

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	8
Предисловие	14
Глава 1. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	17
§ 1. Функции и множества	17
1.1. Множества (17). 1.2. Функции (19).	
§ 2. Числа	21
2.1. Действительные числа (21). 2.2. Расширенная числовая прямая. Окрестности (25). 2.3. Комплексные числа (27). 2.4. Перестановки и сочетания (35). 2.5. Формула бинома Ньютона (38).	
§ 3. Элементарные функции	39
3.1. Числовые функции (39). 3.2. Понятие элементарной функции (40). 3.3. Многочлены (41). 3.4. Разложение многочленов на множители (44). 3.5. Рациональные дроби (46). 3.6. Графики рациональных функций (52). 3.7. Степенная функция (55). 3.8. Показательная и логарифмическая функции (57). 3.9. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции (58). 3.10. Параллельный перенос и растяжение графиков (60).	
§ 4. Числовые множества.	62
4.1. Ограниченные и неограниченные множества (62). 4.2. Верхняя и нижняя грани (63). 4.3. Арифметические свойства верхних и нижних граней (65). 4.4. Принцип Архимеда (67). 4.5. Принцип вложенных отрезков (68). 4.6. Счетность рациональных чисел. Несчетность действительных чисел (70).	
§ 5. Предел числовой последовательности	74
5.1. Определение предела числовой последовательности (74). 5.2. Единственность предела последовательности (77). 5.3. Переход к пределу в неравенствах (78). 5.4. Ограниченность сходящихся последовательностей (81). 5.5. Бесконечно малые последовательности (82). 5.6. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями над числовыми последовательностями (84). 5.7. Монотонные последовательности (87). 5.8. Принцип компактности (90). 5.9. Критерий Коши (93).	

5.10. Изображение действительных чисел бесконечными десятичными дробями (95).	
5.11. Предел последовательности комплексных чисел (101).	
§ 6. Предел и непрерывность функций	102
6.1. Первое определение предела функции (102).	
6.2. Определение непрерывности функции (108).	
6.3. Второе определение предела функции (109).	
6.4. Условие существования предела функции (111).	
6.5. Предел функции по объединению множеств (112).	
6.6. Односторонние пределы и односторонняя непрерывность (112).	
6.7. Свойства пределов функций (114).	
6.8. Бесконечно малые (118).	
6.9. Непрерывные функции (119).	
6.10. Классификация точек разрыва (122).	
6.11. Пределы монотонных функций (123).	
6.12. Критерий Коши существования предела функции (126).	
6.13. Предел и непрерывность сложных функций (127).	
6.14. Предел и непрерывность функций комплексного аргумента (128).	
§ 7. Свойства непрерывных функций	130
7.1. Ограниченность непрерывных функций. Достижимость экстремальных значений (130).	
7.2. Промежуточные значения непрерывных функций (131).	
7.3. Обратные функции (133).	
7.4. Равномерная непрерывность (136).	
§ 8. Непрерывность элементарных функций	139
8.1. Многочлены и рациональные функции (139).	
8.2. Показательная и логарифмическая функции (140).	
8.3. Степенная функция (147).	
8.4. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции (148).	
8.5. Элементарные функции (149).	
§ 9. Сравнение функций	149
9.1. Замечательные пределы (149).	
9.2. Сравнение функций в окрестности заданной точки (152).	
9.3. Эквивалентные функции (155).	
§ 10. Производная и дифференциал	157
10.1. Определение производной (157).	
10.2. Дифференциал функции (159).	
10.3. Геометрический смысл производной и дифференциала (161).	
10.4. Физический смысл производной и дифференциала (163).	
10.5. Свойства производных, связанные с арифметическими действиями над функциями (164).	
10.6. Производная обратной функции (166).	
10.7. Производная и дифференциал сложной функции (167).	
10.8. Гиперболические функции и их производные (169).	
10.9. Производные комплекснозначных функций действительного аргумента (169).	
§ 11. Производные и дифференциалы высших порядков.	170
11.1. Производные высших порядков (170).	
11.2. Производные высших порядков сложных функций, обратных функций и функций, заданных параметрически (172).	
11.3. Дифференциалы высших порядков (173).	

§ 12. Дифференциальные теоремы о среднем	174
12.1. Теорема Ферма (174). 12.2. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о средних значениях (176).	
§ 13. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталю	181
13.1. Неопределенности вида $\frac{0}{0}$ (181). 13.2. Неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ (182).	
§ 14. Формула Тейлора	187
14.1. Вывод формулы Тейлора (187). 14.2. Примеры разложения по формуле Тейлора (191). 14.3. Применение метода выделения главной части функций для вычисления пределов (193).	
§ 15. Исследование функций	195
15.1. Признак монотонности функций (195). 15.2. Локальные экстремумы функций (196). 15.3. Выпуклость и точки перегиба (203). 15.4. Асимптоты (207). 15.5. Построение графиков функций (208).	
§ 16. Векторные функции	210
16.1. Предел и непрерывность векторной функции (210). 16.2. Производная и дифференциал векторной функции (214).	
§ 17. Длина кривой	220
17.1. Понятие кривой (220). 17.2. Касательная к кривой (225). 17.3. Определение длины кривой. Спряжляемые кривые (227).	
§ 18. Кривизна кривой	232
18.1. Определение кривизны и радиуса кривизны кривой (232). 18.2. Формула для кривизны (233). 18.3. Главная нормаль. Соприкасающаяся плоскость (235). 18.4. Центр кривизны. Эволюта (238). 18.5. Кривизна и эволюта плоской кривой (238).	
Глава 2. Интегральное исчисление функций одной переменной	242
§ 19. Определение и свойства неопределенного интеграла.	242
19.1. Первообразная и неопределенный интеграл (242). 19.2. Основные свойства интеграла (244). 19.3. Табличные интегралы (246). 19.4. Формула замены переменной (247). 19.5. Формула интегрирования по частям (251).	
§ 20. Интегрирование рациональных дробей	251
20.1. Интегрирование элементарных рациональных дробей (251). 20.2. Общий случай (253).	
§ 21. Интегрирование некоторых иррациональностей	254
21.1. Рациональные функции от функций (254). 21.2. Интегралы вида $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{r_1}, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^{r_n}\right) dx$ (254). 21.3. Интегралы от дифференциального бинома (256).	

§ 22. Интегрирование некоторых трансцендентных функций	257
22.1. Интегралы $\int R(\sin x, \cos x) dx$ (257). 22.2. Интегралы $\int \sin^m x \cos^n x dx$ (258). 22.3. Интегралы $\int \sin \alpha x \cos \beta x dx$, $\int \sin \alpha x \sin \beta x dx$, $\int \cos \alpha x \cos \beta x dx$ (259). 22.4. Интегралы от трансцендентных функций, вычисляющиеся с помощью интегрирования по частям (260).	
§ 23. Определенный интеграл	261
23.1. Определенный интеграл Римана (261). 23.2. Ограниченность интегрируемых функций (263). 23.3. Верхние и нижние суммы Дарбу (265). 23.4. Нижний и верхний интегралы (268). 23.5. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функций (269). 23.6. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций (271).	
§ 24. Свойства интегрируемых функций	272
24.1. Основные свойства определенного интеграла (272). 24.2. Интегральная теорема о среднем (282).	
§ 25. Определенный и неопределенный интеграл	286
25.1. Дифференцирование определенного интеграла по пределам интегрирования (286). 25.2. Существование первообразной (288).	
§ 26. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле	290
26.1. Формула замены переменной (290). 26.2. Формула интегрирования по частям (291).	
§ 27. Площади и объемы	294
27.1. Понятие площади плоского множества (294). 27.2. Пример неограниченного множества положительной конечной площади (296). 27.3. Понятие объема (297).	
§ 28. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.	298
28.1. Вычисление площадей криволинейных трапеций (298). 28.2. Вычисление площадей в полярных координатах (301). 28.3. Вычисление длины кривой (303). 28.4. Площадь поверхности вращения (304). 28.5. Объем тел вращения (307). 28.6. Теоремы Гульдина. Центры тяжести плоских фигур и их моменты относительно осей (308).	
§ 29. Несобственные интегралы	313
29.1. Определение несобственных интегралов (313). 29.2. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов (318). 29.3. Несобственные интегралы от неотрицательных функций (322). 29.4. Критерий Коши (327). 29.5. Абсолютно сходящиеся интегралы (328). 29.6. Признаки сходимости Дирихле и Абеля (332). 29.7. Интегралы от комплекснозначных функций действительного аргумента (335).	

Глава 3. Ряды	338
§ 30. Числовые ряды	338
30.1. Определение ряда (338). 30.2. Свойства сходящихся рядов (339). 30.3. Критерий Коши (341). 30.4. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (342). 30.5. Знакопередающиеся ряды (350). 30.6. Абсолютно сходящиеся ряды (352). 30.7. Условно сходящиеся ряды (356). 30.8. Признаки Дирихле и Абеля сходимости рядов (360). 30.9. Исследование сходимости рядов методом выделения главной части ряда (363). 30.10. Суммирование рядов методом средних арифметических (365).	
§ 31. Функциональные последовательности и ряды	367
31.1. Сходимость функциональных последовательностей и рядов (367). 31.2. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов (370). 31.3. Специальные признаки равномерной сходимости рядов (378). 31.4. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов (381).	
§ 32. Степенные ряды	389
32.1. Радиус сходимости и круг сходимости (389). 32.2. Аналитические функции в действительной области (396). 32.3. Разложение функций в степенные ряды. Различные способы записи остаточного члена формулы Тейлора (398). 32.4. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора (404). 32.5. Формула Стирлинга (413).	
Контрольные вопросы	416
Предметный указатель	437