)$, так как $(1-a)(1-b) \ge 0$;

$\max(a,b)=b \le sum(a,b) \le \min(1,a+b)$,

что вытекает из предыдущих соотношений.

Следовательно, истинность уменьшается при переходе от первого класса к третьему для операций пересечения и возрастает для операций объединения.

Рассмотрим теперь, как изменяется достоверность решений при использовании различных операций, для чего оценим изменение индекса нечеткости ν. Для индекса нечеткости ν будем использовать выражение (80).

Для идемпотентных операций, используя свойства ассоциативности и дистрибутивности, после довольно громоздких преобразований получим:

$\nu_\cap \le max(\nu_A,\nu_B)$;

$\nu_\cup \le max(\nu_A,\nu_B)$,

где $\nu_\cap$, $\nu_\cup$ - индекс нечеткости для пересечения и объединения нечетких множеств A и B соответственно; ν_A , ν_B – индексы нечеткости исходных множеств.

Следовательно при самых общих предположениях о виде множеств A и B можно утверждать, что операции min, max не увеличивают индекс нечеткости по сравнению с исходными множествами.

Для архимедовых операций подобное утверждение, вообще говоря, не имеет места. Для операции «произведения» получаем:

$\nu_\bullet \ge max(\nu_A , \nu_B)$,

если $\exists i: \mu_i \mu_i' \ge \dfrac{\overline{\mu}_i + \overline{\mu}_i'}{2}$,

где $\mu_i \equiv \mu_A(x_i)$; $\mu_i' \equiv \mu_B(x_i)$; $\overline{\mu}_i = 1 - \mu_i$; $\overline{\mu}_i' = 1 - \mu_i'$;

иначе $\nu_\bullet < max(\nu_A , \nu_B)$.

Для операции sum имеем

$\nu_{sum} \ge \max(\nu_A , \nu_B)$,

если $\exists i: \dfrac{\mu_i + \mu_i'}{2} \le \overline{\mu}_i \overline{\mu}_i'$,

иначе $\nu_{sum} < \max(\nu_A , \nu_B)$,

Рассмотрим нильпотентные операции. Для операции усеченного пересечения имеем очевидное соотношение:

$\nu_{CL} = 0$, если $\forall i: \mu_i + \mu_i' \le 1$;

В общем случае:

$\nu_{CL} \geq \max(\nu_A, \nu_B)$,

если $\exists i: 1 < \mu_i + \mu_i' \leq 1{,}5 : \mu_i \geq \dfrac{\overline{\mu}_i' + 1}{2} \wedge \mu_i' \geq \dfrac{\overline{\mu}_i + 1}{2} \wedge$

$\forall j \neq i : \mu_j + \mu_j' - 1 \leq 0 : \max(\mu_j, \mu_j') \leq \mu_i + \mu_i' - 1$

или $\exists i: \mu_i + \mu_i' > 1{,}5 \wedge \forall j \neq i : \mu_j + \mu_j' - 1 \leq 0; \max(\overline{\mu}_j, \overline{\mu}_j') \geq \mu_i + \mu_i' - 1$

иначе $\nu_{CL} < \max(\nu_A, \nu_B)$.

Для операции усеченного объединения имеем очевидное соотношение:

$\nu_{aL}=0$, т.е. информация имеет высокую достоверность, если $\forall i: \mu_i + \mu_i' \geq 1$.

В общем случае:

$\nu_{aL} \geq max(\nu_A, \nu_B)$,

если $\exists i: \mu_i + \mu_i' \leq 0{,}5 \wedge \forall j \neq i : \mu_j + \mu_j' \geq 1; \max(\overline{\mu}_j, \overline{\mu}_j') \leq \mu_i + \mu_i'$

или

$\exists i: 0{,}5 < \mu_i + \mu_i' \leq 1; \overline{\mu}_i/2 \geq \mu_i' \wedge \overline{\mu}_i'/2 \geq \mu_i \wedge \forall j \neq i : \mu_j + \mu_j' \geq 1 : \min(\mu_j, \mu_j') \geq \mu_i + \mu'$

иначе $\nu_{aL} < max(\nu_A, \nu_B)$.

Таким образом, достоверность решения определяется сравнением меры различения альтернатив с индексом нечеткости множества альтернатив. Мера (степень) достоверности определяется с точностью до монотонного преобразования. Полученные соотношения позволяют обоснованно выбрать допустимые преобразования нечеткой исходной информации, не ухудшающие достоверности решений. Анализ показывает, что при операциях *max*, *sum* и операции усеченного объединения достоверность не убывает по сравнению с исходными множествами и при переходе от операций первого класса к третьему, а при операциях *min*, произведение и усеченное пересечение не возрастает, причем для операции *min* достоверность заключена между значениями достоверности исходных множеств либо совпадает с наименьшим из них, а для двух других операций пересечения достоверность не превосходит наименьшую из достоверностей исходных множеств.

Вопросы, изложенные в этой главе, рассмотрены в [1, 2, 3, 8, 9, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 36, 37, 38, 39, 41, 43, 46, 47, 48, 49, 50, 53].

Приложения

1. Использование математических методов в теории систем

1.1. Математическое описание систем

Определение 1. Системой называется отношение на непустых множествах:

$$S \subset \times \ \{V_i : \ i \in I\}, \qquad (1)$$

где $\times$- символ декартова произведения; I – множество индексов; V_i – элемент системы. Если I конечно, то (1) имеет вид:

$$S \subset V_1 \times V_2 \times \ldots \times V_n \ . \qquad (2)$$

Пусть $I_X \subset I$, $I_Y \subset I$ образуют разбиение множества V, т.е. $I_X \cap I_Y = \varnothing$ и $I_X \cup I_Y = I$. Множество $X \subset \times \ \{V_i : \ i \in I_X\}$ называется входным элементом, а $Y \subset \times \ \{V_i : \ i \in I_Y\}$ - выходным элементом системы. Тогда $S \subset X \times Y$. Такая система называется системой “вход - выход”. Если S является функцией, то соответствующая система называется функциональной.

Определение 2 (для системы с конечным числом состояний). Система определяется в виде кортежа (упорядоченного набора элементов):

$$S = \langle X, Y, \theta, \lambda, \gamma \rangle, \qquad (3)$$

где X – множество допустимых входов; Y – множество допустимых выходов; θ - множество допустимых состояний; $\lambda : \ \theta \times X \to \theta$ - функция перехода; $\gamma : \ \theta \times X \to Y$ - функция выхода.

Таким образом, система определяется в терминах ее наблюдаемых свойств или в терминах взаимосвязей между ними, а не тем, что они на самом деле собой представляют, т.е. не с помощью физических, биологических и других явлений. Это отражает суть системного подхода, направленного на выяснение организации и взаимосвязей элементов систем, а не конкретных механизмов в рамках окружающей действительности.

1.2. Методы изучения структуры систем

1.2.1. Топологический анализ. Для изучения структуры взаимосвязей элементов системы используется так называемый топологический анализ, или анализ связности, оперирующий понятиями комплекса, симплекса; q – связности и эксцентрисета. Этот анализ определяет связность подсистем в системе.

Симплициальный комплекс – обобщение понятия планарного графа, отражающее многомерную природу рассматриваемого бинарного отношения между элементами системы. В общем виде систему можно представить в виде множества пар элементов, связанных некоторым отношением R. Тип отношения может быть различным: соответствие, подобие, сходство, различие и т.п.:

$$S = \{(x, y) : x \in X, y \in Y, xRy\}.$$

Отношение R порождает множество многомерных связей между элементами. Анализировать можно как связи элементов множества X,так и связи элементов множества Y. Любой элемент множества X (или Y) со связями называется симплексом. Объединение симплексов образует комплекс. Обозначение симплекса $\sigma_X(Y,R)$ или $\sigma_Y(X,R)$. Обозначение комплекса $K_X(Y,R)$ или $K_Y(X,R)$.

Задача изучения структуры связности комплекса K сводится к построению классов q-эквивалентности. Для каждого значения размерности q= 0, 1, … ,dim K (где dim K – максимальная размерность комплекса) можно определить число различных классов эквивалентности θ_q. Назовем эту операцию q-анализом комплекса K, а вектор $\theta = (\theta_{\dim\ K},\ \dots\ ,\theta_1,\ \theta_0)$ - первым структурным вектором комплекса.

Симплекс $\sigma_Y(X,R)$ называется q-мерным (связным), если он содержит не менее q+1 элементов, удовлетворяющих отношению R (число единиц в соответствующей симплексу строке матрицы инциденций). Если два симплекса q-связны, то они также q-1, q-2, … ,0-связны в комплексе K.

Рассмотрим сущность топологического анализа на двух примерах.

Первый пример касается системы, описывающей сферу обслуживания. Пусть множество X = (хлеб, молоко, марки, обувь) представляет интересующие нас товары, а множество Y = (гастроном, универмаг, банк, почта) – предприятия сферы обслуживания, Зададим отношение $R \subset X \times Y$, связывающее эти два множества: товар x_j можно получить на предприятии y_i. Определим систему: $S = \{(y_1,x_1),(y_1,x_2),(y_2,x_4),(y_4,x_3)\}$; для каждой пары элементов системы выполняется отношение R. Матрица инциденций r отношения R имеет вид:

R	x_1	x_2	x_3	x_4
y_1	1	1	0	0
y_2	0	0	0	1
y_3	0	0	0	0
y_4	0	0	1	0

Геометрически комплекс может быть представлен в виде:

где X – множество вершин, Y – множество симплексов. Пустой симплекс y_3 не принадлежит комплексу $K_Y(X,R)$. Комплекс $K_Y(X,R)$ состоит из 1-симплекса y_1 и двух 0-симплексов y_2 и y_4. Это означает, что данная система обнаруживает очень низкий уровень связности. При рассмотрении комплекса K_Y можно видеть, что θ_1=1 (симплекс y_1); θ_0=3 (несвязные (дизъюнктные) симплексы y_1, y_2, y_4). Следовательно, θ = (1, 3) – первый структурный вектор комплекса.

В качестве второго примера рассмотрим q-анализ системы “приборы - величины”. Пусть множество X состоит из измерительных приборов: $X = (x_1, x_2,\ \dots\ ,x_{15})$, а множество Y из измеряемых величин $Y = (y_1, y_2,\ \dots\ ,y_{15})$.

Определим отношение R такое, что $(x_i, y_j) \in R$, если прибором x_i можно измерить величину y_j. Построим матрицу инциденций для этого отношения:

R	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	y_{15}
x_1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
x_2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_4	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
x_6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
x_9	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{11}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{12}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{13}	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x_{14}	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
x_{15}	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0

Результаты q-анализа представляются в виде:

q=5; θ_5=1 $\{x_4\}$

q=4; θ_4=1 $\{x_4\}$

q=3; θ_3=2 $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$

q=2; θ_2=3 $\{x_4\}$, $\{x_{15}\}$,$\{x_1\}$

q=1; θ_1=2 $\{x_1, x_4, x_9, x_{12}, x_{14}, x_{15}\}$, $\{x_5\}$

q=1; θ_0=1 {все x, за исключением x_7, x_{10}},

где q – степень связности; θ_q – число компонентов связности q; $\{\cdot\}$ – множество симплексов, имеющих связность q.

Следует иметь в виду, что с уменьшением степени связности некоторые симплексы объединяются в один компонент. Для объединения двух симплексов необходимо, чтобы для степени связности q, они имели не менее q+1 общих связей (число единиц в одних и тех же столбцах матрицы инциденций).

Структурный вектор комплекса равен: θ = (1, 1, 2, 3, 2, 1). Таким образом, комплекс связан для больших и малых q, а для промежуточных значений связности распадается на несколько несвязных компонентов. Существование на уровне q = n более чем одного компонента означает, что существует два n-мерных симплекса (прибора), которые не являются n-связными. Введем вектор препятствия D = θ - I, где I – единичный вектор. Компоненты вектора D являются мерой препятствия свободному обмену информацией в комплексе на каждом уровне размерности (связности). Если на каком-то уровне компонент вектора D равен 0, то препятствие отсутствует. В рассматриваемом примере препятствие на уровне q=3 (соответствующий компонент вектора D не равен 0), означает, что симплексы (приборы) x_4 и x_{15}, хотя каждый из них может измерить, по крайней мере, четыре величины, не связаны (прямо или косвенно) никакими четырьмя величинами и ,следовательно, беспрепятственный обмен величинами между приборами x_4 и x_{15} на уровне q=3 не возможен. Таким образом, вектор препятствий является индикатором возможных вариантов выбора измеряемых величин для приборов на каждом уровне связности.

Рассмотренный q-анализ эффективен при изучении связности структуры, но не дает информации о том, как каждый отдельный симплекс входит в комплекс. Для оценки степени интегрированности каждого симплекса в структуре всего комплекса используют понятие эксцентриситета. Эксцентриситет определяется формулой:

$$\varepsilon(\sigma) = (\hat{q} - \tilde{q})/(\tilde{q} + 1),$$

где $\hat{q}$ - максимальная размерность (степень связности) симплекса σ; $\tilde{q}$ - наибольшее значение q, при котором σ становится связанным с каким-либо другим симплексом. Если симплексу соответствует строка из нулей в матрице инцеденций, то формально полагают для него $\hat{q} = \tilde{q} = -1$. Результаты расчетов для рассматриваемого примера приведены в табл.1.

Из данных табл. 1 следует, что наиболее интегрированным в комплексе (многофункциональным) является прибор x_4. Таким образом, эксцентриситет является мерой гибкости приборов к изменениям в системе. Аналогично проводится топологический анализ множества Y по отношению R.

Таблица 1.

Значения эксцентриситета

x_i	Эксцентриситет
x_1	½
x_2	0
x_3	0
x_4	2
x_5	1

x_i	эксцентриситет
x_6	0
x_7	∞
x_8	0
x_9	0
x_{10}	∞

x_i	Эксцентриситет
x_{11}	0
x_{12}	0
x_{13}	0
x_{14}	0
x_{15}	1

1.2.2. Понятие покрытия (разбиения). Для того чтобы расширить понятие топологической связности и отразить в нем иерархический аспект, используют понятие покрытия. Семейство множеств $A = \{A_i\}_1^n$ называется покрытием множества X, если $A_i \in 2^X$ и $X = \bigcup_i A_i$ (где 2^X – множество всех подмножеств множества X). Если кроме того $A_i \cap A_j = \varnothing$ ($i \neq j$), то A называют разбиением X.

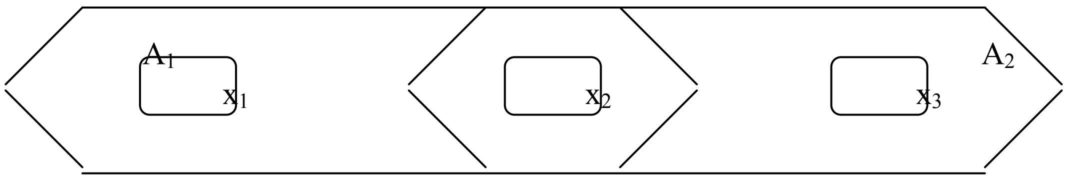


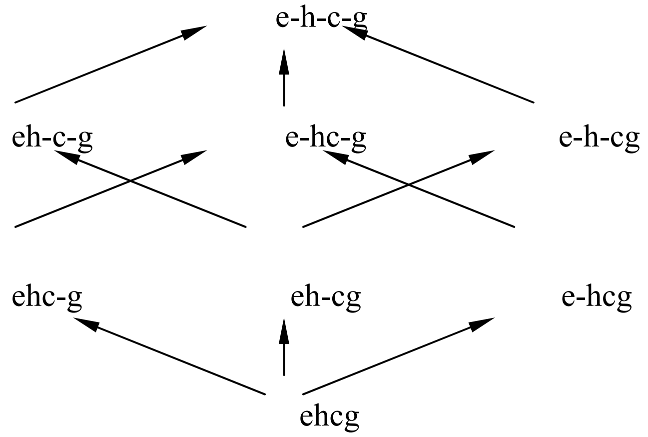
Рис.1. Покрытие множества X.

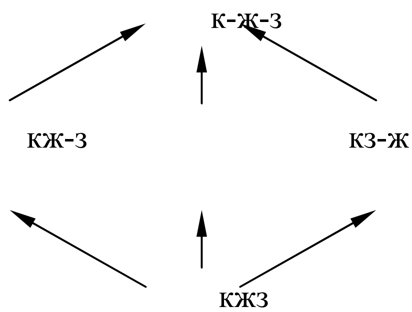
Элементы множества A являются подмножествами X, т.е. можно считать A_i как бы расположенными на N+1 уровне, полагая, что элементы X расположены на N уровне. Теперь можно определить иерархию H при помощи соотношения R, задаваемого условием: $\{A_i, X_j\} \in R$ тогда и только тогда, когда $X_j \in A_i$. Такое отношение R представляется матрицей инциденций из нулей и единиц так же как отношения, задаваемые на N уровне. Эта идея может быть распространена на дополнительные уровни иерархии и связи между ними. Использование понятий покрытия, разбиения и иерархии дает дополнительные возможности формализованного представления систем при поиске решения проблем анализа и синтеза.

1.2.3. Построение разрешающих форм. Введение отношения на множестве элементов приводит к упрощениям и появлению классов эквивалентности состояний, что можно описать с помощью функции: $f_i : V_i \to V_i^{'}$, где V_i - заданное множество состояний переменной w_i, а $V_i^{'}$ - упрощенное множество состояний той же переменной. Выбираемая функция должна быть гомоморфна (взаимно-однозначна) относительно свойств исходного множества, существенных с точки зрения рассматриваемой задачи, Такая функция называется упрощающей. Разбиение исходного множества на неразличимые классы называется разрешающей формой. Разрешающие формы могут быть упорядочены по отношению уточнения, определенного на разбиениях данного множества. Такое отношение является отношением частичного порядка и образует решетку. Для двух разбиений X и Y, определенных на одном и том же множестве, будем говорить, что X является уточненным разбиением Y, если для любой группы $x \in X$ существует группа $y \in Y$ такая, что $x \subseteq y$. Тогда Y – укрупненное разбиение X. Решетка разрешающих форм на множестве состояний называется разрешающей формой. Рассмотрим пример. Пусть переменная, описывающая образование имеет следующие состояния: e - начальное образование; h - полная средняя школа; c - вуз; g - ученая степень. Отношение порядка является очевидным $e \prec h \prec c \prec g$, т.е. существует 8 разрешающих форм, решетка которых изображена на рис.2 в виде диаграммы Хассе. Группам в отдельных разрешающих формах можно дать отдельные названия: “cg” – вуз или ученая степень; “hc” – полная средняя школа; “eh” – не выше средней школы; “ehc” – любое образование, кроме ученой степени; “hcg” – образование выше начального.

На рис.2 стрелки указывают направление уточнения разбиения. Для упрощения исходной системы надо двигаться в обратном направлении.

Для сравнения рассмотрим переменную, состояниями которой являются цвета светофора: красный, желтый, зеленый. Так как они не упорядочены, то все разбиения множества приемлемы. Соответствующая диаграмма Хассе дана на рис.3.





к-жз

Рис.2. Решетка разрешающей формы для полностью упорядоченного множества

Рис.3. Решетка для неупорядоченного множества

Если множество состояний состоит из m-состояний, то число разрешающих форм в решетке $\lambda_m : \lambda_m = \sum_{i=0}^{m-1} C_{m-1}^{i} \lambda_i ; \; \lambda_0 = 1$.

m …..	2	3	4	5	6	7
λ_m …..	2	5	15	52	203	877

Без учета наименьшей уточненной формы и наибольшей число осмысленных упрощений равно λ_m-2.

Если имеется несколько переменных, то любая разрешающая форма для одной переменной может быть объединена с любой другой. Все эти комбинации можно включить в одну решетку, характеризующую выбор набора переменных. Она называется объединенной разрешающей формой.

Пусть $X_1, \ldots, X_n$ – множества элементов отдельных решеток выбранных переменных, а X – множество элементов общей решетки, т.е. $X = X_1 \times \ \ldots \ \times X_n$ и для двух заданных решеток (n-ок): $(x_1,\ldots,x_n)$ $(y_1,\ldots,y_n) \in X$ мы определим ,что $(x_1, \ \ldots, \ x_n) \le (y_1, \ \ldots, \ y_n)$ тогда, когда $x_j \le y_j$ для всех разрешающих решеток (j = 1, …, n). Общее число элементов объединенной разрешающей решетки равно произведению числа элементов отдельных разрешающих решеток, т.е.

$$|X| = \prod_{j=1}^{n} |X_j| . \qquad (4)$$

Общее число элементов, представляющих содержательные упрощения

$$|X_S| = \prod_{j=1}^{n} (|X_j| - 1) - 1 . \qquad (5)$$

Если все решетки одинаковы и каждая состоит из λ_m разрешающих форм, то $\left|X_S\right| = (\lambda_m - 1)^n - 1$.

Если все решетки построены на полностью упорядоченном множестве с m состояниями, то

$$\left|X_S\right| = (2^{m-1} - 1)^n - 1. \qquad (6)$$

Общее число осмысленных упрощений:

$$N(X_1,\ ...,\ X_n) = \prod_{j=1}^{n}\left|X_j\right| - 2. \qquad (7)$$

Если все переменные имеют одно и то же число разрешающих форм, например, множество X, то

$$N(X_1,\ ...,\ X_n) = \left|X\right|^n - 2. \qquad (8)$$

Если же множества состояний еще и полностью упорядочены, и каждое состоит из m состояний, то

$$N(X_1,\ ...,\ X_n) = 2^{n(m-1)} - 2. \qquad (9)$$

1.3. Аксиоматический подход к понятию сложности

Понятие сложности систем может быть определенно заданием следующих аксиом:

1. Иерархия. Если $\Sigma_i \subset \Sigma$, то

$C(\Sigma_i) \le C(\Sigma)$, т.е. сложность подсистемы не может быть больше, чем сложность всей системы.

2. Параллельное соединение. Если $\Sigma = \Sigma_1 \oplus ... \oplus \Sigma_k$, то

$C(\Sigma) = \max\limits_{1 \le i \le k} C(\Sigma_i)$,

т.е. при параллельном соединении подсистем, сложность суммарной системы определяется наиболее сложной ее частью.

3. Последовательное соединение. Если $\Sigma = \Sigma_1 \otimes ... \otimes \Sigma_k$, то

$C(\Sigma) \le C(\Sigma_1) + ... + C(\Sigma_k)$,

т.е. сложность системы не больше суммарной сложности подсистем.

4. Соединение с обратной связью.

$C(\Sigma_1 \overset{\leftarrow}{\otimes} \Sigma_2) \le C(\Sigma_1) + C(\Sigma_2) + C(\Sigma_2 \to \Sigma_1)$,

где $\to$ - операция обратной связи из системы Σ_2 в Σ_1.

5. Нормализация.

$C(\Sigma) = 0$ для всех $\Sigma \in \Omega$,

т.е. в множестве систем Σ существует подмножество "элементарных" систем Ω, сложность которых равна 0.

Приведенных аксиом оказывается достаточно для определения мер сложности систем, задаваемых различными способами. Для систем с конечным числом состояний эти аксиомы однозначно определяют меру сложности, причем их количество является минимальным. Приведенные аксиомы также удобны при алгебраическом подходе к анализу и оценке сложности.

Вопросы, изложенные в Приложении 1, рассмотрены в [6, 11, 12, 16, 17, 19, 2

2. Примеры решения задач

Задача 1.

Выберите хорошо известный Вам объект и проведите его системный анализ (например, это может быть измерительный или бытовой прибор, транспортное средство и т.п.) При анализе определите применительно к выбранной системе следующее: 1) систему в целом, полную систему и подсистемы; 2) окружающую среду; 3) цели и назначение системы и под- систем; 4) входы, ресурсы и (или) затраты; 5) выходы, результаты и (или) прибыль; 6) программы, подпрограммы и работы; 7) исполнителей, лиц, принимающих решения (ЛПР) и руководителей; 8) варианты системы, при использовании которых могут быть достигнуты поставленные цели; 9) критерии (меры эффективности), по которым можно оценить достижение целей; 10) модели принятия решения, с помощью которых можно оценить процесс преобразования входов в выходы или осуществить выбор вариантов; 11) тип системы; 12) обладает ли анализируемая система свойствами иерархической упорядоченности, централизации, инерционности, адаптивности, в чем они состоят?

13) Предположим, что фирма хочет повысить качество выпускаемой продукции (анализируемого объекта). Какие другие системы, кроме анализируемой, необходимо при этом учитывать? Объясните, почему на решение этой проблемы влияет то, как устанавливаются границы системы и окружающей среды?

Методические указания

Цель задачи состоит в освоении понятийного аппарата и схемы системного анализа.

Строго говоря, схему системного анализа целесообразно применять к открытым системам (транспортным, экономическим, технологическим, социальным и т.п.), ее применение к техническим системам носит скорее иллюстративный характер. Однако в дидактических (обучающих) целях рекомендуется выбрать для анализа именно техническую систему из следующего ряда (измерительный прибор, телевизор, магнитофон, холодильник, стиральная машина, транспортное средство, компьютер и т.п.)

Решение этой задачи для некоторых объектов дано в [37].с.111… 114,[38]. с. 129…136. Ответы на позиции схемы анализа должны быть краткими и конкретными.

Наибольшую сложность для студентов представляет определение системы в целом и функциональных подсистем. Состав системы в целом зависит от задачи, для решения которой проводится анализ. Чтобы объектом анализа являлся выбранный объект нужно корректно сформулировать задачу, например, обеспечение нормального функционирования данного объекта. Если задачу сформулировать по-другому, например, проектирование или диагностирование, то объектом анализа будет уже другая система (система проектирования, система диагностирования и т.п.).

Для рассматриваемой задачи применительно к технической системе типовой набор внешних систем, составляющих систему в целом, включает: систему исполнителя (оператор, пользователь),систему объектов, связанных с назначением данной системы (система заказчика), например, для автомобиля это – система грузов, для компьютера – система задач и т.п., систему питания, систему обеспечения и обслуживания т.п.

При определении функциональных подсистем следует учитывать назначение системы и ее преобразовательные возможности, а также входные элементы системы.

По преобразовательным возможностям целесообразно различать три типа систем:

а) системы, в которых отсутствует преобразование входного элемента;

б) системы, в которых изменяются отдельные характеристики входного элемента (точность, форма, размеры, физические, технико-экономические параметры);

в) системы, в которых изменяется назначение входного элемента.

К первому типу относятся распределительные системы, причем распределение может быть пространственным, временным и (или) на элементах некоторого множества. Например, транспортные системы (распределяют в пространстве), системы распределения энергетических и водных ресурсов, системы социального обеспечения и т.п. Ко второму типу относится большинство технических систем (измерительные и вычислительные системы, бытовые приборы и т.п.) К третьему типу относятся так называемые большие системы: промышленные, технологические, экономические (на входе – сырье и комплектующие, на выходе – продукт, имеющий новое назначение).

Состав функциональных подсистем зависит также от вида входного элемента.

Например, для систем, связанных с обработкой информации (измерительных, вычислительных), состав подсистем практически однотипен: система ввода информации, система преобразования информации, система управления, система вывода, резервная система, система обеспечения условий и т.п. Для технических систем, связанных с материальными объектами, состав подсистем несколько иной, например, система загрузки, приводная система, система управления, исполнительная система, вспомогательная система обеспечения и т.п.

Рассмотрим конкретные примеры

Пример 1. Объект анализа – измерительное устройство. Задача – обеспечение его нормального функционирования.

Решение.

1. ***Система в целом, полная система и подсистемы (рис.1)***

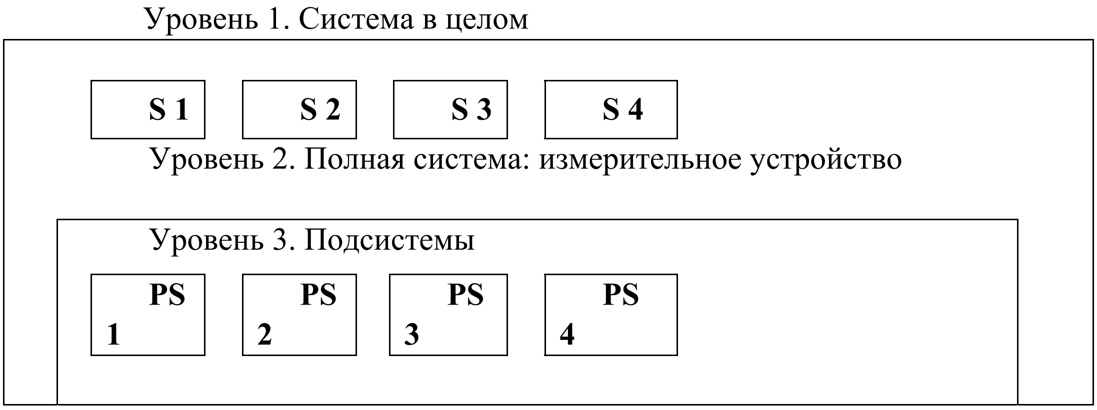


Рис.1. Представление уровней системы: измерительное устройство; S1,S2 и т.д. – внешние системы, учитываемые при решении задачи; PS1,PS2 и т.д. – подсистемы измерительного устройства;

S1 – система исполнителя (измеритель, экспериментатор);

S2 – система объектов измерения (источники входного воздействия, измеряемые величины);

S3 – система питания (аккумулятор, батарея, электрическая сеть);

S4 – система обеспечения условий эксперимента (защитные экраны, заземление, термостаты, климатическая камера и т.п.);

PS1 – воспринимающая система (датчик);

PS2 – система преобразования (преобразователь, усилитель);

PS3 – система передачи (передаточный элемент: электрическая линия, световод);

PS4 - система вывода (шкала, экран, цифровое табло, процессор и т.п.).

2. *Окружающая среда*

К ней относятся кроме перечисленных внешних систем S1-S4 (рис.1) также другие внешние системы, например S5 – природная среда,

S6 – службы ремонта и проверки приборов, S7 – система обучения (техникумы, вузы) и т.п., которые не учитываются при решении нашей задачи.

3. *Цели и назначение системы и подсистем*

Назначение системы – измерение (решение определенного класса измерительных задач). Датчик предназначен для восприятия и предварительного преобразования входного воздействия (измеряемой величины). Усилитель (преобразователь) – для усиления выходного сигнала датчика и при необходимости его преобразования в удобную форму (например, в электрический сигнал). Передаточный элемент служит для передачи сигнала на расстояние. Устройство вывода – для обработки и хранения полученного сигнала, а также его индикации.

Цель определяется экспериментатором в виде набора условий и ограничений задачи и включает следующие требования:

- вид измеряемой величины (например, электрическое напряжение постоянного тока);

- диапазон измерений (например, 1-10V);
- точность измерений (например, погрешность не более 1 %);
- время на одно измерение (например, не более 1 мин);
- условия измерений: температура, влажность, давление и т.п. (например, нормальные условия) и т.п.

4. *Входы, ресурсы и затраты*

Входом является входное воздействие (измеряемая величина).

К ресурсам относятся: априорная (исходная) информация об измерительной задаче, электроэнергия, деньги, время и усилия на измерение.

Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов, например, количество информации – 10^6 бит, суточный расход электроэнергии – 1 КВт*час; расход денег (запчасти, обслуживание, заработная плата) - 10 у.е.; расход усилий – 1000 Ккал.

5. *Выходы, результаты и прибыль*

Выходом является результат измерения, например, (6,56±0,06V). К результатам относятся: апостериорная (полученная измерением) информация об измеряемой величине (значение величины и погрешность измерения), а также экономия денег, времени и усилий за счет получения нужной измерительной информации.

Прибыль – это количественная оценка экономии, например, экономия денег – 20 у.е., времени – 0,5 час, усилий – 3000 Ккал. Результаты и прибыль оцениваются по отношению к системе более высокого уровня (система управления, технологический процесс, производство, экологическая система и т.п.); например, в виде влияния на уменьшение брака продукции, снижение трудозатрат, повышение эффективности управления, снижение экологического риска и т.п.

6. *Программы, подпрограммы и работы*

Для технических систем выделяется уровень работ, связанных с различными режимами функционирования устройства. Например, если это цифровой вольтметр постоянного и переменного тока, то возможны следующие виды работ:

- измерение электрического напряжения постоянного тока;
- измерение электрического напряжения переменного тока;
- измерение электрического напряжения с максимальной точностью;
- проведение некоторого заданного числа измерений за ограниченное время;
- длительные периодические (например, в течение суток) измерения электрического напряжения на объекте и т.п.

7. *Исполнители, ЛПР и руководители*

Исполнитель – непосредственный измеритель (измерители); ЛПР – экспериментатор, постановщик измерительной задачи; руководитель – научный руководитель проекта, научно-исследовательской работы, в рамках которой выполняются измерения (такая работа может включать несколько экспериментов, выполняемых на разных приборах).

8. *Варианты системы*

Системы при использовании которых могут быть достигнуты поставленные цели, определяются целью (целями), сформулированной в п.3 данной схемы. В данном случае это марки (типы) вольтметров, пригодные для достижения цели, например, вольтметры ВЧ-7, ВК2-17, ВК7-9, ВК7-15 и т.п.

9. *Критерии или меры эффективности*

Для измерительного устройства критериями степени достижения цели являются функциональные, технико-экономические, эргономические показатели, а именно, характеристики его точности, быстродействия, универсальность и т.п., например, класс точности (0,5), динамический диапазон измерений 10^6. Затраты времени на одно измерение (1 сек), виды измеряемых величин (напряжение, ток, сопротивление), а также надежность, расходы на эксплуатацию, экономичность, простота и удобство работы и т.п.

10. *Модели принятия решений*

Различают модели двух типов:

а). Модели преобразования, связывающие вход и выход системы;

б). Модели выбора, позволяющие выбрать наилучший вариант системы для достижения цели, из некоторого исходного множества вариантов.

Модели 1-го типа используются в следующих формах:

$y = f(x)$,
где x – вход, y – выход;

$y = \widehat{A} x$,
где $\widehat{A}$ – матрица;

$y = R^* x$,
где R - отношение (оператор).

Если связь между входом и выходом не определяется в явном виде, то используются модели выбора. Например, можно использовать аддитивную свертку (более подробно см. главу 5):

$$K^{(i)} = 1/n \sum_{j=1}^{n} K_j^{(i)},$$

где $K^{(i)}$ – общий критерий, характеризующий достижение целей при использовании i-го варианта системы;

$K_j^{(i)}$ - частные критерии (например, характеризующие точность, быстродействие, диапазон, и т.п.) для i-го варианта системы; n – число частных критериев.

Для линейного измерительного устройства входы и выходы связаны соотношением : $y = k' x$, где k' - статический коэффициент передачи; в нелинейном случае:

$$y = \int_{x\,min}^{x\,max} S\,(x,y)dx,$$

где S – чувствительность устройства.

Для сложного измерительного устройства: $y = k_1 * k_2 * k_3 * x$, где k_1 – оператор аналогового преобразования, k_2 – аналого - цифрового, k_3 – цифрового.

11. *Тип системы*

Измерительное устройство – это техническая, относительно - закрытая, статическая система; по преобразовательным возможностям относится ко второму типу (изменяются отдельные характеристики входного элемента).

12. *Свойства системы*

Система является иерархически упорядоченной, так как состоит из подсистем (см. п.1 данной схемы). Система централизована, т.к. центром является датчик. Система является инерционной т.к. имеет конечное ($\neq 0$) время установления показаний и измерения. Система адаптивна, так как сохраняет свои функции при изменении квалификации измерителя, условий измерений (температуры, влажности, давления), при колебаниях электропитания и других возмущающих воздействиях.

13. *Принятие решения*

При принятии решения о повышении качества анализируемой системы (измерительного устройства) фирме необходимо учитывать следующие внешние системы: потребителей, от которых зависят требования к качеству продукции; поставщиков, от которых зависит качество сырья и комплектующих; технологическую систему, которая влияет на возможность улучшения методов измерения и элементной базы; экономическую систему, от которой зависят финансовые условия деятельности фирмы и выбор стратегии (конкуренция, прибыль, ценообразование, налоги и т.п.). Учитывать или не учитывать ту или иную из перечисленных систем, зависит от того, какие ограничения она накладывает на принимаемое решение, а также от ресурсных возможностей фирмы (финансовых, временных, информационных).

Пример 2.

Объект анализа – автомобиль. Задача – обеспечение нормального функционирования автомобиля.

Решение.

1. Система в целом, полная система и подсистемы (см. рис.1 из первого примера):

S1 – система исполнителя (водитель, водительский состав);

S2 – система объектов перевозки (грузы, пассажиры);

S3 – система питания (автозаправочные станции);

S4 – система обеспечения и обслуживания (станции технического обслуживания автомобилей.)

S5 – система дорог.

Полная система – автомобиль, как совокупность функциональных подсистем.

При определении подсистем типичная ошибка состоит в том, что набор подсистем оказывается неполным и слабо связанным с назначением автомобиля (например, кузов, кабина, колеса, карбюратор), либо, наоборот, избыточным, включающим большое число разнородных (структурных) частей. При выделении подсистем нужно учитывать назначение (функцию) автомобиля – перевозка (доставка) грузов (пассажиров).

Рассуждать можно так: перевозимый объект нужно где-то разместить, значит должна быть PS_1 – система загрузки (например, кузов и приспособления); нужно перевезти объект на некоторое расстояние, значит должна быть PS_2 – приводная система (например, двигатель и трансмиссия); движение должно быть упорядоченным, значит должна быть PS_3 – система управления (например, рулевое управление и тормозы); управляющее воздействие нужно передать , значит должна быть PS_4 – исполнительная система (ходовая часть). В скобках указаны структурные части, хотя они могут иметь и другой вид.

2. *Окружающая среда* включает наряду с перечисленными выше внешними системами $S_1 : S_5$ также ряд других систем, которые могут в первом приближении не учитываться при решении нашей задачи, например, S_6 – природная среда, S_7 – система обучения водителей, S_8 – экономическая система: заводы изготовители, торгующие организации, S_9 – технологическая система и т.п.

3. *Цели и назначение системы и подсистем.* Назначение автомобиля – перевозка (доставка) грузов, пассажиров. Назначение подсистем вытекает из их названий и обсуждения в п.1 схемы. Сформулируем цель, задав набор условий и ограничений из следующего ряда (для грузового автомобиля):

- тип груза (например, твердые строительные материалы);
- масса груза (например, 3:5 тонн);
- расстояние (например, 60:80 км);
- время доставки (например, не более 1:1,5 час);
- характеристика местности (например, город и ближайшие окрестности);
- сохранность груза (например, потери не более 0,1%) и т.п.

4. *Входы, ресурсы и затраты.* Входом является объект перевозки (груз, пассажир). К ресурсам относятся: горюче-смазочные материалы, а также деньги, время и усилия на перевозку. Затраты определяются как расход ресурсов на перевозку при достижении цели, например, расход бензина – 20 л, расход денег 20 у.е., расход времени (трудозатраты) – 3 часа, расход усилий – 4000 Ккал (приведены для простоты точные оценки, хотя на практике они должны быть интервальными).

5. *Выходы, результаты и прибыль.* Выходом является объект перевозки (груз, пассажир), доставленный к месту назначения. К результатам относятся перевезенный груз, а также экономия денег, времени и усилий за счет перевозки. Прибыль – это количественная оценка результатов в принятых единицах, например, экономия денег – 30 у.е., экономия времени – 1 час, экономия усилий - 4000 Ккал. Результаты и прибыль оцениваются по отношению к целям системы более высокого уровня (технологический процесс, выполнение проекта, выполнение заказа и т.п.) в виде влияния на уменьшение простоев, обеспечения непрерывности технологического цикла, уменьшения рекламаций и штрафных санкций и т.п.

6. *Программы, подпрограммы и работы.* Для технической системы выделяется уровень работ. Например, если это грузовой автомобиль, то возможны следующие виды работ:
- перевозка грузов различного назначения (твердых, сыпучих и т.п.);
- работа по графику;
- срочная доставка груза;
- перевозка груза на дальнее расстояние и т.п.

7. *Исполнители, ЛПР и руководители.* Исполнитель – водитель (водительский состав); ЛПР - прораб, диспетчер, начальник участка работ; руководитель – начальник работ, проекта, для которых выполняются перевозки.

8. *Варианты системы* для достижения цели определяются условиями и ограничениями п.3 схемы. Для приведенного примера это марки автомобилей, пригодные для достижения цели, например, ГАЗ 53А, ГАЗ 5203, ЗИЛ 130, КАМАЗ 5410 и т.п.

9. *Критерии для оценки достижения целей* включают функциональные, технико-экономические, эргономические показатели, например, грузоподъемность, максимальная скорость, мощность двигателя, проходимость, а также надежность, экономичность, эксплуатационные расходы, комфорт, удобство управления, простота ухода и обслуживания и т.п.

10. *Модели принятия решений.* Для автомобиля следует использовать модель 2-го типа (модель выбора), так как модель 1-го типа не применима.

11. *Тип системы:* техническая, относительно-закрытая, статическая, по преобразовательным возможностям относится к первому типу (отсутствует преобразование входного элемента).

12. *Свойства системы.* Автомобиль обладает свойством иерархической упорядоченности, так как может быть разложен на подсистемы (см. п.1 схемы); автомобиль обладает свойством централизации, так как центром является двигатель; свойством инерционности, так как имеет конечное время разгона и торможения; автомобиль является адаптивной системой, так как сохраняет свою функцию при возмущающих воздействиях среды, например, при изменении квалификации водителя, качества топлива, качества ухода и обслуживания, качества дороги, изменении погодных условий и т.п.

13. Ответ на этот вопрос аналогичен примеру 1.

Пример 3.

Объект анализа – компьютер. Задача – обеспечение нормального функционирования компьютера.

Решение

1. Система в целом, полная система и подсистемы (см. рис.1 из первого примера):

S1 – система исполнителя (оператор, пользователь);

S2 – система решаемых задач (исходная информация, источники входного воздействия);

S3 – система питания (электрическая сеть);

S4 – система обеспечения и обслуживания (системное программное обеспечение, информационные сети, службы наладки и ремонта).

Полная система – компьютер, как совокупность функциональных подсистем.

При определении подсистем следует учитывать назначение компьютера – хранение и обработка информации.

Рассуждать можно так: исходную информацию нужно ввести в компьютер, значит должна быть PS_1 – система ввода информации; далее информацию нужно обработать, значит должна быть PS_2 – система обработки информации, например, осуществляющая выполнение арифметических и логических операций; обработкой нужно управлять, значит должна быть PS_3 – система управления; информацию нужно хранить и многократно использовать, т.е. должна быть PS_4 – память; наконец, конечную информацию нужно представить в удобной форме, т.е. должна быть PS_5 – система вывода.

2. *Окружающая среда* включает наряду с перечисленными выше внешними системами S_1: S_4 также S_5 – природная среда, S_6 – система обучения, S_7 – экономическая система (фирмы-разработчики, торгующие фирмы), S_8 – технологическая система и т.п.

3. *Цели и назначение системы и подсистем.* Назначение компьютера – хранение и обработка информации. Назначение подсистем вытекает из их названий. Цель задается набором условий и ограничений (отметим, что компьютер, как и другие технические системы, является многоцелевой системой) из следующего ряда:

- тип решаемой задачи (например, редактирование текста на русском языке);
- вид текста (например, научная статья);
- объем текста (например, до 10 стр.);
- сложность текста (наличие рисунков, таблиц, формул);
- время редактирования (например, не более 1 часа);
- окончательная форма представления текста (например, тип шрифта, размер шрифта, параметры страницы, абзацные отступы) и т.п.

4. *Входы, ресурсы и затраты.* Входом является исходная информация о решаемой задаче. К ресурсам относятся: электроэнергия, информация, а также деньги, время и усилия на решение задачи. Затраты – это количественная оценка расхода ресурсов, например, количество информации – 1 Мбайт, суточный расход электроэнергии – 0,5 КВт*час, расход денег (обслуживание, аппаратурное и программное обеспечение, заработная плата) – 20 у.е.; расход усилий – 2000 Ккал; расход времени – 1 час.

5. *Выходы, результаты и прибыль.* Выходом является результат решения задачи (информация о решении), например, отредактированный текст, схема, результат вычисления и т.п. К результатам относятся: информация о решении, представленная в удобной форме, а также экономия времени, денег и усилий за счет решения задачи на компьютере. Прибыль – это количественная оценка экономии, например, экономия денег – 30 у.е., времени – 2 час, усилий – 3000 Ккал. Результаты и прибыль, как и в других примерах, оцениваются по отношению к системе более

высокого уровня (система управления, финансовые службы, научные исследования, проектные работы и т.п.), например, в виде снижения трудозатрат, повышения эффективности управления, сокращения времени на обработку информации и т.п.

6. *Программы, подпрограммы и работы*. Возможны следующие виды работ:
- создание и редактирование документов;
- работа в графическом режиме (проектирование);
- решение вычислительных задач;
- хранение и обработка управленческой информации;
- компьютерные игры и т.п.

7. *Исполнители, ЛПР и руководители.* Исполнитель – оператор. ЛПР – квалифицированный пользователь, постановщик задачи; руководитель – начальник подразделения, для решения задач в котором используется компьютер.

8. *Варианты системы* для достижения поставленной цели определяются целью, сформулированной в п.3 схемы. В данном случае это конфигурации компьютеров, пригодные для достижения цели, например, типа AT, XT, Pentium различных модификаций.

9. *Критерии, или меры эффективности.* Для компьютера к функциональным критериям относятся: быстродействие, объем памяти, универсальность, устойчивость и т.п.; к технико-экономическим – экономичность, надежность, расходы на эксплуатацию; к эргономическим – безопасность, простота обслуживания, удобство, дизайн и т.п.

10. *Модели принятия решений.* Для компьютера следует использовать модели второго типа (см. выше).

11. *Тип системы:* техническая, относительно-закрытая, статическая, по преобразовательным возможностям относится ко второму типу.

12. *Свойства системы.* Система является иерархически упорядоченной, нецентрализованной (распределенной), адаптивной, инерционной.

13. Ответ аналогичен примеру 1.

Задача 2.

Имеется система, заданная как множество элементов с отношением.

Требуется разбить множество элементов на группы по степени проявления отношения.

Методические указания

Эта процедура называется ранжированием, т.е. расположением в порядке очередности.

Цель задачи – в освоении методов формализованного описания систем и анализа из структуры. Алгоритм ее решения с конкретным примером дан в [37],с.114…115,

[38], с.136…137. В этой задаче система представлена простым графом без контуров (циклов).

Рассмотрим конкретные примеры.

Пример 1.

В лаборатории имеется парк измерительных приборов. Требуется оценить пригодность приборов для решения измерительной задачи, например, для измерения постоянного электрического напряжения в диапазоне (1:10) V с погрешностью не более 1%, затраты времени на измерение – не более 30 сек; условия измерения – нормальные. Число приборов (вольтметров) равно 5.

Решение

Определим систему в виде S = {X,R}, где X – множество элементов (приборов); R – отношение порядка: "Прибор $ИП_i$ лучше прибора $ИП_j$ для решения задачи" где $ИП_i$ Є X, $ИП_j$ Є X. В нашем примере будем учитывать характеристики – точность, диапазон, быстродействие; прибор $ИП_i$ считается лучше, чем прибор $ИП_j$, если он хотя бы по одной характеристике лучше , а по остальным не хуже.

Определим для отношения R матрицу инциденций r, которая устроена так: если прибор $ИП_i$ лучше прибора $ИП_j$, т.е. отношение R выполняется, то в клетку (i,j) записывается 1; если же $ИП_i$ не лучше $ИП_j$ (хуже или равен), т.е. отношение R не выполняется, то в клетку (i,j) записывается 0. Матрица инциденций состоит, следовательно, из нулей и единиц (см.табл.1). Матрица в табл.1 построена на основе информации о приборах, имеющихся в лаборатории.

Таблица 1.

Матрица инциденций r для примера 1.

Приборы	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
O_1	0	0	0	1	0
O_2	1	0	0	1	0
O_3	1	1	0	1	0
O_4	0	0	0	0	0
O_5	1	1	0	1	0

Шаг 1. Составляем вектор-строку A_0, равную сумме строк исходной матрицы r:

A_0 = (3 2 0 4 0). Нули в строке A_0 дают элементы, которые лучше всех остальных по данному отношению. Эти элементы образуют порядковый уровень N_0. В нашем примере это $ИП_3$, $ИП_5$. Делается формальная запись: { $ИП_3$, $ИП_5$ } - N_0.

Шаг 2. Преобразуем строку A_0, а именно:

а) нули заменим знаком “крест”;

б) исключим из строки A_0 значения, соответствующие “нулевым” элементам, т.е. $ИП_3$ и $ИП_5$ (рекомендуется в матрице зачеркнуть их волнистой линией).

В итоге получим строку A_1 = (1 0 X 2 X). Новые нули в строке A_1 дают элементы, которые лучше остальных (кроме уже выделенных элементов $ИП_3$, $ИП_5$). В нашем случае это элемент $ИП_2$. Он образует порядковый уровень N_1, т.е. {$ИП_2$} - N_1.

Шаг 3. Преобразуем строку A_1 аналогично шагу 2 (пунктирная линия), в итоге получим строку A_2 = (0 X X 1 X). Появившийся новый нуль соответствует элементу $ИП_1$, образующему порядковый уровень N_2: {$ИП_1$}- N_2.

Шаг 4. Преобразуем строку A_2, исключая значения, соответствующие “нулевому” элементу (две параллельные) и заменяя предыдущие нули крестом.

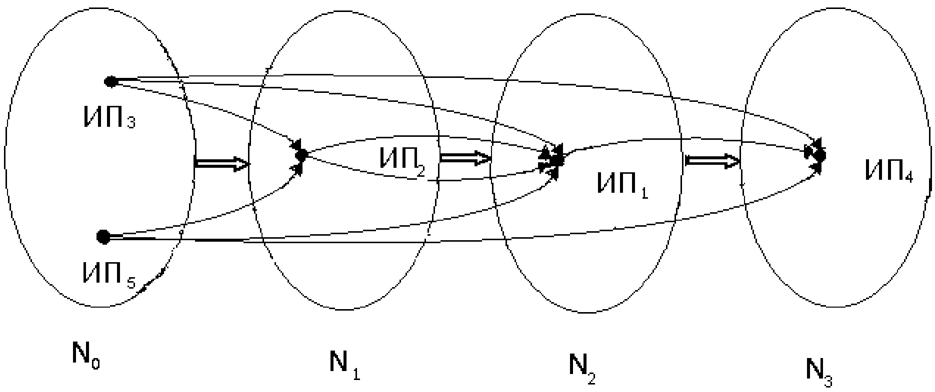
В итоге получим строку A_3 = (X X X 0 X). Новый нуль соответствует элементу $ИП_4$. Делаем запись: {$ИП_4$}- N_3.

Результаты показывают, что элементы множества располагаются по уровням порядка следующим образом:

{$ИП_3$, $ИП_5$}, {$ИП_2$}, {$ИП_1$}, {$ИП_4$}.

N_0 N_1 N_2 N_3

Представим итоговый результат в виде порядкового графа, в котором на уровни порядка накладываются внутренние связи элементов.



Вывод:

Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня.

Элементы (приборы) уровня N_0 {ИП$_3$, ИП$_5$} лучше всех других по отношению R, т.е. лучше всех подходят для решения измерительной задачи; элементы уровня N_3 хуже всех для решения задачи.

Пример 2.

Процесс сборки изделия (автомобиля, прибора и т.п.) можно рассматривать как систему, элементами которой являются отдельные операции. Их взаимосвязь представлена матрицей инциденций, приведенной в таблице 2. По данным таблицы постройте уровни порядка следования операций по очередности. Итоговый результат представьте в виде порядкового графа.

Решение

Определим систему S ={X, R}, X – множество технологических операций, состоящее, например, из 5 операций: X =(0_1, 0_2, 0_3, 0_4, 0_5); R – отношение порядка: «операция 0_i предшествует операции 0_j". Матрица инциденций r, представленная таблицей, получена на основе анализа технологического процесса (она намеренно взята такой же, как в примере 1), чтобы по

казать, что метод решения не зависит от интерпретации множества элементов и отношения R.

Таблица 2.

Матрица инциденций r для примера 2

Операции	0_1	0_2	0_3	0_4	0_5
0_1	0	0	0	1	0
0_2	1	0	0	1	0

0_3	1	1	0	1	0
0_4	0	0	0	0	0
0_5	1	1	0	1	0

Этот пример решается так же как пример 1.

На первом шаге выделяются операции $0_3,0_5$, образующие порядковый уровень N_0:$\{0_3,0_5\}$ – N_0. Эти операции выполняются раньше всех других (им не предшествует никакая другая операция). На втором шаге после преобразований строки A_0 выделяется операция 0_2: $\{0_2\}$ – N_1, которая выполняется раньше всех остальных , кроме уже выделенных. На третьем шаге – операция 0_1: $\{0_1\}$ – N_2 и на четвертом – операция 0_4: $\{0_4\}$ – N_3. Элементы множества операций располагаются по уровням порядка следующим образом:

$\{0_3,0_5\}$, $\{0_2\}$, $\{0_1\}$, $\{0_4\}$

N_0 N_1 N_2 N_3

Итоговый граф имеет такой же вид как в примере 1., только элементами в нем являются не приборы, а операции.

Вывод:

Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня. Первыми выполняются операции уровня N_0 ($0_3,0_5$), а последними – операции уровня N_3 (0_4).

Задача 3.

По результатам испытаний приборостроительной продукции были выявлены типовые неисправности и проведено их ранжирование по ряду признаков. Соответствующая матрица инциденций дана в таблице. Постройте уровни порядка на множестве неисправностей по отношению предпочтения (“не менее важен чем”). Итоговый результат представьте в виде порядкового графа.

Методические указания

Цель этой задачи аналогична задаче 2, но ее особенность состоит в том, что анализируемая система является более сложной и представлена графом с циклами. Алгоритм предыдущей задачи здесь не применим, так как вектор-строка A_0, либо одна из последующих строк не содержит нулей. Поэтому для ее решения сначала нужно объединить элементы, связанные циклом, в группы (в классы эквивалентности). Элементы x_i и x_j связаны циклом, если: “Существует путь из элемента x_i в элемент x_j и обратно”. Путь может быть прямым (рис.1а) или опосредованным, т.е. через другие элементы (рис.1б)

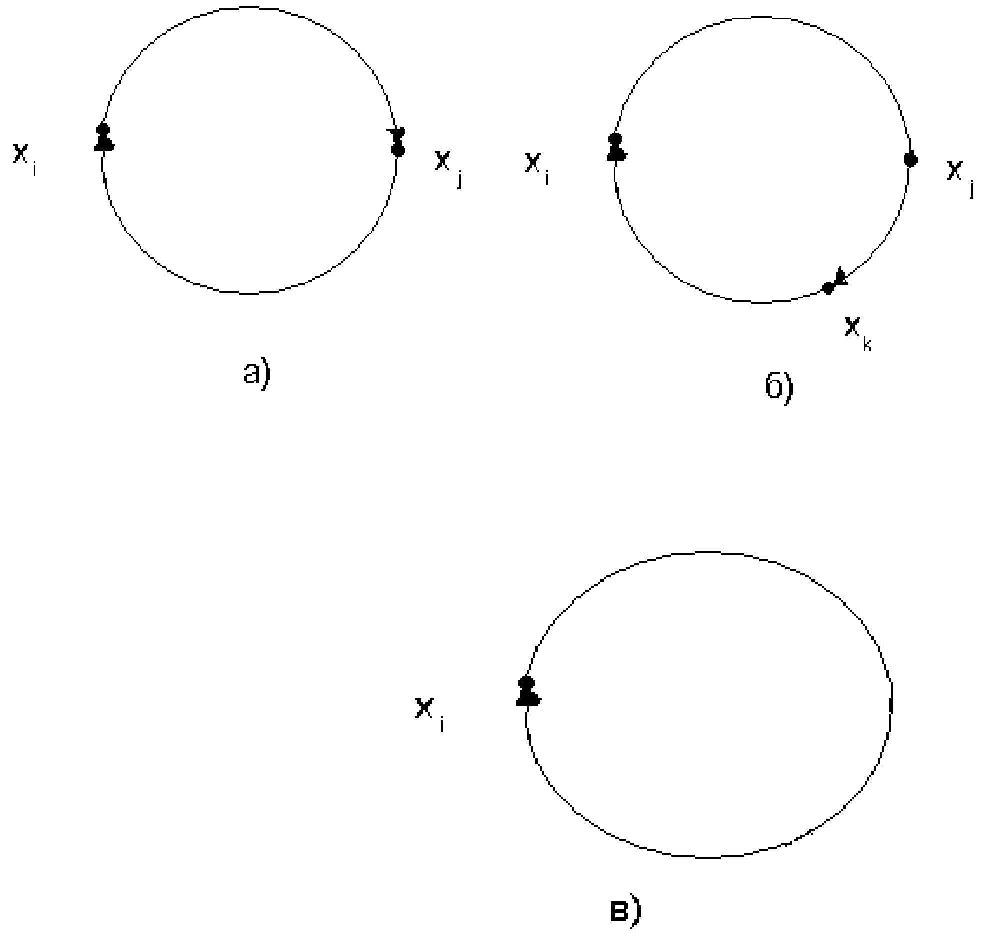


Рис.1. Представление циклов между элементами x_i и x_j.

В частности, при i=j элемент x_i может замыкаться на себя, т.е. является циклическим элементом (рис.1в). В матрице инциденций цикл между элементами x_i,x_j представляется последовательностью единиц в соответствующих ячейках, которая связывает x_i и x_j , например, если (i,j)=1 и (j,i)=1, то x_i , x_j связаны циклом (этому случаю соответствует рис.1а), если (i,j)=1 и (j,k)=1, (k,i)=1, то x_i и x_j связаны циклом (см.рис.1б) и т.д.

Циклический элемент в матрице инциденций представляется единицей в соответствующей ему ячейке (на главной диагонали), например, если (i,i)=1, то элемент x_i циклический. После выполнения указанной операции объединения все множество элементов оказывается разбитым на несколько классов эквивалентности, например: $C_1=(x_1,x_5,x_6)$, $C_2= (x_3,x_4)$, $C_3=(x_2,x_7,x_{10})$, $C_4=(x_8)$ и т.д. Элементы в каждом классе связаны между собой циклами, т.е. считаются не различимыми. Затем алгоритм решения задачи 2 применяется уже не к отдельным элементам, а к классам C_1,C_2,C_3,C_4, так как эти классы образуют простой граф без контуров. Для построения уровней порядка на классах в исходной матрице все единицы в ячейках матрицы, связывающих элементы из одного класса, заменяются нулями. После этого выделяются уровни порядка точно также как в задаче 2. Итоговый порядковый граф будет содержать не отдельные элементы, а классы. Алгоритм решения задачи и примеры даны в [37], с.46…50, [38], с.56…60.

Рассмотрим **пример**.

Пусть матрица инциденций r имеет вид (табл.3)

Таблица 3.

Матрица инциденций

Неисправности	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1			1		1			
X_2		1				1		1
X_3					1		1	
X_4				1	1			
X_5				1				
X_6			1					
X_7	1						1	
X_8								

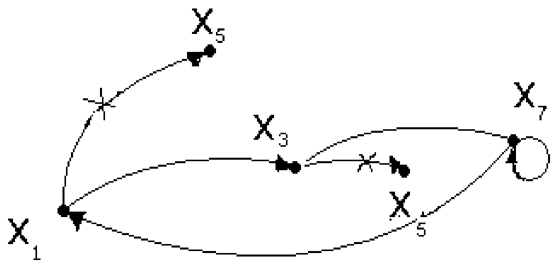
Легко видеть, что вектор-строка A_0, равная сумме строк исходной матрицы, не содержит нулей, т.е. алгоритм задачи 2 применить невозможно.

Решение

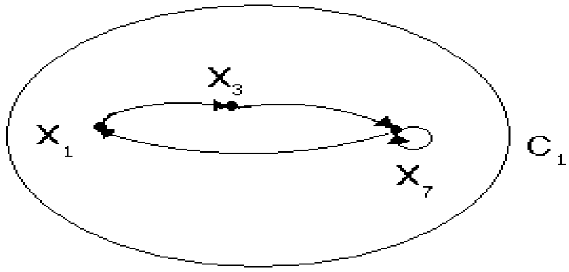
Шаг 1. Проводим анализ исходной матрицы с целью выявления циклов. Анализ проводится последовательно сверху вниз, начиная с первой строки. Каждый элемент должен входить в один и только в один класс эквивалентности. Если какой-то элемент, например, x_1 уже проанализирован и включен в класс эквивалентности, то к нему уже не возвращаются при дальнейшем анализе, т.е. обратно возврата нет. Класс эквивалентности может содержать цикл, а может состоять из отдельных (изолированных) элементов.

1-ая строка: исходный элемент x_1. Выявляем его связи с другими элементами: x_1 связан с x_3 и x_5. Смотрим строку x_3. Наша цель – установить, есть ли обратный путь из x_3 в x_1. Элемент x_3 связан с x_5 и x_7; x_5 связан с x_4 (возврат), т.е. пути к x_1 нет. Смотрим строку x_7 : x_7 связан с x_1 (получаем цикл).

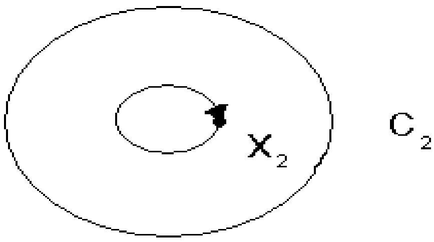
Отмечаем также, что элемент x_7 – циклический. Возвращаемся к строке x_1 и рассматриваем вторую ветвь: x_1-x_5. Элемент x_5 связан с x_4, т.е. этот путь к x_1 не ведет. Наш анализ графически можно представить в виде (знаком x отмечены пустые ветви):



Окончательно имеем класс эквивалентности C_1:

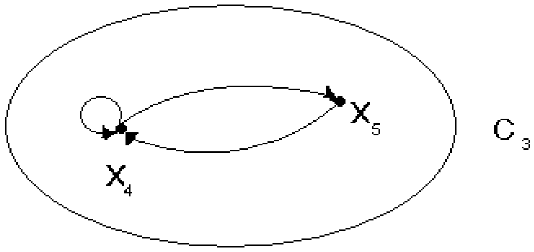


2-ая строка: исходный элемент x_2. x_2 связан с самим собой, т.е. он циклический; x_2 связан с x_6. Смотрим строку x_6: x_6 связан с x_3 (возврат), т.е. к x_2 пути нет и это пустая ветвь. Окончательно класс эквивалентности C_2 имеет вид:



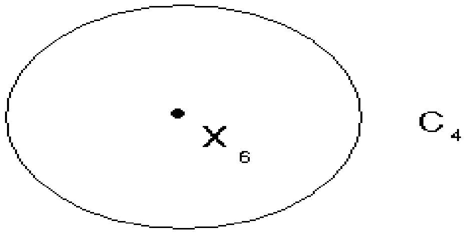
3-я строка: исходный элемент x_3. Он уже вошел в класс C_1, т.е. анализировать не нужно.

4-я строка: исходный элемент x_4. Он связан с самим собой, т.е. он циклический, а также с x_5. Смотрим строку x_5: элемент x_5 связан с x_4, т.е. имеем цикл. Окончательно имеем класс C_3:



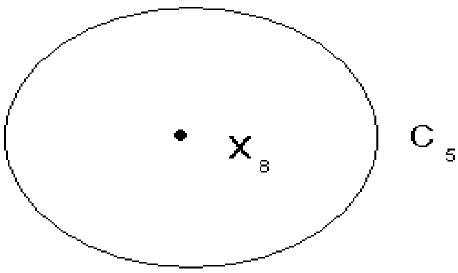
5-ая строка: исходный элемент x_5. Он уже вошел в класс C_3, т.е. анализировать не нужно.

6-я строка: исходный элемент x_6. Он связан с x_3 (возврат), т.е. цикла нет. Элемент x_6 – изолированный и образует отдельный класс эквивалентности C_4:



7-я строка: исходный элемент x_7. Он уже включен в класс C_1, т.е. анализировать не нужно.

8-я строка: исходный элемент x_8. Он не связан ни с каким другим элементом, поэтому является изолированным и образует отдельный класс эквивалентности C_5:



Таким образом, система содержит 5 классов эквивалентности.

Шаг 2. Преобразование (зануление) исходной матрицы, состоящее в том, что для элементов, входящих в один класс (связанных одним циклом), единицы, соответствующие связи между ними, заменяются нулями.

1-ая строка: x_1 и x_3 связаны циклом, поэтому в ячейке (1,3) 1 заменяется на 0; x_1 и x_5 циклом не связаны, поэтому в ячейке (1,5) остается 1.

2-ая строка: x_2 –циклический элемент, поэтому в ячейке (2,2) 1 заменяется на 0; x_2 и x_6; x_2 и x_8 циклом не связаны, поэтому в ячейках (2,6) и (2,8) остаётся 1.

3-я строка: x_3 и x_5 циклом не связаны – остается 1; x_3 и x_7 связаны циклом, поэтому 1 заменяется на 0.

4-я строка: x_4 – циклический элемент – в ячейке (4,4) 1 заменяется на 0; x_4 и x_5 связаны циклом – в ячейке (4,5) 1 заменяется на 0.

5-я строка: x_5 связан циклом с x_4 – в ячейке (5,4) 1 заменяется на 0.

6-я строка: x_6 и x_3 циклом не связаны – в ячейке (6,3) остается 1.

7-я строка: x_7 связан циклом с x_1 – в ячейке (7,1) 1 заменяется на 0. x_7 – циклический элемент – в ячейке (7,7) 1 заменяется на 0.

8-я строка пустая.

Преобразованная матрица представлена в табл.4.

Таблица 4.

Преобразованная матрица инциденций

неисправности	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
x_1			0		1			
x_2		0				1		1
x_3					1		0	
x_4				0	0			
x_5								
x_6			1					
x_7	0						0	
x_8								

Отметим, что занулением мы нивелировали (устранили) различие между элементами, связанными циклом, т.е. они стали неразличимы между собой и матрица теперь циклов не содержит.

Шаг 3. К преобразованной матрице применим алгоритм задачи 2. Образуем вектор-строку A_0, равную сумме строк исходной матрицы:

A_0 =(0 0 1 0 2 1 0 1)

“Нулевые” элементы: (x_1, x_2, x_4, x_7). Порядковый уровень образуют классы эквивалентности, а не отдельные элементы, т.е. пока не соберутся все элементы, входящие в один класс, они на данном уровне не показываются. В нашем случае элементы x_1 и x_7 не составляют класса (не хватает x_3); аналогично x_4 не образует класса (не хватает x_5); а вот элемент x_2 образует класс эквивалентности C_2, поэтому он составляет порядковый уровень N_0:

$\{\{C_2\}\}$ –N_0

Преобразуем строку A_0 аналогично задаче 2, получим строку A_1:

A_1 = (X X 1 X 1 0 X 0)

“Нулевые” элементы: (x_6, x_8). Каждый из них образует отдельный класс, поэтому они выделяются на этом порядковом уровне N_1:

$\{\{C_4\},\{C_5\}\}$ –N_1

Преобразуем строку A_1 , получим строку A_2:

A_2 = (X X 0 X 1 X X X)

“Нулевой” элемент: (x_3). Он вместе с ранее выделенными элементами x_1, x_7 образует класс эквивалентности C_1, который и составляет порядковый уровень N_2:

$\{\{C_1\}\}$ –N_2

Преобразуем строку A_2, получим строку A_3:

A_3 = (X X X X 0 X X X)

“Нулевой” элемент: (x_5). Он вместе с ранее выделенным элементом x_4 образует класс C_3, который и составляет порядковый уровень N_3:

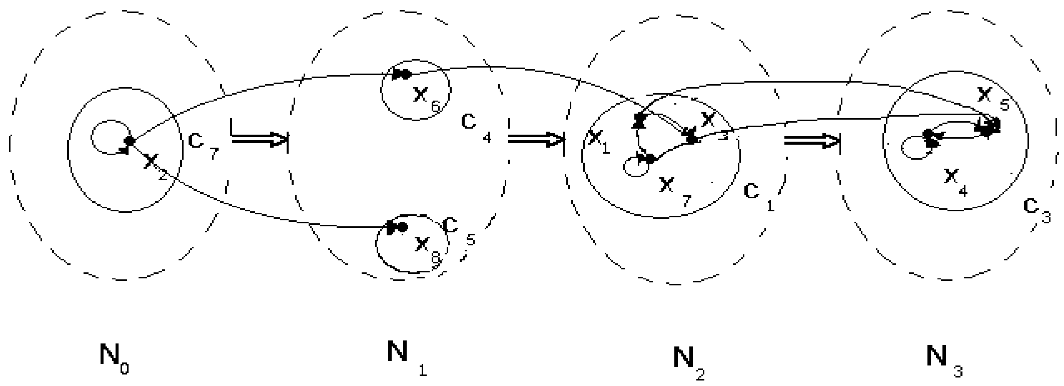
$\{\{C_3\}\}$ –N_3

Окончательный результат имеет вид:

$\{\{C_2\}\}$, $\{\{C_4\},\{C_5\}\}$, $\{\{C_1\}\}$, $\{\{C_3\}\}$.

N_0 N_1 N_2 N_3

Представим его в виде порядкового графа, в котором на уровни порядка (порядковую структуру) накладываются внутренние связи элементов.



Вывод: Таким образом, система разбивается на 4 порядковых уровня. Наиболее предпочтительны (важны) классы неисправностей порядкового уровня N_0 (класс C_2), а наименее предпочтительны (важны) классы уровня N_3 (класс C_3).

Задача 4

Дана проблема и возможные варианты ее решения (множество допустимых альтернатив). Каждая альтернатива оценивается множеством (списком) критериев. Требуется выбрать наилучший вариант решения (наилучшую альтернативу) и оценить последствия выбора (положительные и отрицательные).

Методические указания

Цель задачи - освоение методов получения оптимального решения по многим критериям.

Особенность этой задачи, характерная для практических задач управления и оптимизации, состоит в том, что ее решение нельзя задать в формульном виде, так как исходная информация представлена в виде количественных и качественных экспертных оценок. Будем считать, что множество Парето построено. (см. задачу 6).

Некоторые методы решения этой задачи с примерами приведены в [37], с.119…125, [38], с.143…150.

Используем для нахождения наилучшего решения метод анализа иерархий, основанный на аддитивной свертке, который позволяет не только найти наилучшее решение, но и оценить его достоверность. Название метода связано с тем, что решения принимаются на нескольких уровнях: сначала на уровне критериев, затем на уровне альтернатив. Преимуществом метода является также его применимость в нечетких ситуациях. Задача формулируется в следующем виде.

Пусть имеется множество альтернатив (вариантов решений): B_1, B_2, …B_k. Каждая из альтернатив оценивается списком критериев: K_1, K_2, …K_n. Обычно $n \le 10$; если $n > 10$, то используются обобщенные критерии, так чтобы их общее число не превышало 10, затем они подвергаются декомпозиции. Требуется определить наилучшее решение. Задача решается в несколько этапов:

1. Проводится предварительное ранжирование критериев, и они располагаются в порядке убывания важности:

   $в(K_1) > в(K_2) > \dots > в(K_n)$
2. Проводится попарное сравнение критериев по важности по девяти балльной шкале, и составляется соответствующая матрица (таблица) размера (n x n):
   - равная важность – 1;
   - умеренное превосходство – 3;
   - значительное превосходство – 5;
   - сильное превосходство – 7;
   - очень сильное превосходство – 9,

   в промежуточных случаях ставятся четные оценки: 2, 4, 6, 8.

   Например, если K_i умеренно превосходит K_j, то в клетку (i, j) таблицы ставится 3 (i – строка, j – столбец), а в клетку (j, i) – 1/3 (обратная величина). Форма таблицы приведена ниже.
3. Определяется нормализованный вектор приоритетов (НВП):

   а) рассчитывается среднее геометрическое в каждой строке матрицы:

   $$a_1 = \sqrt[n]{\textit{произведение элементов } 1^й \textit{ строки}}\ ,$$

   $$a_2 = \sqrt[n]{\textit{произведение элементов } 2^й \textit{ строки}}\ ,$$

   …………………………………………….

   $$a_n = \sqrt[n]{\textit{произведение элементов } n^й \textit{ строки}}\ .$$

   б) рассчитывается сумма средних геометрических:

   $$\Sigma = a_1 + a_2 + \dots + a_n;$$

   в) вычисляются компоненты НВП:

   $$1^й \text{ компонент НВП} = \frac{a_1}{\Sigma}\,,$$

$2^{й}$ компонент НВП = $\frac{a_2}{\Sigma}$,

…………………………..

$n^{й}$ компонент НВП = $\frac{a_n}{\Sigma}$.

Легко видеть, что сумма компонентов равна единице. Каждый компонент НВП представляет собой оценку важности соответствующего критерия (1-й – первого, 2-й – второго и т.д.). Обратите внимание на то, что оценки важности критериев в таблице должны соответствовать предварительному ранжированию (см. п.1).

4. Проверяется согласованность оценок в матрице. Для этого подсчитываются три характеристики:

а) собственное значение матрицы:

λ_{max} = сумма элементов $1^{\underline{го}}$ столбца х $1^{\underline{й}}$ компонент НВП +
+ сумма элементов $2^{\underline{го}}$ столбца х $2^{\underline{й}}$ компонент НВП +
+ … + сумма элементов $n^{\underline{го}}$ столбца х $n^{\underline{й}}$ компонент НВП;

б) индекс согласования:

$$ИС = \frac{\lambda_{\max} - n}{n-1};$$

в) отношение согласованности:

$$ОС = \frac{ИС}{ПСС},$$

где ПСС – показатель случайной согласованности, определяемый теоретически для случая, когда оценки в матрице представлены случайным образом, и зависящий только от размера матрицы (табл.5).

Таблица 5.

Значения ПСС

Размер матрицы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ПСС	0	0	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Оценки в матрице считаются согласованными, если ОС ≤ 10-15%, в противном случае их надо пересматривать.

5. Проводится попарное сравнение вариантов по каждому критерию аналогично тому, как это делалось для критериев, и заполняются соответствующие таблицы (форма таблиц дана ниже). Подсчитываются λ_{maxi}, $ИС_i$,$ОС_i$ для каждой таблицы.
6. Определяется общий критерий (приоритет) для каждого варианта:

$К(В_1)$ = оценка $В_1$ по первому критерию х $1^{\underline{й}}$ компонент НВП +
+ оценка $В_1$ по второму критерию $2^{\underline{й}}$ компонент НВП +
+ … + оценка $В_1$ по $n^{\underline{му}}$ критерию х $n^{\underline{й}}$ компонент НВП.

Аналогично подсчитываются $К(В_2)$, $К(В_3)$ и т.д., при этом в выражении заменяется $В_1$ на $В_2$, $В_3$ и т.д. соответственно.

7. Определяется наилучшее решение, для которого значение К максимально.
8. Проверяется достоверность решения:

а) подсчитывается обобщенный индекс согласования:

ОИС = $ИС_1$ х $1^{й}$-компонент НВП + $ИС_2$ х $2^{й}$-компонент НВП +
+ … + $ИС_n$ х $n^{й}$-компонент НВП;

б) подсчитывается обобщенное отношение согласованности:

$$ООС = \frac{ОИС}{ОПСС},$$

где ОПСС=ПСС для матриц сравнения вариантов по критериям.

Решение считается достоверным. Если ООС ≤ 10-15%, в противном случае нужно корректировать матрицы сравнения вариантов по критериям.

	K_1 K_2 … K_n	НВП
K_1 K_2 . . . K_n		
λ_{max}= ИС= ОС=		

K_j	B_1 B_2 … B_k	НВП
B_1 B_2 . . . B_k		
λ_{maxj} = $j=\overline{1,n}$ $ИС_j$= $ОС_j$=		

Форма таблицы сравнения критериев ***Форма таблиц сравнения вариантов по критериям***

Следует иметь в виду, что для принятия обоснованного решения обычно приходится использовать несколько методов. Поэтому результат, полученный методом анализа иерархий, проверяется другими методами. После этого оцениваются последствия принятия решения, как положительные, так и отрицательные, имея в виду экономию (или дополнительные затраты) денег, времени, усилий и т.п. на выполнение функции (достижение цели).

Рассмотрим конкретный пример.

Пример1.

Пусть проблема состоит в выборе средства измерений для решения некоторой измерительной задачи (класса задач). Число альтернатив (вариантов) — 3. Множество альтернатив включает: вариант 1 — высокоточный аналоговый прибор с визуальным отсчетом ($В_1$); вариант 2 — цифровой прибор ($В_2$); вариант 3 — многофункциональная полуавтоматическая установка с выводом информации на экран ($В_3$).
Каждая альтернатива оценивается по множеству критериев: точность ($К_1$), диапазон ($К_2$) быстродействие ($К_3$), универсальность ($К_4$), интенсивность эксплуатации ($К_5$), стоимость ($К_6$), простота и удобство эксплуатации ($К_7$), габариты ($К_8$), (критерии расположены в порядке убывания важности).
Требуется выбрать наилучший вариант решения.

Решение.

Задачу выбора решаем методом анализа иерархий.

Составляется матрица попарных сравнений критериев по важности (см. табл. 6).

Таблица 6

Критерии	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$	$К_6$	$К_7$	$К_8$	Нормализованный вектор приоритетов
$К_1$	1	3	1	3	5	6	6	7	0,277
$К_2$	1/3	1	2	4	5	6	7	8	0,238
$К_3$	1	1/2	1	2	5	6	6	7	0,203
$К_4$	1/3	1/4	1/2	1	5	5	6	8	0,131
$К_5$	1/5	1/5	1/5	1/5	1	2	4	6	0,060
$К_6$	1/6	1/6	1/6	1/5	1/2	1	4	4	0,045
$К_7$	1/6	1/7	1/6	1/6	1/4	1/4	1	2	0,026
$К_8$	1/7	1/8	1/7	1/8	1/6	1/4	1/2	1	0,011

									λ_{max} = 8,986 ИС = 0,1408 ОС =0,0999

Заполнение матрицы происходит следующим образом: если элемент *i* важнее элемента *j*, то клетка *(i,j),* соответствующая строке *i* и столбцу *j*, заполняется целым числом, а клетка (*j*, *i*), соответствующая строке *j* и столбцу *i*, заполняется обратным числом (дробью). Если же элемент *j* более важен чем элемент *i* , то целое число ставится в клетку (*j*, *i*), а обратная величина — в клетку *(i, j).* Если считается, что *i, j* одинаковы, то в обе клетки ставится единица. Сравнение элементов по относительной важности проводится по девятибалльной шкале (см. выше).

При заполнении матрицы рекомендуется придерживаться следующих правил. Сначала расположите все критерии в порядке убывания их важности и пронумеруйте, т.е. тому критерию, который вы считаете в целом более важным, чем остальные, присвойте индекс $К_1$, следующему по важности — индекс $К_2$ и т.д. (При этом не бойтесь ошибиться, так как эта оценка предварительная и ошибку можно будет в дальнейшем исправить).

При предварительном ранжировании по важности на первые места ставят-ся функциональные критерии, на последующие – технико-экономические , затем эргономические и прочие. Хотя индивидуальные предпочтения могут быть разными, но цель задачи – в получении типового решения, основанного на системном (функциональном) подходе.

Затем сформируйте таблицу. Ее заполнение проводится построчно, начиная с первой строки, т.е. с наиболее важного критерия (в нашем примере это $К_1$). Сначала следует проставлять целочисленные оценки, тогда соответственные им дробные оценки получаются из них автоматически (как обратные к целым числам). При этом учтите, что, если какой-то критерий вы предварительно сочли в целом более важным чем остальные, то это не означает, что при попарном сравнении с другими, он обязательно будет превосходить каждый из них в отдельности. Однако, чем важнее критерий, тем больше целочисленных оценок будет в соответствующей ему строке матрицы, и сами оценки имеют большие значения. Так как каждый критерий равен себе по важности, то главная диагональ матрицы всегда будет состоять из единиц. При назначении оценок надо обращать внимание на их взаимную согласованность. Например, если превосходство $К_1$ над $К_2$ значительное (оценка 5), а над $К_3$ — между значительным и умеренным (оценка 4), то отсюда следует, что $К_3$ будет немного превосходить $К_2$. Поэтому при заполнении строки $К_3$ в клетку ($К_3$, $К_2$) нельзя ставить произвольную оценку; она должна быть равна 2 либо 3, т.е. показывать незначительное превосходство $К_3$ над $К_2$, в противном случае это приведет к рассогласованию оценок в матрице и низкой достоверности результатов. Отметим, что в рассматриваемом примере умышленно введено рассогласование оценок в табл.6. Когда заполнение матрицы закончено, все оценки проставлены и проверены на взаимную согласованность, переходят ко второму этапу.

2. Рассчитываются компоненты нормализованного вектора приоритетов. Для каждой строки все элементы перемножаются, и из произведения извлекается корень *n*-й степени (где *n* — число элементов). Полученные числа: a_1, a_2, …, a_n суммируются: $\Sigma = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ Затем каждое из чисел делится на полученную сумму (Σ), что дает компоненты вектора приоритетов. Так для табл.6: $a_1 = \sqrt[8]{1\cdot3\cdot1\cdot3\cdot5\cdot6\cdot6\cdot7}$; a_2

$=\sqrt[8]{1/3\cdot1\cdot2\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}$ и т.д. Первый компонент вектора приоритетов: $a_1/\sum$ = 0,277; второй компонент: $a_2/\sum$ = 0,238 и т.д. Компоненты вектора дают численную оценку относительной важности (приоритета) критериев. Из результатов табл. 6 следует, что наиболее важным является критерий $К_1$, а наименее важным $К_8$. Отметим, что сумма компонентов вектора приоритетов равна единице, т.е. он нормализован.

3. На следующем шаге проверяется согласованность оценок в матрице. Для этого рассчитывается $\lambda_{\max}$ и определяется индекс согласования (см. табл. 6). Вычисления выполняются следующим образом: сначала суммируются элементы каждого столбца матрицы сравнений, затем сумма первого столбца умножается на значение первого компонента нормализованного вектора приоритетов, сумма второго столбца — на значение второго компонента вектора и т.д. Затем полученные числа суммируются. Итоговая величина является оценкой $\lambda_{\max}$. Для индекса согласования имеем: ИС = $(\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$. В нашей задаче для табл. 6:

$n = 8$. Затем определяем показатель случайной согласованности (ПСС) по табл. 5 для матрицы соответствующего порядка (как если бы матрица заполнялась случайным образом). Для матрицы из табл. 6, имеющей размер $n = 8$, ПСС =1,41. Теперь находим отношение согласованности: ОС = ИС/ПСС. Для табл. 6: ОС = 0,1408/1,41 = 0,0999. Рекомендуется, чтобы значение ОС было не более 10…15%. Если ОС сильно выходит за эти пределы (превышает 20%), то нужно пересмотреть матрицу и проверить свои оценки. Значения $\lambda_{\max}$, ИС и ОС являются характеристиками матрицы и выписываются справа внизу таблицы (см. табл.6). Они позволяют оценить качество работы эксперта (степень доверия к его оценкам). В частности, чем выше значение ОС, тем меньше степень доверия к оценкам эксперта. Обратный случай, когда ОС слишком мало, например, меньше 4%, говорит о слабой дифференциации критериев. Оптимально, когда ОС примерно равно размеру матрицы (в нашем случае должно быть ОС = 8…10).

4. На следующем этапе проводится попарное сравнение вариантов по каждому критерию. Результаты представлены в табл. 7. Матрицы составляются аналогично матрице сравнения критериев. Рекомендуется для получения осмысленных результатов, сначала проранжировать варианты по каждому критерию, а затем уже заполнять таблицы, придерживаясь предварительной ранжировки. Например, по критерию $К_1$ (точность) варианты располагаются в следующем порядке: $В_2 > В_3 > В_1$ (т.е. $В_2$ лучше $В_3$ лучше $В_1$); по критерию $К_2$ (диапазон): $В_3 > В_1 > В_2$ (т.е. $В_3$ лучше $В_1$ лучше $В_2$) и т. д. Соответственно, при проставлении оценок в табл. 7 по критерию $К_1$: $В_2$ будет значительно превосходить $В_1$ (оценка от 5 до 9) и умеренно $В_3$ (оценка от 2 до 4); по критерию $К_2$: $В_3$ будет значительно превосходить $В_2$ (оценка от 5 до 9) и умеренно $В_1$(оценка от 2 до 4) и т.п.

Таблица 7

$К_1$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализованный вектор приоритетов	$К_2$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализованный вектор приоритетов
$В_1$	1	1/5	1/4	0,097	$В_1$	1	4	4	0,229
$В_2$	5	1	2	0,570	$В_2$	1/4	1	1/7	0,075
$В_3$	4	1/2	1	0,333	$В_3$	4	7	1	0,696

				λ_{max} =3,0246 $ИС_1$ = 0,0123 $ОО_1$= 0,0212					λ_{max} = 3,0764 $ИС_2$=0,0382 $ОС_2$ = 0,0659

$К_3$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов	$К_4$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов
$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 1/7 1/2	7 1 7	2 1/7 1	0,554 0,065 0,361	$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 1/8 1/3	8 1 7	3 1/7 1	0,645 0,058 0,297
				λ_{max} =3,0536 $ИС_3$ = 0,0268 $ОО_3$= 0,0462					λ_{max} = 3,1044 $ИС_4$ = 0,0522 $ОС_4$ = 0,0900

$К_5$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов	$К_6$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов
$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 1 1	1 1 1	1 1 1	0,333 0,333 0,333	$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 3 1/7	1/3 1 1/8	7 8 1	0,297 0,645 0,058
				λ_{max} = 3,0000 $ИС_5$ = 0,0000 $ОО_5$= 0,0000					λ_{max} = 3,1044 $ИС_6$=0,0522 $ОС_6$ =0,0900

$К_7$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов	$К_8$	$В_1$	$В_2$	$В_3$	Нормализован-ный вектор приоритетов
$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 3 1/5	1/3 1 1/6	5 6 1	0,287 0,635 0,078	$В_1$ $В_2$ $В_3$	1 1/2 1/5	2 1 1/5	5 5 1	0,559 0,352 0,089
				λ_{max} =3,0940 $ИС_7$ = 0,0470 $ОО_7$= 0,0810					λ_{max} = 3,0536 $ИС_8$=0,0268 $ОС_8$ =0,0462

5. Подсчитывается значение общего критерия для каждого варианта. Для этого значение компонента вектора приоритетов данного варианта по первому критерию (из табл. 7) умножаем на значение приоритета первого критерия (из табл. 6), затем значение компонента вектора приоритетов данного варианта по второму критерию умножаем на значение приоритета второго критерия и т.д. по всем критериям. Полученные произведения суммируем и получаем значение общего критерия для первого варианта решения. В нашем примере оно равно:

$К(В_1) = 0{,}097 \bullet 0{,}277 + 0{,}229 \bullet 0{,}238 + \ldots + 0{,}559 \bullet 0{,}019 = 0{,}334$.

Аналогично проводится подсчет для второго и третьего вариантов:

$К(В_2) = 0{,}570 \bullet 0{,}277 + 0{,}075 \bullet 0{,}238 + \ldots + 0{,}352 \bullet 0{,}019 = 0{,}269$;

$К(В_3) = 0{,}333 \bullet 0{,}277 + 0{,}696 \bullet 0{,}238 + \ldots + 0{,}089 \bullet 0{,}019 = 0{,}397$.

Наибольшее значение критерия имеет третий вариант, который является предпочтительным перед остальными.

6. Подсчитывается обобщенный индекс согласования:

ОИС = $0{,}0123 \bullet 0{,}277 + 0{,}0382 \bullet 0{,}238 + \ldots + 0{,}0268 \bullet 0{,}019 = 0{,}0289$.

7. Определяется обобщенный показатель случайной согласованности (ОПСС) для всей матрицы. Он подсчитывается так же как ОИС, с той разницей, что вместо $ИС_1$, $ИС_2$ и т.д. из табл. 7 подставляются показатели случайной согласованности, соответствующие размеру матриц сравнения вариантов, из табл. 5. В нашей задаче все эти матрицы имеют размер 3 (см. табл. 7), поэтому обобщенный показатель случайной согласованности равен:

ОПСС = $0{,}58 \bullet 0{,}277 + 0{,}58 \bullet 0{,}238 + \ldots + 0{,}58 \bullet 0{,}019 = 0{,}58$,

так как вектор приоритетов для критериев является нормализованным.

8. Определяется обобщенное отношение согласованности:

ООС = ОИС/ОПСС = 5 %,

т.е. отношение согласованности приемлемое и решение является достоверным.

Оценим положительные и отрицательные последствия решения.

Положительные:

а) возможность решения новых измерительных задач и уменьшение потерь времени, денег и усилий на это;

б) возможность выполнения заказов и связанный с этим доход;

в) удовлетворение от проделанной работы;

г) возможность поощрения за выполненную работу;

д) повышение престижа;

е) уменьшение беспокойства и дополнительных эмоциональных нагрузок, связанных с необходимостью выполнения работы на стороне. Отрицательные:

а) увеличение рабочей нагрузки;

б) дополнительные затраты времени на эксплуатацию и обслуживание;

в) дополнительные затраты денег и усилий на ремонт и обслуживание;

г) дополнительные эмоциональные нагрузки, связанные с работой;

д) возможность понижения престижа;

е) возможность выговора за неправильные результаты.

Задача 5.

По данным предыдущей задачи найдите наилучшее решение, используя следующие методы: а) свертку по наихудшему критерию (с учетом важности критериев и без учета), б) метод главного критерия, в) мультипликативную свертку, г) свертку по наилучшему критерию, д) аддитивную свертку (с использованием функции полезности), е) метод расстояния. Обоснуйте применимость каждого метода, объясните полученные результаты и сделайте выводы.

Методические указания.

Цель задачи – освоение и правильное применение методов оптимального выбора в практически важных случаях.

а) свертка по наихудшему критерию соответствует стратегии «пессимизма», при которой решение принимается по критерию, имеющему наименьшее значение. Ее применение без учета весов критериев рассмотрено в [37], с. 124, [38], с. 149. При учете веса нужно подсчитать для каждого варианта решения значение произведения a_jK_j, где a_j - вес критерия j, K_j - его значение. Сначала для 1-го варианта (B_1): $a_1K_1(B_1)$, $a_2 K_2(B_1)$, $a_3 K_3(B_1)$ и т.д., и из полученных значений выбирается наименьшее. Затем то же самое делается для 2-го варианта (B_2): $a_1K_1(B_2)$,

$a_2K_2(B_2)$, и т.д., и из полученных значений выбирается наименьшее. Затем для 3-го варианта (B_3) и т.д. для всех вариантов решений.

Пусть для определенности множество альтернатив состоит из трех вариантов решений (B_1, B_2, B_3). Для 1-го варианта наименьшим оказалось, например, значение a_2K_2 (B_1), для 2-го варианта – $a_4K_4(B_2)$, для 3-го варианта – $a_1K_1(B_3)$. Теперь из этих наименьших значений выбираем наибольшее, например, им оказалось $a_4K_4(B_2)$; тогда вариант, которому оно соответствует (в нашем случае B_2), и является наилучшим.

б) метод главного критерия применяется, когда один из критериев значительно превосходит по важности все остальные, на практике, в три и более раз (если это условие не выполняется, то метод применять не рекомендуется). Тогда решение принимается по этому критерию. Например, пусть это критерий K_1. Подсчитаем его значение для каждого варианта (вес критерия учитывать не нужно, так как остальные критерии не принимаются во внимание): $K_1(B_1)$, $K_1(B_2)$, $K_1(B_3)$ и т.д. Тот вариант, для которого значение главного критерия максимально, является наилучшим.

в) мультипликативная свертка позволяет учесть критерии, имеющие малые (по модулю) значения. Расчеты выполняются следующим образом (пусть для определенности множество альтернатив состоит из трех вариантов). Сначала для каждого варианта подсчитывается взвешенное произведение. Для 1-го варианта:

$K(B_1) = K_1^{a1}(B_1)K_2^{a2}(B_1)K_3^{a3}(B_1)....;$

для 2-го варианта:

$K(B_2) = K_1^{a1}(B_2)K_2^{a2}(B_2)K_3^{a3}(B_2)....;$

для 3-го варианта:

$K(B_3) = K_1^{a1}(B_3)K_2^{a2}(B_3)K_3^{a3}(B_3)....$, где К – общий критерий, а число сомножителей равно числу частных критериев. Получаем три значения $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$ (по числу вариантов). Выбираем из них наибольшее, например, это оказалось $K(B_2)$, тогда B_2 - наилучшее решение.

г) свертка по наилучшему критерию соответствует стратегии «оптимизма». Подсчитываем для 1-го варианта значения произведений $a_1K_1(B_1)$,

$a_2 K_2(B_1)$, $a_3 K_3(B_1)$,…, $a_n K_n(B_1)$ и из полученных значений выбираем наибольшее, например, это оказалось $a_3K_3(B_1)$; для 2-го варианта: $a_1K_1(B_2)$, $a_2 K_2(B_2)$, ..., $a_nK_n(B_2)$ и выбирается наибольшее, например, это оказалось $a_1K_1(B_2)$; для 3-го варианта: $a_1K_1(B_3)$, $a_2 K_2(B_3)$,…, $a_nK_n(B_3)$ и выбирается наибольшее значение, например, это оказалось $a_5K_5(B_3)$. Теперь из трех наибольших значений $a_3K_3(B_1)$, $a_1K_1(B_2)$, $a_5K_5(B_3)$ выбираем

опять наибольшее, например, это оказалось $a_1K_1(B_2)$. Вариант, которому оно соответствует, является наилучшим (в нашем случае – это B_2).
д) аддитивная свертка позволяет учесть критерии, имеющие большие (по модулю) значения. Эта свертка используется в методе анализа иерархий (см. задачу 4). Можно действовать иначе, используя функцию полезности. Оценим в 10-и балльной шкале полезность (ценность) каждого варианта (студент является здесь экспертом) по каждому критерию. Оценку полезности по каждому критерию рекомендуется проводить одновременно для всех вариантов, используя сравнительную шкалу. Например, если Вы считаете, что оценка варианта B_1 по критерию K_1 умеренно превосходит оценку варианта B_2, то значение $K_1(B_1)$ должно быть больше значения $K_1(B_2)$, на 2...4 балла. Если оценка B_2 сильно превосходит оценку B_3 по тому же критерию, то $K_1(B_2)$ должно быть больше $K_1(B_3)$ на 6.. .7 баллов и т.д. Затем определяется абсолютная оценка для B_3, т.е. для варианта, имеющего минимальную оценку по рассматриваемому критерию. Например, если $K_1(B_3)$ = 1 балл, то $K_1(B_2)$ = 7...8 баллов, а $K_1(B_1)$ =9...10 баллов (оценки не должны выходить за пределы 10-и балльной шкалы).
Для 1-го варианта получим значения полезности: $K_1(B_1)$, $K_2(B_1)$, $K_3(B_1)$,...., $K_n(B_1)$. Умножим каждое значение на вес соответствующего критерия, получим $a_1K_1(B_1)$, $a_2K_2(B_1)$,…, $a_nK_n(B_1)$. Веса критериев могут быть взяты из примера1 задачи 4 либо определены другим способом (см.[37],с. 85...86, [38], с. 100...102). Аналогично для 2-го варианта: $a_1K_1(B_2)$, $a_2 K_2(B_2)$,
a_3 $K_3(B_2)$,…, a_n $K_n(B_2)$. Для 3-го варианта: $a_1K_1(B_3)$, a_2 $K_2(B_3)$, …, $a_nK_n(B_3)$. Теперь подсчитаем оценку общей полезности (ценность) для каждого варианта. Для B_1:
$K(B_1) = a_1K_1(B_1)+ a_2K_2(B_1)+ \ldots + a_n K_n(B_1)$,
дляB_2:
$K(B_2) = a_1K_1(B_2)+ a_2 K_2(B_2)+ \ldots + a_n K_n(B_2)$,
для B_3:
$K(B_3) = a_1K_1(B_3)+ a_2 K_2(B_3)+ \ldots + a_n K_n(B_3)$.
Таким образом, имеем три значения: $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$. Наилучшим считается вариант, для которого значение К максимально. Пусть например, наибольшим является значение $K(B_2)$, тогда B_2 - наилучший вариант решения.
е) метод метрики (расстояния) применяется, когда по условиям задачи можно определить «идеальное» решение ($X_{ид}$), имеющее абсолютный максимум сразу по всем критериям. Обозначим координаты точки максимума: ($K_1(X_{ид})$, $K_2(X_{ид})$,…., $K_n(X_{ид})$). В качестве меры расстояния до идеального решения используем функцию Минковского. Подсчитывается значение этой функции для каждого варианта решения: d (B_1), d (B_2), d (B_3) и т.д. Тот вариант, для которого расстояние наименьшее, является наилучшим.
Рассмотрим конкретный пример.

Пример 1.

Используем результаты, полученные в примере 1 задачи 4. Результаты по аддитивной свертке даны в этом примере, поэтому рассмотрим остальные методы.
Максминная свертка (свертка по наихудшему критерию) с учетом веса критериев.
Расчеты дают (см. табл. 6, 7):
$K(B_1) = 0{,}0105$,
$K(B_2) = 0{,}0066$,
$K(B_3) = 0{,}0017$.
Наилучшим является вариант B_1.

Максминная свертка (свертка по наихудшему критерию) без учета веса критериев. В этом случае, чтобы вес критериев не учитывался, нужно в табл. 6 все оценки сделать равными 1, тогда вес каждого критерия равен 1/n =1/8 =0,125. Табл. 7 остаются без изменения. Расчеты дают:
$K(B_1) = 0,0806$,
$K(B_2) = 0,0073$,
$K(B_3) = 0,0371$.
Наилучшим является вариант B_1.
Метод главного критерия. По данным табл.6 K_1 можно
считать главным лишь с оговоркой, так как он не превосходит все остальные в 3 и более раз. Расчеты дают:
$K(B_1) = 0,0270$,
$K(B_2) = 0,1580$,
$K(B_3) = 0,0924$.
Наилучшим является вариант B_2.
Мультипликативная свертка. Расчеты дают:
$K(B_1) = 0,2640$,
$K(B_2) = 0,1625$,
$K(B_3) = 0,3453$.
Наилучший вариант B_3.
Свертка по наилучшему критерию. Расчеты дают:
$K(B_1) = 0,055$,
$K(B_2) = 0,166$,
$K(B_3) = 0,018$.
Наилучшим является вариант B_2.
Аддитивная свертка, использующая функцию полезности. Оценки полезности (ценности) для вариантов B_1, B_2, B_3 даны в табл. 8. Оценки полезности получены следующим образом. Из табл.7 сравнения вариантов по критерию K_1 следует, что их ценности относятся друг к другу как 1:6:3 (последний столбец таблицы). Отсюда получаем, что B_1 соответствует

Таблица 8.

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	1	2	6	6	1	3	3	6
B_2	6	1	1	1	1	6	6	3
B_3	3	7	4	3	1	1	1	1

оценка 1/ (1+6+3)*10 =1; оценка для B_2 составляет 6/ (1+6+3)*10 =6; оценка для B_3: 3/ (1+6+3)*10 =3. Аналогично получены оценки полезности вариантов по другим критериям. Используя оценки полезности из табл. 8 и оценки важности критериев из табл.6, найдем:
$K(B_1)=0,277*1+0,238*2+0,203*6+0,131*6+\ldots=3,247$,
$K(B_2)=0,277*6+0,238*1+0,203*1+0,131*1+\ldots=2,777$,
$K(B_3)=0,277*3+0,238*7+0,203*4+0,131*3+\ldots=3,852$.
Следовательно, вариант B_3 наилучший.
Метод расстояния. Определим идеальное решение, используя табл. 7. В качестве координат абсолютного максимума выбираются наибольшие значения НВП по

каждому критерию, а именно, $K_1(X_{ид})$=0,570, $K_2(X_{ид})$=0,696, $K_3(X_{ид})$=0,574, $K_4(X_{ид})$=0,645, $K_5(X_{ид})$=0,333, $K_6(X_{ид})$=0,645, $K_7(X_{ид})$=0.635, $K_8(X_{ид})$=0,559.

а) расстояние Хемминга (p=1). Подсчитаем значение меры расстояния для каждого варианта решения:

$$d_{XEM}(B_i) = \sum_{j=1}^{8} \left| K_j(B_i) - K_j(X_{ид}) \right|,$$

что дает с учетом веса критериев d_{XEM} (B_1) = 0,2668; d_{XEM} (B_2) = 0,3319; d_{XEM} (B_3) = 0,2040.

Наилучший вариант B_3, так как ему соответствует наименьшее значение меры.

б) расстояние Евклида (p=2):

$$\mathbf{d}_{Э}(B_i) = \left[\sum_{\mathbf{j=1}}^{8} \left| \mathbf{K_j(B_i) - K_j(X_{ид})} \right|^2 \right]^{1/2},$$

что дает с учетом веса критериев $d_Э$(B_1) =0,1727; $d_Э$(B_2) = 0,1961; $d_Э$(B_3) = 0,0961.

Наилучший вариант B_3.

в) по максимальному различию (p=∞):

$$\mathbf{d}_{\max}(\mathbf{B_i}) = \max_{\mathbf{j}} \left| \mathbf{K_j(B_i) - K_j(X_{ид})} \right|.$$

Расчёты дают с учетом веса критериев: $d_{\max}(B_1) = 0{,}1310$; $d_{\max}(B_2) = 0{,}1477$; $d_{\max}(B_3) = 0{,}0656$, т.е. наилучший вариант B_3.

г) по минимальному различию (p= - ∞):

$$\mathbf{d}_{\min}(\mathbf{B_i}) = \min_{\mathbf{j}} \left| \mathbf{K_j(B_i) - K_j(X_{ид})} \right|.$$

Расчёты дают: $d_{\min}(B_1) = 0$; $d_{\min}(B_2) = 0$; $d_{\min}(B_3) = 0$. Наилучший вариант B_1 (с учётом числа и веса критериев, по которым этот вариант совпадает с абсолютным максимумом).

Выводы: Таким образом, по аддитивной, мультипликативной сверткам, а также методу расстояния при p=1, p=2, p=∞ предпочтительным вариантом является B_3; по методу главного критерия и свертке по наилучшему критерию – B_2; по максминной свертке с учётом и без учёта веса критериев, а также по методу расстояния при p= - ∞ предпочтителен вариант B_1. Так как в примере выполняются условия применения аддитивной свертки (плавное убывание весов критериев), то наилучшим следует считать вариант B_3 (по этой свертке).

Задача 6.

По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок **m** вариантов решения некоторой проблемы по **n** критериям. Использованы балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется: а) выделить множество Парето-решений; б) представить результаты сравнения оставшихся вариантов в виде диаграммы в полярных координатах (каждая координата - отдельный критерий); в) используя диаграмму, определить, какой вариант (варианты) решения является предпочтительным; г) прове-рить результат выбора, используя подходящую свертку критериев; д) оце-нить ошибку выбора, если известна ошибка оценок таблицы.

Методические указания.

Цель задачи - освоение методов построения множества Парето и методов выбора наилучшего решения. В реальных задачах выбора всегда приходится сокращать число исходных альтернатив, путем построения множества Парето. Это множество состоит из попарно несравнимых альтернатив. Алгоритм решения этой задачи с примером дан в [37], с. 125...127, [38], с. 103...107.

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 1.

По результатам опроса экспертов составлена таблица оценок пяти вариантов схемы застройки территории по восьми критериям (см. табл. 9). Использованы балльные оценки в пятибалльной шкале и словесные оценки, причем большей оценке соответствует лучшее значение критерия. По данным таблицы, считая все критерии одинаково важными, требуется:

а) выделить множество Парето-решений;

б) представить результаты сравнения оставшихся вариантов в виде диаграммы в полярных координатах (каждая координата — отдельный критерий);

в) используя диаграмму, определить, какой вариант (варианты решения) является предпочтительным;

г) проверить результат выбора, используя подходящую свертку критериев.

д) оценить ошибку выбора, если ошибка оценок таблицы составляет 1,2 балла.

Таблица 9

Варианты решения	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
B_1	высокое	среднее	4	3	3	5	среднее	очень высокое
B_2	среднее	низкое	2	4	4	4	среднее	среднее
B_3	среднее	очень низкое	2	3	3	4	среднее	среднее
B_4	низкое	низкое	2	3	3	4	среднее	среднее
B_5	среднее	низкое	1	3	2	3	низкое	низкое

Решение.

Пользуясь данными табл.9, выделим множество Парето. По определению множество Парето состоит из вариантов решений, которые по всем кри-териям не хуже остальных и хотя бы по одному критерию лучше осталь-ных. Для построения множества Парето надо сравнить попарно все варианты. Сравнение осуществляется последовательно, начиная с варианта B_1, т.е. он сравнивается с вариантами B_2, B_3 и т.д. Затем B_2

сравнивается с вариантами B_3, B_4 и т.д. При сравнении произвольной пары вариантов, например, / и *j* возможны три случая:

– вариант *i* не хуже варианта *j* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *j* исключается из дальнейшего рассмотрения, а вариант *i* сравнивается с оставшимися вариантами;

– вариант *j* не хуже варианта *i* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *i* исключается из дальнейшего рассмотрения, а вариант *j* сравнивается с оставшимися вариантами;

– по одним критериям вариант *i* лучше варианта *j,* а по другим – вариант *j* лучше варианта *i*; тогда варианты *i* и *j* считаются несравнимыми и оба должны сравниваться с оставшимися вариантами;

Поясним эти случаи примером, позволяющим действовать формально.

Случай 1 (см. таблицу).

Вариан-ты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
i	5	4	3	ОВ	С	4	5	3
j	4	4	2	В	Н	4	5	3

ОВ – очень высокое значение, В – высокое, С – среднее, Н – низкое.

Условимся , что если i >j по какому-то критерию, например по K_3, то ставится знак “+” в столбце K_3 в строке i; если j >i по какому-то критерию, то знак “+” ставится в строке j в столбце данного критерия; если же j =i, то ничего не ставится. Проведем сравнение: по K_1: i >j – ставим “+” в клетке (i, K_1); по K_2: i =j – ничего не ставим; по K_3: i >j – ставим “+” в клетке (i, K_3); по K_4: i >j – ставим “+” в клетке (i, K_4); по K_5: i >j – ставим “+” в клетке (i, K_5); по K_6,K_7,K_8: i =j – ничего не ставим. Таким образом, имеем:

Варианты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
i	+		+	+	+			
j								

Так как все “+” сосредоточены в строке i, то вариант j отбрасывается. Де-лается запись:
а) i и j → j отбросить.

Случай 2 (i и j меняются местами).

Варианты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
i	4	3	4	С	3	2	3	3
j	4	3	5	В	4	2	3	4

Действуя по правилу, изложенному выше, получим:

варианты	Значения критериев							
	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	K_8
i								
j			+	+	+			+

Так как все “+” находятся в строке j (в строке i нет ни одного “+”), то вариант i отбрасывается и исключается из рассмотрения. Делается запись:
б) i и j → i отбросить.

Случай 3.

варианты	Значения критериев							
	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$	$К_6$	$К_7$	$К_8$
i	5	4	3	С	4	5	4	3
j	4	4	3	В	3	4	4	3

Действуя как и выше, получим:

варианты	Значения критериев							
	$К_1$	$К_2$	$К_3$	$К_4$	$К_5$	$К_6$	$К_7$	$К_8$
i	+				+	+		
j				+				

Так знак “+” есть и в строке i и в строке j (неважно сколько их в одной и в другой строке), то варианты i и j не сравнимы (ни один из них отбросить нельзя). Делается запись:
i и j → не сравнимы.

Те варианты решения, которые останутся после завершения процедуры сравнения, образуют множество Парето, В нашем примере множество Парето состоит из вариантов $В_1$, $В_2$. Следовательно, варианты 3 ,4, 5 можно исключить из дальнейшего рассмотрения.

Если исходное множество состоит из большого числа вариантов, то их непосредственное сравнение по всем критериям может оказаться затруднительным. Тогда рекомендуется следующая процедура.

1. Для каждого критерия выписываются все варианты решения, имеющие по нему наивысшую оценку. Результаты сводятся в таблицу. В нашем примере имеем:

$К_1$: $В_1$, $К_5$: $В_2$
$К_2$: $В_1$, $К_6$: $В_1$
$К_3$: $В_1$, $К_7$: $В_1$, $В_2$, $В_3$, $В_4$
$К_4$: $В_2$, $К_8$: $В_1$,
где $К_1$, ..., $К_8$ — номера критериев.

2. Определяется наиболее часто повторяющийся вариант, т.е. встречаю-щийся в наибольшем числе критериев (если таких вариантов несколько и они встречаются в разных критериях, то выбирается любой из них; если же они встречаются только в одних и тех же критериях, то их надо сравнить попарно по оставшимся критериям, пользуясь схемой, изложенной выше). Этот вариант включается в множество Парето. В нашем примере это $В_1$.

3. Анализируются варианты решений (для каждого критерия в отдельно-сти) для тех критериев, в которые не входит выбранный наиболее часто повторяющийся вариант. (В нашем примере это критерии $К_4$ и $К_5$, каждому из которых соответствует всего один вариант $В_2$.Этот вариант можно сразу же включить в множество Парето). Если какому-то критерию соответст-вует несколько вариантов решений, то они сравниваются попарно между собой (сравнение проводится только для вариантов, соответствующих одному и тому же критерию). При сравнении двух вариантов, например, *i* и *j* возможны рассмотренные выше три случая:

– вариант *i* не хуже варианта *j* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *j* отбрасывается, а вариант *i* либо включается в множество Парето (если вариантов всего 2), либо

надо продолжать его сравнение с оставшимися (для данного критерия);
– вариант *j* не хуже варианта *i* по всем критериям и хотя бы по одному критерию лучше; тогда вариант *i* отбрасывается, а вариант *j* либо включается в множество Парето, либо сравнивается с другими вариантами;
– по одним критериям вариант *i* лучше варианта *j,* а по другим — вариант *j* лучше варианта *i*; тогда варианты *i* и *j* считаются несравнимыми и оба включаются в множество Парето (если вариантов всего 2), либо надо продолжать их сравнение с оставшимися (для данного критерия);
Те варианты решений, которые останутся после завершения изложенной процедуры сравнения, включаются в множество Парето.
4. После того как построено множество Парето, оно записывается в окончательном виде. В нашем примере $\pi = \{B_1, B_2\}$. Остальные варианты оказались исключенными из дальнейшего рассмотрения.

Для получения наилучшего решения к оставшимся альтернативам применяется в зависимости от условий задачи один из методов первой группы (метод свертки, метод главного критерия, метод пороговых критериев, метод расстояния и т.д.) либо графические методы (метод диаграмм).

Для определения наилучшего варианта из двух оставшихся в нашем примере построим диаграмму в полярных координатах. Диаграмма строится следующим образом. Нарисуем круг и в нем восемь равномерных шкал (по числу критериев), на которые нанесем числовые и словесные оценки для каждого варианта таким образом, что лучшие значения располагаются дальше от центра, а худшие — ближе к нему (см. рис.1). В принципе, не имеет значения, как проградуированы шкалы, главное, чтобы было видно постепенное изменение критериев, отражающее тенденцию к ухудшению при движении от периферии к центру.

После нанесения оценок по критериям на соответствующих шкалах соединяем точки на осях для каждого варианта замкнутой ломаной линией (полигоном). На рис. 1 получились два многоугольника: первому варианту соответствует сплошная линия, а второму — пунктирная. Теперь сравни-ваем на глаз площади многоугольников. Большей площади соответствует лучший вариант решения, причем это различие должно быть явно заметным, так как метод является приближенным. Если площади примерно

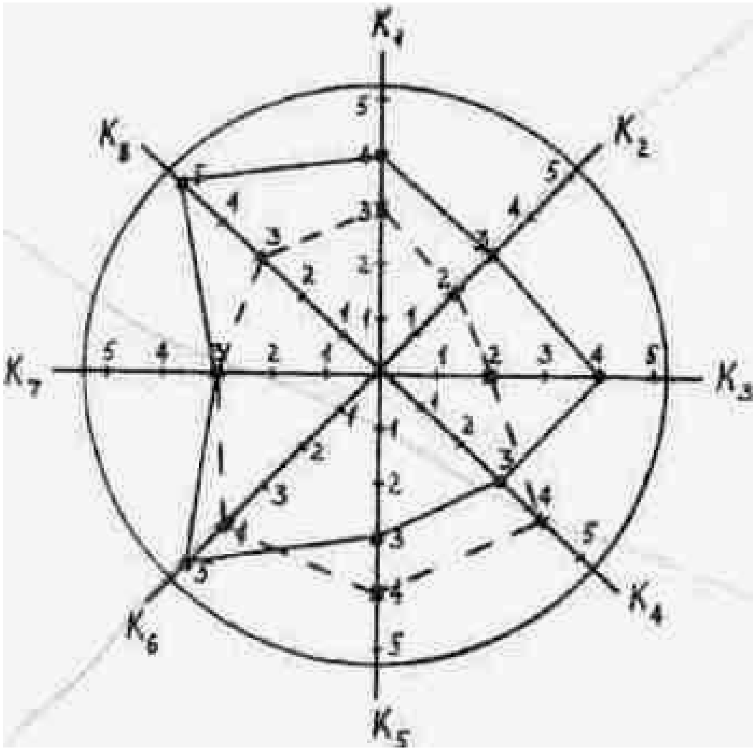


Рис.1. Сравнение вариантов с помощью диаграммы.

одинаковы, то оба варианта практически эквивалентны. В нашем случае предпочтительным (наилучшим) является B_1, так как соответствующий ему многоугольник явно превышает по площади многоугольник для B_2.

Для уточнения решения в данной задаче рекомендуется использовать аддитивную свертку. Так как все критерии считаются одинаково важными, то общий критерий равен среднему значений частных критериев для каждого варианта. Подсчитаем для каждого из оставшихся вариантов величину:

$$K = 1/8 \sum_{j=1}^{8} K_j$$

Чтобы провести расчеты, преобразуем словесные оценки в балльные по следующему правилу: очень большое (очень высокое значение) — 5;
большое (высокое) — 4; среднее — 3; низкое — 2; очень низкое — 1. Тогда получим для первого варианта:

$$K^{(1)} = \frac{4+3+4+3+3+5+3+5}{8} = \frac{30}{8} = 3{,}75$$

Для второго:

$$K^{(2)} = \frac{3+2+2+4+4+4+3+3}{8} = \frac{25}{8} = 3{,}125,$$

т.е. предпочтителен первый вариант, что совпадает с результатом по диаграмме.

У студентов иногда возникает вопрос, зачем применять метод диаграмм, если проще использовать аддитивную свертку. Метод диаграмм это – приближенный метод, что является его преимуществом, так как позволяет нивелировать (сгладить) ошибки в назначении оценок вариантов по критериям. Обратимся к условиям задачи 6. Обозначим ошибку оценок таблицы s. Тогда среднеквадратическая ошибка определения общего критерия составит: $S_K = s/\sqrt{n}$, а доверительная ошибка равна (при вероятности P=0.95): $\Delta K = 2S_K$. На такую величину могут отличатся друг от друга значения $K(B_1)$, $K(B_2)$, $K(B_3)$ и т.д. по случайным причинам. Следовательно, если для какой-то пары вариантов разность значений общего критерия K меньше ΔK, то эти варианты равноправны между собой (равноценны). Поэтому нет необходимости очень точно рассчитывать значение общего критерия для каждого варианта решения.

Оценим ошибку выбора. В нашем случае ошибка оценок таблицы составляет s = 1,2, поэтому доверительная ошибка $\Delta K = 0{,}7s = 0{,}8$ (n=8).
Сравниваем разность К(В1) – К(В2) с ошибкой. Так как разность меньше ошибки, то решения В1 и В2 являются равноправными. Хотя точный расчет дает, что В1 лучше В2, однако достоверность такого вывода сомнительна, так как значения общего критерия для этих вариантов различаются незначимо.

Задача 7.

В таблице даны два множества X и Y, а также тип отношения R. По данным таблицы: а) выберите из множеств X и Y элементы, связанные отношением R; б) определите систему, состоящую из элементов множеств X и Y, с заданным отношением R; в) проведите топологический анализ системы, а именно: определите первый структурный вектор Q и вектор препятствий D комплекса K_X (Y,R) либо K_Y (X,R); число несвязных компонентов комплекса, степень связности и эксцентриситет каждого симплекса, входящего в комплекс; укажите, какой из симплексов является наиболее адаптированным; насколько сильно связан комплекс.

Методические указания.

Цель этой задачи – освоение метода анализа многомерной структуры систем (многомерных связей в системах). Алгоритм ее решения с примерами дан в [37], с.114…116, [38], с.137…140. Основную трудность вызывает у студентов даже не сама техника анализа, а уяснение задачи, связанное с правильной интерпретацией (указанием смысла) типа отношения. В условиях задачи приведена одна из возможных интерпрета-ций, студент может использовать и свою интерпретацию. Например, для отношения порядка в условиях задачи дана интерпретация: “Прибор x_i лучше прибора y_j по классу точности ”, но можно использовать и другую запись “Прибор x_i хуже прибора y_j по классу точности и т.п.” Такая запись нужна, чтобы для каждой пары элементов определить выполняется ли для них данное отношение или нет. В нашем случае система состоит из пар приборов, связанных отношением порядка. Элементы, не являющиеся приборами, следует исключить из рассмотрения.

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 1.

Постройте матрицу инциденций для двух множеств объектов по отноше-нию соответствия. Проведите топологический анализ системы по этому отношению. Первое множество *X* – измерительные приборы (ИП), а второе *Y* – решаемые измерительные задачи (ИЗ); *X* = {$ИП_1$, $ИП_2$, ..., $ИП_6$,}; *Y* = {$ИЗ_1$, $ИЗ_2$, ..., $ИЗ_7$}. Матрица инциденций дана в табл. 10. Она соответствует отношению соответствия *R:* “Прибор $ИП_i$ соответствует задаче $ИЗ_k$, если последнюю можно решить этим прибором” (в клетке (i, k) матрицы стоит 1, если отношение выполняется, и 0 – если нет.

Таблица 10.

Приборы	$ИЗ_1$	$ИЗ_2$	$ИЗ_3$	$ИЗ_4$	$ИЗ_5$	$ИЗ_6$	$ИЗ_7$
$ИП_1$	1	1	1	1	1	0	0
$ИП_2$	0	0	1	1	0	1	0
$ИП_3$	0	1	1	0	0	1	1
$ИП_4$	0	0	1	1	0	0	0
$ИП_5$	0	0	0	0	0	0	0
$ИП_6$	0	1	0	0	0	0	0

Решение.

Топологический анализ проводится в соответствии с Приложением 1. Будем анализировать комплекс приборов. Комплекс K_X (Y, R) включает 6 симплексов, имеющих разную связность. Анализ начинается с наибольшей связности, а заканчивается связностью, равной нулю. По матрице инци-денций определяем наибольшую связность, для чего находим строку с наибольшим числом единиц. Это строка $ИП_1$, содержащая пять единиц, следовательно наибольшая связность комплекса равна $q = 5 - 1 = 4$. На этом уровне связности имеется один компонент { $ИП_1$}, т.е. Q_4 = 1. Понижаем уровень связности на единицу. На уровне связности $q = 3$ имеем 2 симплекса $ИП_1$ и $ИП_3$, т.к. им в матрице инциденций соответ-ствуют строки с не менее чем четырьмя единицами. Теперь надо опре-делить можно ли эти симплексы объединить в один компонент либо нет, т.е. различимы они по своим связям или нет. В соответствии с определе-нием, чтобы на уровне связности $q = 3$ симплексы $ИП_1$ и $ИП_3$, были неразличимы, т.е. их можно было объединить в один компонент, они должны иметь по 3 + 1 = 4 общих столбца с единицами. В нашем примере таких столбцов всего два $ИЗ_2$ и $ИЗ_3$, т.е. симплексы объединить нельзя. Следовательно, на уровне $q = 3$ имеем два различных компонента {$ИП_1$}, {$ИП_3$}, т.е. $Q_3 = 2$. Опять понижаем размерность на единицу. На уровне
$q = 2$ имеем три симплекса $ИП_1$, $ИП_3$, $ИП_2$ (им в матрице инциденций соответствуют строки с не менее чем $q + 1$=3 единицами). Проверяем для каждой пары симплексов условия объединения в один компонент. Для этого они должны иметь по q +1 =3 общих столбца с единицами, что не выполняется. Следовательно, на уровне $q = 2$ имеем три компонента {$ИП_1$}, {$ИП_3$}, {$ИП_2$} и $Q_2 = 3$. На следующем уровне связности $q = 1$ имеем четыре симплекса $ИП_1$, $ИП_2$, $ИП_3$, $ИП_4$ (им соответствуют строки с
q +1 =2 единицами). Проверим условие объединения. Для объединения какой-то пары симплексов в один компонент достаточно, чтобы было 2 общих столбца с единицами. Условия выполняются. Так, например, симплексы $ИП_1$ и $ИП_2$ имеют общие столбцы $ИЗ_3$, $ИЗ_4$; симплексы $ИП_2$ и $ИП_3$ имеют общие столбцы $ИЗ_3$, $ИЗ_6$; симплексы $ИП_2$ и $ИП_4$ имеют общие столбцы $ИЗ_3$, $ИЗ_4$. Следовательно, все симплексы связаны двумя общими столбцами, т.е. их все можно объединить в один компонент {$ИП_1$, $ИП_2$, $ИП_3$, $ИП_4$} и Q_1 = 1. Наконец, на уровне $q = 0$ аналогично определяем, что все симплексы можно

объединить в один компонент (кроме симплекса ИП$_5$, которому соответствует ноль-строка). Результаты анализа имеют вид:

$q = 4$	$Q_4 = 1$	{ИП$_1$}
$q = 3$	$Q_3 = 2$	{ИП$_1$}, {ИП$_3$}
$q = 2$	$Q_2 = 3$	{ИП$_1$}, {ИП$_3$}, {ИП$_2$}
$q = 1$	$Q_1 = 1$	{ИП$_1$, ИП$_2$, ИП$_3$, ИП$_4$}
$q = 0$	$Q_0 = 1$	{все, исключая ИП$_5$}

Первый структурный вектор комплекса равен: Q = (1 2 3 1 1). Вид вектора показывает, что относительно приборов комплекс сильно связан для больших и малых значений q, а для промежуточных значений $q = 3$ и $q = 2$. Он распадается на несколько несвязных компонентов. Определим вектор препятствий $D = Q - I$ = (0 1 2 0 0). Он показывает, что имеется
препятствие в обмене измеряемыми величинами на уровнях связности q=3 и q=2. Для оценки степени интегрированности симплексов в комплексе рассчитаем эксцентриситет. Результаты сведены в табл. 11.

Таблица 11.

Приборы	$\hat{q}$	$\tilde{q}$	эксцентриситет
ИП$_1$	4	1	3/2
ИП$_2$	2	1	1/2
ИП$_3$	3	1	1
ИП$_4$	1	1	0
ИП$_5$	-1	-1	∞
ИП$_6$	0	0	0

Результаты расчетов показывают, что наиболее интегрированным является ИП$_1$, т.е. этот прибор наиболее адаптирован к решению совокупности задач.

Задача 8.

Постройте дерево решений для проблем, приведенных ниже:
– нарушение правил дорожного движения;
– неисправность автомобиля (ошибка в управлении автомобилем);
– дорожно-транспортное происшествие (авария автомобиля);
– ошибка в машинописи;
– набор неверного телефонного номера;
– опоздание на работу (опоздание на встречу к назначенному сроку);
– брак при изготовлении детали на станке;
– ошибка при измерении;
– ошибка при решении задачи на ПК;
– ошибка при таможенном контроле.

Методические указания.

Цель задачи – освоение техники построения дерева решений для сравнительно простых проблем, а именно, таких, которые не требуют специального изучения (за некоторым исключением). Эта задача вызывает наибольшую трудность у студентов, так как является неформальной. Трудность связана с правильным выбором элементов на каждом уровне дерева решений, так чтобы их упорядоченная совокупность давала возможность сравнения и отбора вариантов решений. Наиболее распространенная ошибка связана с произвольным (хаотическим) выбором элементов разной степени общности на каждом уровне. Алгоритм решения этой задачи с примером дан в [37], с. 116...118, [38], с. 140...142.

Рассмотрим конкретные примеры.

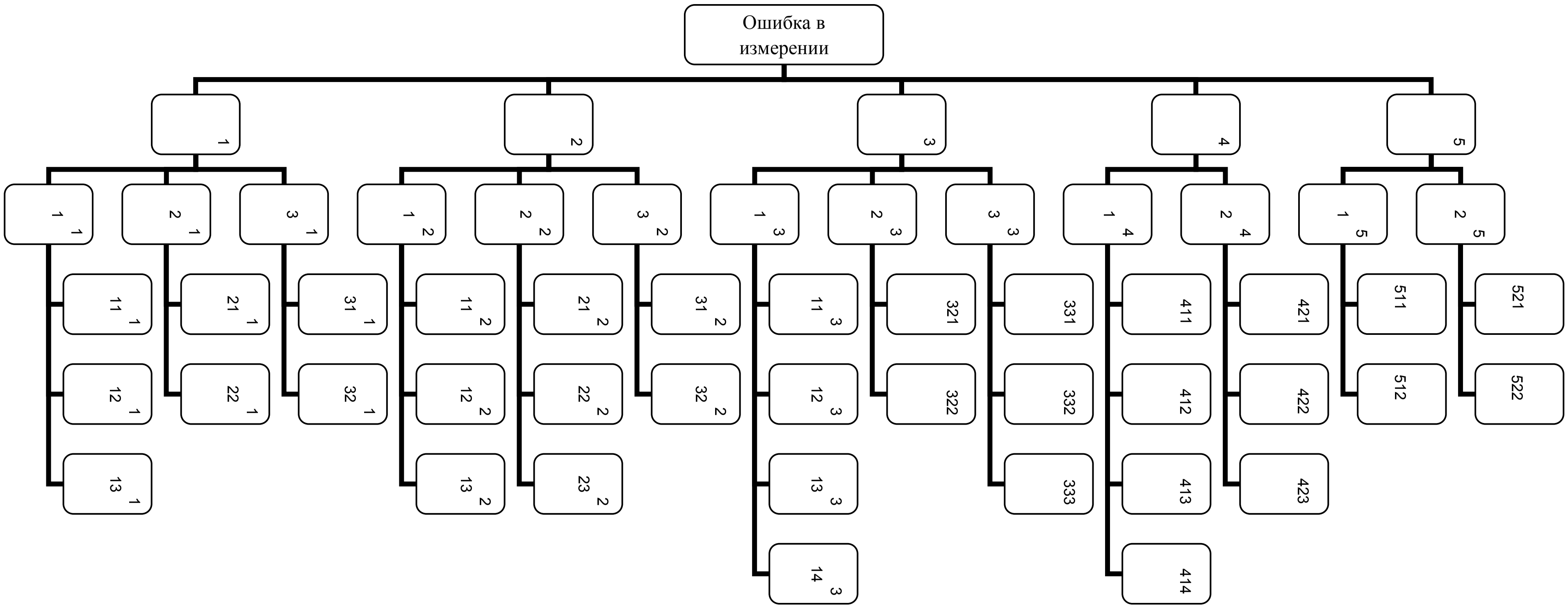
Пример 1.

Постройте диаграмму причин и результатов в виде дерева
решений для проблемы: ошибка в измерении.

Решение.

Формулируем проблему: ошибка в измерении. Определяем функциональные подсистемы, которые могут быть главными причинами ошибки. Затем каждая из главных причин разбивается на подпричины, а каждая из подпричин, в свою очередь, на влияющие факторы. Ниже приведена совокупность элементов (причин, подпричин и влияющих факторов), образующих дерево решения проблемы. При этом главные причины обозначены индексом, состоящим из одной цифры;
подпричины — индексом из двух цифр, а влияющие факторы — индексом из трех цифр. На рис. 1 представлено итоговое дерево решений.
1 – оператор (измеритель):
11 – квалификация (111 – опыт , 112 – образование , 113 – подготовка);
12 – умственное состояние (121 – концентрация внимания, 122 –
умственная усталость);
13 – физическое состояние (131 – зрение, 132 – физическая усталость).
2 – средство измерений:
21 – поддержание в работоспособном состоянии (211 – ремонты,
212 – обслуживание, 213 – поверки);
22 – условия применения (221 – точность, 222 – диапазон, 223 –
влияющие величины);
23 – расположение (231 – высота, 232 – расстояние до оператора).
3 – условия измерений:
31 – освещение (311 – яркость, 312 – цвет, 313 – расположение
источника, 314 – тип источника);
32 – перерывы (321 – частота измерений, 322 – другие
работы);
33 – шум (331 – разговоры, 332 – телефонные звонки, 333 –производственные помехи).

Рис.1. Дерево решений для проблемы: ошибка в измерении



4-объект измерений:
41 – вид сигнала (411 – стабильность, 412 – форма, 413 –
помехи, 414 – интенсивность);
42 – исходная (априорная) информация о задаче (421 – информационная среда задачи,
422 – вид объекта, 423 – требования к качеству решения).
5 – организация процесса измерений:
51 – алгоритм измерений (511 – метод, 512 – методика);
52 – алгоритм обработки (521– сложность расчетов, 522 –
автоматизация расчетов).

Пример 2.

Рассмотрим в качестве еще одного примера проблему «дорожно-транспортное происшествие». Требуется построить дерево решений.

Решение.

Речь идет о построение фрейма, т.е. типовой структуры для описания ситуации.

На первом уровне нужно выделить элементы (наиболее общие), совокупность которых определяет проблему. Выделим следующие элементы: 1 – субъект (пешеход, водитель), 2 – техническое средство (автомобиль либо другой транспорт), 3 – внешние условия (условия движения).

На втором уровне выделяются состояния элементов первого уровня. Для субъекта выделим: 11 – физическое состояние, 12 – умственное состояние, 13 – эмоциональное состояние; для водителя следует добавить элемент 14 – квалификация. Для технического средства выделим: 21 – исправность, 22 – условия в кабине (комфортность). Условия движения состоят из элементов: 31 – дорога, 32 – погода.

На третьем уровне выделяются характеристики состояний элементов второго уровня.

Для физического состояния выделим элементы: 111 – здоровье, 112 – физическая усталость, 113 – зрение и т. п. Для умственного состояния: 121 – умственная усталость, 122 – невнимательность и т.п.

Для эмоционального состояния 131 – возбуждение, 132 – нервозность и т.п. Для квалификации: 141 – опыт, 142 – подготовка, 143 – техника вождения.

Для элемента 21 на третьем уровне выделим: 211 – ремонт, 212 – текущее обслуживание (профилактика).

Для элемента 22: 221 – удобство управления, 222 – освещение, 223 – шум в кабине (музыка, разговоры) и т.п.

Для элемента 31 выделим: 311 – качество покрытия, 312 – интен-сивность движения, 313 – наличие указателей, 314 – видимость и т.п. Для элемента 32 выделим: 321 – осадки, 322 – гололед, 323 – туман и т.п.

При составлении дерева решений следует учесть, что элементы второго уровня, замыкающиеся на один элемент первого уровня, равноправны и располагаются параллельно друг другу, это же правило относится и к элементам третьего уровня, замыкающимся на один и тот же элемент второго уровня. Приведенное решение является в определенной степени типовым и может быть использовано (с некоторой модификацией) для других проблем из задачи 8.

3. Решение задач оптимального выбора при нечеткой информации

Рассмотрим задачу нечеткой классификации. Пусть X — множество объектов, Y – множество представительств, Z – множество классов. Задача заключается в разбиении X на классы по совокупности признаков. В такой постановке формализуется широкий круг задач: измерение постоянной физической величины; структуризация базы знаний, ранжирование фирм по стратегическому статусу, сегментация рынка на стратегические зоны хозяйствования, распознавание изображений и т.п. В силу неполноты информации и ее противоречивости множества X, Y, Z и их элементы могут быть заданы в нечеткой форме. Алгоритм решения задачи нечеткой классификации включает следующие шаги.

1. Вводится отношение согласования X и Y: XR_1Y с функцией принадлежности $\mu_{R_1}(x,y), \forall x \in X, y \in Y$.

Степень согласования X и Y : $\gamma_{\text{xy}} = F(\alpha((X_\alpha R_1 Y_\alpha) \neq \varnothing))$.

(Здесь и далее знак ~ над нечеткими множествами для простоты опущен).

2. Вводится отношение согласования Y и Z: YR_2Z с функцией принадлежности $\mu_{R_2}(y,z), \forall y \in Y, z \in Z$.

Степень согласования Y и Z : $\gamma_{\text{yz}} = F(\alpha((Y_\alpha R_2 Z_{\alpha)} \neq \varnothing))$. Отношения R_1, R_2 получаются экспертным путем или на основе априорных знаний о предметной области. В простейшем случае можно положить:

$$\mu_R = \begin{cases} 1, (x,y) \in R \\ 0{,}5 \text{ вывод не ясен} \\ 0\ (x,y) \notin R \end{cases}$$

Для μ_R могут использоваться и более сложные модели. Если элементы множеств X, Y определяются по множеству нечетких показателей $\{\mathbf{q_i}\}, \{\mathbf{Q_i}\}$ соответственно, то, используя, например, максминную свертку для μ_R, получаем:

$$\mu_{\mathbf{R}_1}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \max_{\mathbf{j}} \min(\max_{\mathbf{i}} \min(\mu_{\mathbf{R}}(\mathbf{x},\mathbf{q_i}), \mu_{\mathbf{R'}}(\mathbf{q_i},\mathbf{Q_j})), \mu_{\mathbf{R''}}(\mathbf{Q_j},\mathbf{y})). \qquad (1)$$

3. Строится суперпозиция отношений R_1 и R_2: $R_1 \circ R_2 \equiv R_3$ с функцией

принадлежности $\mu_{R_3}(x,z)$. Степень согласования X и Z:

$\gamma_{XZ} = F(\alpha((X_\alpha R_3 Z_\alpha) \neq \varnothing))$.

Свертка F выбирается в зависимости от вида отношений R_1, R_2 и стратегии принятия решения. В частности, если R задается операцией пересечения, то $F = 1 - \inf\alpha; F = \sup\alpha$ и т.д. Первый вариант свертки означает, что множества согласуются со степенью 1, пока есть хотя бы один общий элемент; второй является более реалистичным и означает, что степень согласования определяется максимальным значением функции принадлежности элементов общей части множеств. Первый вариант свертки целесообразен для отношения различения.

Операция суперпозиции также определяется контекстом задачи и стратегией принятия решения, в частности, выбор $\mu_{\mathbf{R}_3} = \max\limits_{\mathbf{y}} \min(\mu_{\mathbf{R}_1}, \mu_{\mathbf{R}_2})$ соответствует жесткой стратегии; выбор средневзвешенного $\mu_{R_3} = \sum\limits_Y \mu_{R_1} \cdot \mu_{R_2} \Big/ \sum\limits_Y \mu_{R_1}$ — мягкой и т.п. В общем случае выбор операции суперпозиции проводится из условия максимального различения классов. Пороговая степень различения классов находится из следующих соображений. Рассматриваются попарные согласования всех классов множества, содержащих произвольный элемент x, определяется максимальная степень его согласования с некоторой парой и находится ее минимум на множестве классов. В формализованной записи для пороговой степени различения имеем:

$$\gamma = \min_{\mathrm{i,j}} F(\alpha(((X_\alpha R_3 Z_{i\alpha}) R (X_\alpha R_3 Z_{j\alpha})) \neq \varnothing)), \tag{2}$$

где R — отношение различения (согласования). В частности, для операции пересечения $F(\alpha) = \sup\alpha; F(\alpha) = 1 - \inf\alpha$. При использовании свертки sup α и операции min для отношения R ф. (2) преобразуется к виду:

$$\gamma_S = \min_{i,j} \sup_x \min(\mu_{R_3}(x,z_i), \mu_{R_3}(x,z_j)), \tag{3}$$

При использовании свертки $1 - \inf\alpha$ получаем:

$$\gamma_I = \min_{i,j} (1 - \inf_x \min(\mu_{R_3}(x,z_i), \mu_{R_3}(x,z_j))). \tag{4}$$

В ряде случаев, когда информация является слабо согласованной, полезно определить пороговую степень различения как среднее между γ_S и γ_I: $\gamma_C = (\gamma_S + \gamma_I)/2$.

Класс Z_i описывается множеством:

$$\mathbf{P_i} = \{\mathbf{x} \mid \mu_{\mathbf{Z_i}}(\mathbf{x}) \geq \gamma\}. \tag{5}$$

При более жестких требованиях можно использовать строгое неравенство. Достоверность соотнесения классу проверяется из условия:

$$\mu_{\mathbf{Z_i}}(\mathbf{x}) > \nu_{\mathbf{Z_i}} \vee \mu_{\mathbf{Z_i}}(\mathbf{x}) > \nu_{\mathbf{Z_i}}/2.$$

где $\nu_{\mathbf{Z_i}}$ — индекс нечеткости множества Z_i, определяемый соотношением:

$$\nu_{Z_i} = 2\inf \alpha((Z_{i\alpha} R \overline{Z}_{i\alpha}) = \varnothing) = 2\sup((Z_{i\alpha} R \overline{Z}_{i\alpha}) \neq \varnothing),$$

где $Z_{i\alpha}, \overline{Z}_{i\alpha}$ — α-срез множества Z и его дополнения $\overline{Z}$ соответственно:

$\mathbf{Z}_{\mathbf{i}\alpha} = \{\mathbf{x}: \mu_{\mathbf{Z}_\mathbf{i}}(\mathbf{x}) > \alpha\}$; $\mathbf{R}$ — отношение согласования. Если *R* задано операцией пересечения, то

$$\nu_{\mathbf{Z}_\mathbf{i}} = 2\sup_{\mathbf{x}} \mu_{\cap}(\mathbf{x}) = 2\sup_{\mathbf{x}} \min(\mu_{\mathbf{Z}_\mathbf{i}}(\mathbf{x}), \mu_{\overline{\mathbf{Z}}_\mathbf{i}}(\mathbf{x})),$$

где $\mu(x)$ — функция принадлежности элемента x соответсвующему нечеткому множеству.

Так как нечеткие классы Z_i пересекаются, то некоторые элементы могут принадлежать одновременно нескольким классам, а функция принадлежности элемента классу может меняться в интервале [0, 1]. В этом случае элемент относят к тому классу, для которого выполняется условие достоверности, а при выполнении последнего для нескольких классов элемент относят к классу, принадлежность к которому максимальна. Выбор оптимального множества представительств проводится из условия:

$$\gamma^{(K)} \to \max_{K},$$

при *К* = 1, 2, ..., *М*, где *М* — число различных наборов представительств;

$\gamma^{(K)}$ — пороговая степень различения классов для K-го набора представительств.

В общем случае, выбор оптимального набора представительств (реперов, эталонов, тестов и т.п.) осуществляется на основе следующего подхода. Если $d_{ij}^{(K)}$ — мера различения двух классов (объектов) *i, j* (вообще говоря, нечетких) по *К*-му набору представительств, то последний выбирается из условия $\min\limits_{ij} d_{ij}^{(K)} \to \max\limits_{(K)}$ (по наименее специфичному элементу) или $\max\limits_{i} \min\limits_{j \neq i} d_{ij}^{K} \to \max\limits_{K}$ (по наиболее специфичному элементу), где *К* нумерует наборы представительств. Вид $d_{ij}^{(K)}$ выбирается в зависимости от информации о предметной области. Рассмотрим модельный пример. Пусть $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_5\}$ — множество стратегических зон хозяйствования (СЗХ); *Y* — множество признаков, определяющих привлекательность СЗХ для фирмы; *Z* — множество классов, отвечающих различному статусу СЗХ: $\mathbf{Z} = \{\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{Z}_3\}$, где Z_1 соответствует высокому статусу (в смысле привлекательности) СЗХ, Z_2 — среднему, Z_3 — низкому. Требуется распределить СЗХ по классам. В качестве признаков привлекательности СЗХ для фирмы используем параметры, характеризующие перспективы роста и изменений рентабельности СЗХ, из следующего ряда: степень обновления продукции, степень обновления технологии, уровень насыщения спроса, государственное регулирование роста, государственное регулирование конкуренции, колебания рентабельности, колебания объема продаж, колебания цен, расходы на НИОКР, конкуренция на рынках ресурсов, расходы на послепродажное обслуживание, степень удовлетворения потребителей. Таким образом, множество Y состоит из 12 элементов (в порядке упоминания): $\mathbf{Y} = \{\mathbf{y}_1, ..., \mathbf{y}_{12}\}$. Пусть матрица отношения R_1 имеет вид (приводятся значения функции принадлежности):

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}
x_1	0,4	0,3	1,0	0,9	0,9	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,6	0,8
x_2	0,8	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,2	0,2	0,4	0,5	0,2	0,5
x_3	0,1	0,2	0,3	1,0	1,0	0,9	0,8	0,2	0,5	0,5	0,1	1,0
x_4	0,2	0,1	1,0	0,1	0,9	0,5	0,4	0,8	0,8	0,5	1,0	0,3
x_5	0,3	0,6	0,5	0,6	0,3	0,5	0,4	0,5	0,7	0,2	0,5	0,6

Значение функции принадлежности отношения $\mu_{R_1}(x_i, y_j)$ дает оценку совместимости признака y_j, с объектом x_i. Пусть матрица отношения R_2 имеет вид:

	Z_1	Z_2	Z_3
y_1	0,2	0,6	0,8
y_2	0,5	0,5	0,5
y_3	0,9	0,1	0.3
y_4	0,4	0,7	0,6
y_5	0,1	0,3	0,4
y_6	0,2	0,4	0,5
y_7	0,3	0,5	0,4
y_8	0,4	0,1	0,2
y_9	0,5	0,7	0,8
y_{10}	0,6	0,8	0,9
y_{11}	0,5	0,5	0,5
y_{12}	0,7	0,9	1,0

Значение функции принадлежности $\mu_{\mathbf{R}_2}(\mathbf{y_i}, \mathbf{Z_j})$ дает оценку совместимости класса $\mathbf{Z_j}$ с признаком y_j. Определяем суперпозицию отношений со сверткой $\mu_{\mathbf{R}_3}(\mathbf{x}, \mathbf{Z}) = \max\limits_{\mathbf{Y}} \min(\mu_{\mathbf{R}_1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \mu_{\mathbf{R}_2}(\mathbf{y}, \mathbf{Z}))$, что дает:

	Z_1	Z_2	Z_3
x_1	0,9	0,8	0,8
x_2	0,7	0,6	0,8
x_3	0,7	0,9	1,0
x_4	0,9	0,7	0,8
x_5	0,6	0,7	0,7

Пороговая степень различения по (3) $\gamma = 0{,}8$, и для распределения по классам получаем:

$$\mathbf{P}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4\}; \mathbf{P}_2 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3\}; \mathbf{P}_3 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_4\}.$$

Так как $\nu_{Z1} = 0{,}8; \nu_{Z2} = 0{,}8; \nu_{Z3} = 0{,}6,$ то все выводы достоверны.

Учитывая максимальные функции принадлежности элементов, окончательно получим:

$$\mathbf{P}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_4\}; \mathbf{P}_2 = \varnothing; \mathbf{P}_3 = \{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}.$$

Относительно СЗХ x_5 можно утверждать, что ее статус не высокий. Для уточнения результатов, относящихся к x_5, используем свертку типа среднего. Определим γ_I по (4): $\gamma_I = 0{,}4$, тогда $\gamma_c = 0{,}6$. Отсюда получаем, что элемент x_5 может быть отнесен как к классу P_2, так и к классу P_3. Достоверность соотнесения к классу P_2 определяется $\nu_{Z_2} = 0{,}8$, а к классу P_3 величиной $\nu_{Z_3} = 0{,}6$, т.е. выше. Следовательно x_5 следует отнести к классу P_3 с низким статусом. Неопределенность соотнесения элементов классам обусловлена, противоречивостью исходной информации, представленной в виде матриц, а также довольно грубым заданием множества классов. Последнее можно расширить, уточнив градации, в частности, положив, Z_1 — очень высокий статус СЗХ, Z_2 — высокий, Z_3 — скорее высокий, Z_4 — средний, Z_5 — скорее низкий, Z_6 — низкий, Z_7 — очень низкий.

Изложенный подход позволяет проводить классификацию, когда модель объекта трудно определить в явном виде.

Если модель, позволяющая оценивать привлекательность СЗХ, задана аналитически, например, в виде аддитивной суммы признаков:

$$S_x = \sum_i a_i y_i,$$

где S_x - статус СЗХ x; y_i - признаки; a_i - относительные веса, то задача решается алгебраически. В частности, коэффициенты a_i и (или) признаки y_i могут быть заданы в виде нечетких высказываний. В этом случае все операции (суммирования и умножения) выполняются как обобщенные операции с нечеткими множествами. Для нечетких множеств (их функций принадлежности), представляющих a_i, y_i можно использовать стандартные аппроксимации: в виде прямоугольника, трапеции или треугольника, применяемые в статистике. Рассмотрим решение задачи классификации, выбрав треугольную аппроксимацию для функций принадлежности в виде:

$$\mu_{\tilde{\mathbf{y}}_\mathbf{i}}(\mathbf{u_i}) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\mathbf{a_i} - \mathbf{u_i}|}{\mathbf{c_i}}, & \mathbf{u_i} \in [\mathbf{a_i} - \mathbf{c_i}, \mathbf{a_i} + \mathbf{c_i}] \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases} \qquad (6)$$

Примем для простоты, что относительные веса признаков примерно одинаковы и равны $1/\tilde{\mathbf{n}}$, где $\tilde{n}$ - нечеткое число; в нашем случае $\tilde{\mathbf{n}} = \widetilde{12}$.

Алгоритм решения строится следующим образом.

Задается набор нечетких признаков $y_i \in Y$ для каждого элемента $x_k \in X$ в виде словесных высказываний. Например, для x_1: y_1 - немного снизится; y_2 - не изменится; y_3 - сильно снизится; y_4 - значительно ослабеет; y_5 - практически отсутствует; y_6 - средние; y_7 - средние; y_8 - средние; y_9 - достаточно большие; y_{10} - скорее слабая; y_{11} - средние; y_{12} - достаточно высокая (смысл признаков дан выше).

Для каждого признака выбирается шкала интенсивности в виде интервала, например, [-5, +5].

Высказывания формализуются в виде нечетких множеств (6), где a_i - центр распределения, c_i - граница распределения; $\mu_{\tilde{y}_i}(a_i) = 1$; $\mu_{\tilde{y}_i}(a_i \pm c_i) = 0$. Центр соответствует модальному значению функции принадлежности, а граница характеризует точность (надежность) описания признака. Например, y_1 задается парой (-1;2), где a_1=-1; c_1=2; y_2: (0; 2); y_3: (5; 2); y_4: (4; 2); y_5: (4; 2); y_6: (0; 2); y_7: (0; 2); y_8: (0; 2); y_9: (3; 2); y_{10}: (2; 2); y_{11}: (0; 2); y_{12}: (4; 2). Аналогично задаются множества Y для других элементов $x \in X$.

Нечеткие множества $y_i(x_j)$ суммируются для каждого x_j в соответствии с моделью и определяется нечеткий статус элемента (СЗХ) x_j: $S_{x_j} = \sum_i a_i y_i(x_j)$. В нашем примере $\mathbf{a_i} = \mathbf{const(i)} = 1/\widetilde{12}$, в общем случае каждое слагаемое умножается на нечеткое число $\tilde{a}_i$, зависящее от i. Суммирование определяется как обобщенная операция, смысл которой состоит в том, что определяется степень согласования элементов множеств-слагаемых по соответствующей операции. При этом могут использоваться свертки, основанные на различных операциях пересечения (объединения): supmin; sup• (•-произведение); minsum и т.п. Предпочтительной является свертка supmin, не увеличивающая индекс нечеткости множества. В этом случае суммирование задается системой рекуррентных соотношений вида:

$$\mu_{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}(\mathbf{W}_1) = \sup_{\mathbf{u}_1+\mathbf{u}_2=\mathbf{W}_1}(\min(\mu_{\mathbf{y}_1}(\mathbf{u}_1), \mu_{\mathbf{y}_2}(\mathbf{u}_2))),$$

$$\mu_{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2+\mathbf{y}_3}(\mathbf{W}_2) = \sup_{\mathbf{W}_1+\mathbf{u}_3=\mathbf{W}_2}(\min(\mu_{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2}(\mathbf{W}_1), \mu_{\mathbf{y}_3}(\mathbf{u}_3))), \ldots,$$

$$\mu_{\mathbf{y}_1+\ldots+\mathbf{y}_{\mathbf{n}+1}}(\mathbf{W}_\mathbf{n}) = \sup_{\mathbf{W}_{\mathbf{n}-1}+\mathbf{u}_{\mathbf{n}+1}=\mathbf{W}_\mathbf{n}}(\min(\mu_{\mathbf{y}_1+\ldots+\mathbf{y}_\mathbf{n}}(\mathbf{W}_{\mathbf{n}-1}), \mu_{\mathbf{y}_{\mathbf{n}+1}}(\mathbf{u}_{\mathbf{n}+1}))). \quad (7)$$

Из (7) следует, что $\mu_{y_1+\ldots+y_n}(W_{n-1}) = 1$ для $W_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} a_i$; $\mu_{y_1+\ldots+y_n}(W_{n-1}) = 0$ для $W_{n-1} = \sum_{i=1}^{n} a_i \pm \sum_{i=1}^{n} c_i$.

Полученное нечеткое множество $\sum_{i=1}^{n} a_i \mathrm{y}_i(x_j)$ с функцией принадлежности μ_Σ по (7) умножается на обратное нечеткое число $1/\tilde{\mathbf{n}}$ (в нашем примере $1/\tilde{12}$). Используем для представления нечеткого числа гауссово представление с функцией принадлежности:

$$\mu_{\tilde{n}}(V) = (2\pi n)^{-1/2}\sigma^{-1}\exp(-(V-n)^2/(2n\sigma^2)).$$

Сначала определяется обратная величина $1/\tilde{\mathbf{n}}$ с функцией принадлежности

$$\mu_{1/\tilde{\mathbf{n}}}(\mathbf{t}) = \sup_{1/\mathbf{V}=\mathbf{t}}(\min(1, \mu_{\tilde{\mathbf{n}}}(\mathbf{V})) \to \mu_{1/\tilde{\mathbf{n}}}(1/\mathbf{n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathbf{n}}\sigma}.$$

Затем перемножаем нечеткие множества $1/\tilde{\mathbf{n}}$ и $\sum_{i=1}^{n} \mathrm{y}_i$. Соответствующая функция принадлежности определяется соотношением:

$$\mu_{1/\tilde{\mathbf{n}}\Sigma\mathbf{y}_\mathbf{i}}(\mathbf{S}) = \sup_{\mathbf{t}\bullet\mathbf{W}_{\mathbf{n}-1}=\mathbf{S}}(\min(\mu_{1/\tilde{\mathbf{n}}}(\mathbf{t}), \mu_{\Sigma\mathbf{y}_\mathbf{i}}(\mathbf{W}_{\mathbf{n}-1}))). \quad (8)$$

Модальное значение $\mu_{S_x}(S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi n}\sigma}$ достигается при $S = \sum_{i=1}^{n} y_i / (\sqrt{2\pi n}\sigma)$, где $S_x = \sum_i a_i y_i(x)$ - нечеткое множество, характеризующее статус элемента x. Выбором параметра σ можно регулировать модальное значение функции принадлежности. В частности, для совпадения с результатами в четком случае можно положить $\sigma = \sqrt{n} \big/ \sqrt{2\pi}$. Если множители a_i - обычные числа: $a_i = \frac{1}{n}$, то (8) запишется в виде: $\mu_{1/n\Sigma y_i}(S) = \sup\limits_{1/n \bullet W_{n-1} = S} (\min(1, \mu_{\Sigma y_i}(W_{n-1})))$.

(8а)

с модальным значением $\mu_{S_x}(S) = 1$ при $S = \frac{1}{n}\sum_i y_i$.

Аргумент, соответствующий модальному значению для каждого x, сопоставляется с функцией принадлежности, описывающей классы. Например, высокому статусу соответствует функция принадлежности $\mu > 2/3$; среднему статусу соответствует функция принадлежности $\mu \in [0.5, \quad 2/3]$, низкому - $\mu \le 0.5$. Сравнение позволяет распределить элементы $x \in X$ по классам. Например, если аргумент, соответствующий модальному значению, находится в пределах (3…5), то статус высокий; если в пределах (1…3), то скорее высокий; (-1…1) – средний; (-1…-3) – скорее низкий; (-3…-5) – низкий.

Еще один подход к решению задачи классификации состоит в построении системы нечеткого вывода на основе исследования отношений R_1, R_2 (см. выше). Он применяется, когда модель связи объекта с классами трудно определить в явном виде. Модуль правил для произвольного x в рассматриваемом примере имеет вид:

$$\mathop{*}_{i} \Delta y_i(x) \to S_k(x), \qquad (9)$$

где Δy_i - область изменений признака y_i; S_k - область значений статуса элемента x, определяющая его принадлежность к классу k; * - оператор «И» («ИЛИ»). В словесном выражении правила (9) имеют вид: «Если положительно влияющие признаки сильно возрастают и отрицательно влияющие признаки не возрастают, то статус высокий» и т.д. Модуль правил хранится в базе знаний (БЗ) системы принятия решений. При поступлении фактической информации о значениях признаков, относящейся к некоторому объекту $x_j : \mathop{*}_{i} \Delta y'_i$, вывод о принадлежности x_j к определенному классу (классам) делается на основе правила «модус-поненс»:

$$S'_k(x_j) = \mathop{*}_{i} \Delta y'_i R(\mathop{*}_{i} \Delta y_i \to S_k),$$

(10)

где R – отношение согласования фактов с условной частью модуля правил. Для решения обратной задачи, т.е. тестирования классов по имеющейся информации, применяется правило «модус-толенс». Изложенный подход может быть обобщен на случай, когда антецедент и консеквент снабжены оценками доверия (точечными или интервальными).

Изложенные подходы к задаче классификации позволяют повысить гибкость (адаптивность) и расширить функциональные возможности системы принятия решений при использовании ненадежных, неполных, противоречивых данных.

В качестве второго примера рассмотрим задачу из § 4.3, в которой нужно принять решение (брать или не брать зонт) при нечеткой информации о состоянии среды. Полное решение включает четыре оценки, возможность не брать зонт, возможность брать зонт, необходимость не брать зонт и необходимость брать зонт, из которых наибольший интерес представляют первая и четвертая оценки. Покажем как получается первая оценка. Для выводов используем нечеткое правило "модус поненс":

«Если $x = \widetilde{X}_1$ и $(x = \widetilde{X} \to y = \widetilde{Y})$, то $y = \widetilde{Y}_1$»,

где $\widetilde{X}_1$ — нечеткое множество, описывающее фактические знания о состоянии среды, $\widetilde{Y}_1$ — нечеткое множество, относящееся к заключению о возможности не брать зонт; $\widetilde{X} \to \widetilde{Y}$ или $\widetilde{R}_{\to}$ — нечеткий условный оператор, устанавливающий связь состояния среды с заключением. В этом случае оценка возможности не брать зонт даётся выражением:

$$\mu_{\widetilde{Y}_1}(y) = \vee_x \left[\mu_{\widetilde{X}_1}(x) \wedge \mu_{\widetilde{R}_{\to}}(x, y) \right].$$

Пусть для определенности состояние среды характеризуется двумя параметрами: сила дождя и его продолжительность, которые описываются нечеткими множествами $\widetilde{A}$ и $\widetilde{B}$ соответственно. Нечеткое условие имеет вид:

«Если $u = \widetilde{A}$ и $\mathrm{v} = \widetilde{B}$, то $y = \widetilde{Y}$ », а окончательный результат, представляющий оценку возможности не брать зонт, равен:

$$\boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{Y}}_1}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{Y}}_1(\widetilde{\mathbf{A}})}(\mathbf{y}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{Y}}_1(\widetilde{\mathbf{B}})}(\mathbf{y}),$$

где

$$\boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{Y}}_1(\widetilde{\mathbf{A}})}(\mathbf{y}) = \vee_{\mathbf{u}} \left[\boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{A}}_1}(\mathbf{u}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{R}}_{\to}}(\mathbf{u},\mathbf{y}) \right]; \boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{Y}}_1(\widetilde{\mathbf{B}})}(\mathbf{y}) = \vee_{\mathrm{v}} \left[\boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{B}}_1}(\mathrm{v}) \wedge \boldsymbol{\mu}_{\widetilde{\mathbf{R}}_{\to}}(\mathrm{v},\mathbf{y}) \right];$$

$\vee$ и $\wedge$— операции максимума и минимума соответственно; $\mu_{\widetilde{C}}(\mathrm{z})$ — функция принадлежности элемента *z* нечеткому множеству $\widetilde{C}$; нечеткие множества $\widetilde{A}_1$ и $\widetilde{B}_1$ описывают фактические знания о параметрах состояния среды (например, "кратковременный", "довольно сильный" и т.п.). Для функции принадлежности отношения $\mu_{\widetilde{R}_{\to}}$ могут использоваться различные свертки, определяемые характером зависимости и стратегией ЛПР. Например, хорошее совпадение с реальностью дает свертка $\min: \mu_{\underset{\rightarrow}{\tilde{R}}}(u,y) = \mu_{\tilde{A}}(u) \wedge \mu_{\tilde{Y}}(y)$; оценка необходимости брать зонт может быть построена аналогично, либо определена как дополнительная к полученной, т.е. как $1-\mu_{\tilde{Y}_1}(y)$.

4. Представление системы

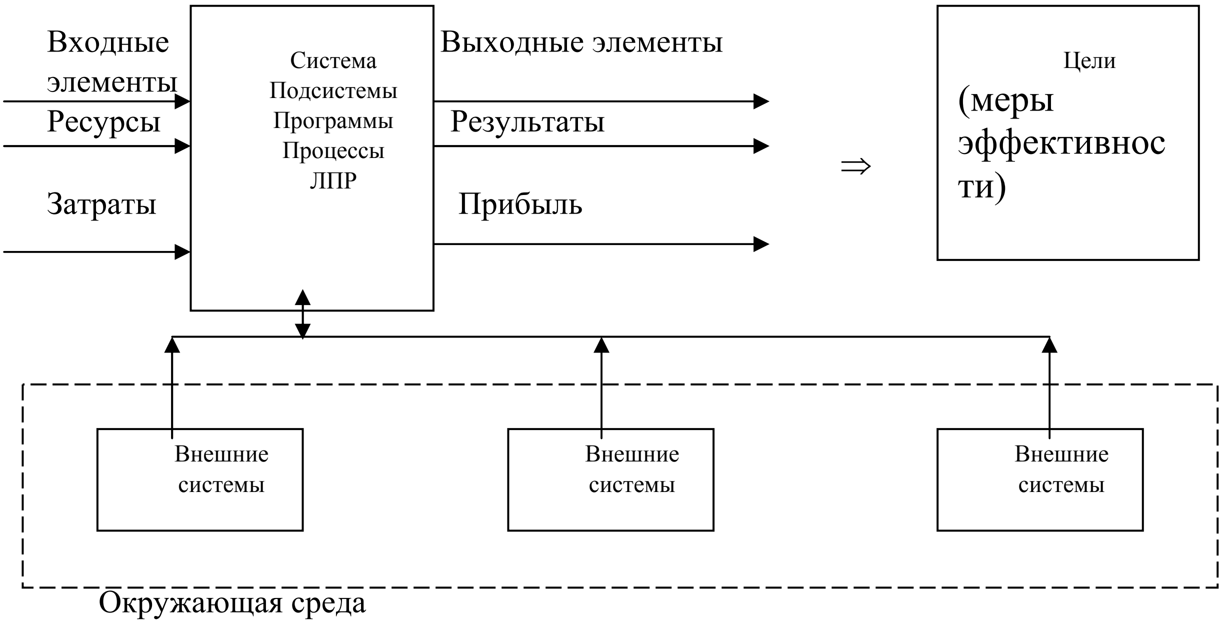


Рис. 1. Схема системы

1. Таким образом, в общем случае система рассматривается как преобразователь, взаимодействующий с окружающей средой, который преобразует входы, ресурсы и затраты в выходы, результаты и прибыль.

2. Система имеет собственные нетривиальные структуру и поведение и действует по программе (программам), направленной на достижение определенной цели (целей), задаваемой ЛПР.

3. При выполнении программы в системе протекают процессы, изменяющие состояния подсистем (элементов).

4. В каждом состоянии происходит дифференциация (разделение) внешних систем, влияющих на достижение цели. При этом системы, которые учитываются при достижении цели, образуют систему в целом; системы, которые не учитываются, относятся к окружающей среде. Тем самым устанавливаются границы, в рамках которых действует система.

5. Степень достижения цели (целей) оценивается по критериям (мерам эффективности), число и состав которых зависят от границ системы.

Список литературы

1. Айзерман М.А., Алескеров Ф.Т. Выбор вариантов. Основы теории.— М.: Наука, 1990.

2. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений: Сб. переводов / под ред. И.Ф. Шахнова, — М.: Мир, 1976. — С.172-215.

3. Борисов А.М., Алексеев А.Б., Меркурьева Г.В. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений. — М.: Радио и связь, 1989.

4. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине. — М.: Наука, 1989.

5. Волкова В.Н., Воронков В.А., Денисов А.А. Теория систем и методы системного анализа в управлении и связи, — М.: Радио и связь, 1983.

6. Гик Дж., ван. Прикладная общая теория систем: В 2-х книгах. — М.: Мир, 1981.

7. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. Моделирование развивающихся систем. — М.: Наука, 1983.

8. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. — М.: Наука, 1986.

9. Дюбуа Д., Прад Д. Теория возможностей. — М.: Радио и связь, 1990.

10. Железнов И.Г. Сложные технические системы. — М.: Высш. школа, 1984.

11. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. — М.: Мир, 1971.

12. Касти Дж. Большие системы. — М.: Мир, 1982.

13. Квейд Э. Анализ сложных систем. — М.: Сов. радио, 1969.

14. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. - М.: Радио и связь, 1981.

15. Клиланд Д., Кинг В. Системный анализ и целевое управление. — М.: Сов. радио, 1974.

16. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. — М.: Радио и связь, 1990.

17. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. — М.: Радио и связь, 1982.

18. Ларичев О.И. Объективные модели и субъективные решения. — М.: Наука, 1987.

19. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта. — М.: Мир, 1991.

20. Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А. Теория выбора и принятия решений. — М.: Наука, 1983.

21. Мелентьев Л.А. Системные исследования в энергетике. — М.: Наука, 1987.

22. Месарович М., Мако Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых

систем. — М.: Мир, 1973.

23. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: Математические основы.— М.: Мир, 1976.

24. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. — М.: Наука, 1981.

25. Мушик Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений. — М.: Мир,1990.

26. Науман Э. Принять решение - но как? — М.: Мир, 1987.

27. Негойце К. Применение теории систем к проблемам управления. — М.: Мир, 1981.

28. Нечеткие множества и теория возможностей. Под ред.Р.Ягера. — М.: Радио и связь, 1986.

29. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. — М.: Сов. радио, 1977.

30. Оптнер С. Системный анализ для решения деловых и промышленных проблем. — М.: Сов. радио, 1969.

31. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. — М.: Наука, 1981.

32. Пантл А. Методы системного анализа окружающей среды. — М.: Мир, 1979.

33. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. — М.: Высш. школа, 1989.

34. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Наука, 1982.

35. Прикладные нечеткие системы. Под ред. Т. Терано. — М.: Мир, 1993.

36. Романов В.И. Прогнозирование развития метрологии. — М.: Изд-во стандартов, 1989.

37. Романов В.Н. Основы системного анализа: Учеб. пособие. — СПб.: СЗПИ, 1996.

38. Романов В.Н. Системный анализ для инженеров. — СПб.: Спб. гос. университет, 1998.

39. Романов В.Н., Соболев В.С., Цветков Э.И. Интеллектуальные средства измерений. — М.: РИЦ "Татьянин день", 1994.

40. Росс Эшби У. Введение в кибернетику. — М.: ИЛ, 1959.

41. Саати Т., Кернс К. Аналитическое планирование. Организация систем. — М.: Радио и связь, 1991.

42. Садовский В.Н. Основания общей теории систем. — М.: Наука, 1974.

43. Саркисян С.А., Ахундов В.М., Минаев Э.С. Анализ и прогноз развития больших технических систем. — М.: Наука, 1983.

44. Современные методы идентификации систем. Под ред. Эйкхоффа. —М.: Мир, 1983.

45. Сыч Е.Н. Транспортно-производственные системы. — Киев: Наукова думка, 1986.

46. Терехина А.Ю. Анализ данных методами многомерного шкалирования. — М.: Наука, 1986.

47. Фишборн П. Теория полезности для принятия решений. — М.: Наука, 1978.
48. Флейшман Б.С. Элементы теории потенциальной эффективности сложных систем. — М.: Сов. радио, 1971.
49. Форрестер Дж. Мировая динамика. — М.: Мир, 1978.
50. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. — М.: Прогресс, 1971.
51. Червинский Р.А. Методы синтеза систем в целевых программах. — М.: Наука, 1987.
52. Цветов Ю.М. Транспорт: системный подход. — М.: Знание, 1980.
53. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. — М.: Радио и связь, 1992.

Предметный указатель

Г

Д

Е

Ж

З

И

К

Л

М

Н

О

П

Р